

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Математика

Образовательная программа среднего профессионального
образования – программа подготовки специалистов среднего звена

Специальность
05.02.03 Метеорология

программа базовой подготовки на базе среднего общего образования

Форма обучения
Очная

Утверждаю
Проректор по учебной работе

_____ Н.О. Верещагина

Рассмотрена и утверждена на заседании ученого
совета метеорологического факультета

«12» декабря 2022 г., протокол № 5

Декан метеорологического факультета

_____ Я.В. Дробжева

Санкт-Петербург 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ФОС текущего контроля предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, осваивающих учебную дисциплину контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, осваивающих учебную дисциплину ЕН.01 Основы философии.

ФОС разработан в соответствии требованиями специалистами среднего звена (ПП ССЗ) по специальности 05.02.03 Метеорология.

Учебная дисциплина осваивается в течение 3 семестра в объеме 48 часов.

ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме: теоретические опросы, решение задач.

1. Паспорт Фонда оценочных средств по дисциплине Основы философии

Таблица 1

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Функция, классификация и свойства	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
2	Производная, дифференциал, свойств и техника дифференцирования	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
3	Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
4	Определённый интеграл, свойства и способы вычисления	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
5	Базовые понятия теории дифференциальных уравнений и способы решения уравнений	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
6	Определители	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
7	Векторная алгебра и линейные векторные пространства	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
8	Алгебра комплексных чисел и алгебра многочленов	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
9	Матричная алгебра и решение системы линейных уравнений	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
10	Числовые, степенные ряды. Ряды Фурье	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
	Решение дифференциальных уравнений	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач

	Специальные функции	ОК 1 ОК 2	Теоретические опросы, решение задач
--	---------------------	--------------	--

Форма промежуточной аттестации: экзамен

2. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Таблица 2

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств
ОК 1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	Знать: методы вычислительной математики для проведения корректных расчётов при обработке и анализе рядов наблюдений.	Теоретические опросы, решение задач
	Уметь: использовать основные результаты, полученные в высшей математике для изучения атмосферы.	Теоретические опросы, решение задач
ОК 2 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности	Знать: основные понятия высшей математики и различные математические инструменты, с помощью которых можно изучать атмосферные процессы.	Теоретические опросы, решение задач
	Уметь: использовать методы вычислительной математики для проведения корректных расчётов при обработке и анализе рядов наблюдений.	Теоретические опросы, решение задач

3. Содержание оценочных средств текущего контроля.

3.1 Теоретические опросы

Теоретический опрос №1

Теория пределов

1. Какие точки множества называются внутренними, а какие граничными?
2. Что такое окрестность точки? Какие бывают окрестности точек?
3. Дайте определение предела функции в точке (по Коши).
4. Перечислите свойства пределов.
5. Чему равен предел отношения двух функций?
6. Изменится ли смысл неравенства при переходе к пределу?
7. Сформулируйте теорему о сжатой функции (о промежуточной функции).
8. Какие появляются неопределённости при вычислении пределов?
9. Дайте определение бесконечно малой величине?
10. Какие бесконечно малые называют бесконечно малыми одного порядка?
11. Какие бесконечно малые называют эквивалентными?
12. О каких бесконечно малых говорят, что одна из них более высокого порядка, чем другая?
13. Перечислите свойства бесконечно малых.
14. Как используются эквивалентные бесконечно малые при вычислении пределов?
15. Какие Вы знаете эквивалентные бесконечно малые?
16. Дайте определение бесконечно большой величины.
17. Какие бесконечно большие называются эквивалентными?
18. Основное свойство эквивалентных бесконечно больших.
19. Первый замечательный предел.
20. Второй замечательный предел.
21. Дайте определение непрерывности функции в точке с помощью односторонних пределов.
22. Какая функция называется непрерывной в области?
23. Когда функция имеет в некоторой точке разрыв скачок первого рода?
24. Когда функция имеет в некоторой точке разрыв второго рода?
25. Какая прямая называется наклонной асимптотой графика функции?
26. У каких функций нет наклонных асимптот?
27. Какая прямая называется вертикальной асимптотой?
28. У каких функций нет вертикальных асимптот?

Производные и дифференциалы

1. Определение производной.
2. Основные свойства производной.
3. Физический смысл производной.
4. Геометрический смысл производной.
5. Какие функции называют гладкими?
6. Какие функции называют дифференцируемыми?
7. От каких функций берут производные с помощью логарифмического дифференцирования?
8. Сформулируйте правило Лопиталю. В каких случаях его используют?
9. Что называется дифференциалом функции?
10. Почему приращение аргумента равно дифференциалу аргумента?
11. Геометрический смысл дифференциала.

12. Как находятся интервалы монотонности функции?
13. Какое значение аргумента называется точкой максимума функции?
14. Какое значение аргумента называется точкой минимума функции?
15. Какое значение аргумента называется стационарной точкой функции?
16. Сформулируйте необходимое условие существования точек экстремума у дифференцируемой функции.
17. Сформулируйте два достаточных условия существования экстремальных точек у дифференцируемой функции.
18. Где находятся наибольшие и наименьшие значения функции?
19. Как определяется выпуклость вверх или выпуклость вниз графика дифференцируемой функции?
20. Какую точку графика дифференцируемой функции называют точкой перегиба и как она находится?

Теоретический опрос №2

Векторная алгебра и n -мерные векторные евклидовы пространства

1. Перечислите основные свойства определителей.
2. Что такое линейная комбинация строк или линейная комбинация столбцов?
3. Чему равен определитель верхней треугольной матрицы?
4. Чему равен определитель диагональной матрицы?
5. Что такое минор и алгебраическое дополнение?
6. Сформулируйте теорему Лапласа для вычисления определителя любого порядка.
7. Какие системы решаются по формулам Крамера?
8. Какие векторы называются коллинеарными?
9. Какие векторы называются компланарными?
10. Какие операции в векторной алгебре называются линейными?
11. Сколько действий умножения есть в векторной алгебре?
12. Сколько действий умножения есть в евклидовых векторных пространствах?
13. Как с помощью определителя построить результат векторного произведения в координатной форме?
14. Как определяется смешанное произведение?
15. Вычисление смешанного произведения с помощью определителя.
16. Геометрический смысл векторного произведения.
17. Геометрический смысл смешанного произведения.
18. Условие компланарности 3-х векторов, записанное в виде определителя.
19. Чему равны координаты единичного вектора в 3-х мерном пространстве?
20. Какие векторы называются ортогональными?
21. Какие векторы образуют базис в 2-х мерном пространстве и в 3-х мерном пространстве?
22. Какие векторы называются линейно независимыми?
23. Что такое линейная комбинация векторов?
24. Что такое норма в n -мерном векторном евклидовом пространстве?
25. Неравенство Коши- Буняковского.
26. Следует ли из линейной независимости векторов их ортогональность?
27. Следует ли из ортогональности векторов их линейная независимость?

28. По какой формуле вычисляется косинус угла между векторами в 2-х мерном и 3-х мерном пространстве и в n-мерном векторном евклидовом пространстве?
29. Как выглядит ортонормированный базис n-мерном векторном евклидовом пространстве и в 2-х и 3-х мерном пространстве?
30. Какую перестановку 3-х векторов называют циклической?
31. Виды декартовой системы координат.
32. Полярная система координат.
33. Переход из полярной системы координат в декартову и обратно.
34. Чему равна площадь треугольника, лежащего на плоскости с заданной декартовой системой координат, если известны координаты вершин этого треугольника?

Аналитическая геометрия

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
2. Напишите уравнение прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору.
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом.
4. Напишите уравнение прямой в отрезках.
5. Напишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
6. Напишите параметрические уравнения прямой.
7. Напишите общее уравнение прямой. Какой смысл имеют первые три коэффициента этого уравнения?
8. Напишите нормальное уравнение прямой. В каких задачах успешно используется это уравнение?
9. Какие геометрические образы имеют кривые второго порядка?
10. Как выглядят канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы?
11. С помощью каких преобразований системы координат уравнения второго порядка приводятся к каноническому виду?
12. Напишите уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
13. Напишите уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно двум заданным векторам.
14. Напишите уравнение плоскости в отрезках. Какой смысл имеют коэффициенты этого уравнения?
15. Напишите общее уравнение плоскости. Какой смысл имеют коэффициенты этого уравнения?
16. Напишите неполные уравнения плоскостей. Как расположены эти плоскости нормальное уравнение плоскости. Какой смысл имеют числовые параметры этого уравнения. Для решения каких задач используется это уравнение?
17. Напишите канонические уравнения прямой в пространстве, которая проходит через заданную точку параллельно заданному вектору.
18. Напишите уравнения прямой в пространстве, которая проходит через две заданные точки.
19. Напишите параметрические уравнения прямой.
20. Напишите общие уравнения прямой.
21. Какие поверхности называются цилиндрическими?
22. Приведите примеры поверхностей второго порядка.

23. Как вычислить угол между двумя прямыми на плоскости, если они заданы уравнениями прямой с угловым коэффициентом?
24. В каком случае две прямые в пространстве будут ортогональны, если они заданы уравнениями прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору.
25. Две плоскости заданы общими уравнениями. Запишите условие ортогональности этих плоскостей.

Комплексные числа. Многочлены.

1. Алгебраическая форма комплексного числа.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Показательная форма комплексного числа.
5. Формула Эйлера.
6. Что такое модуль и аргумент комплексного числа?
7. Как умножаются и делятся комплексные числа в тригонометрической форме?
8. Как умножаются и делятся комплексные числа в показательной форме?
9. Как выглядит геометрический образ комплексных чисел?
10. Сформулируйте основную теорему алгебры.
11. Сколько есть корней у многочлена n -ой степени в множестве комплексных чисел?
12. Для каких многочленов введена операция деления?
13. Какие виды операции деления введены в алгебре многочленов?
14. При какой максимальной степени многочлена всегда можно точно найти его корни?
15. Какое значение переменной называют корнем многочлена?
16. Теорема Безу.

Теоретический опрос №3

Неопределённый и определённый интеграл

1. Определение неопределённого интеграла и его свойства.
2. Перечислите основные способы интегрирования.
3. Приведите примеры интегралов, берущихся по частям.
5. Как интегрируются дробно рациональные функции?
6. Какие тригонометрические формулы используются при интегрировании некоторых тригонометрических функций?
7. Дать определение определённого интеграла.
8. Перечислите свойства определённого интеграла.
9. Сформулируйте два свойства аддитивности определённого интеграла.
10. Формула Ньютона – Лейбница.
11. Интегрирование чётных и нечётных функций по симметричной области.
12. Дайте определение несобственных интегралов первого рода. Как они вычисляются?
13. Как вычисляется площадь фигуры с помощью определённого интеграла?
14. Как вычисляется длина дуги с помощью определённого интеграла ?
15. Как вычисляется объём тела вращения с помощью определённого интеграла?

Теоретический опрос №4

Элементы теории дифференциальных уравнений

1. Дайте определение порядка уравнения.
2. Какие уравнения называются линейными, а какие нелинейные?
3. Какие уравнения называются однородными?
4. Какие величины называются коэффициентами дифференциального уравнения?

5. Какое решение дифференциального уравнения называется общим решением?
6. Какое решение дифференциального уравнения называется общим интегралом?
7. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
8. Как ставится задача, которая называется задачей Коши?
9. Какие две функции называются линейно независимыми?
10. Какой вид имеет дифференциальное уравнение с разделёнными переменными?
11. Каким способом решается уравнение с разделёнными переменными?
12. Какие дифференциальные уравнения называются уравнениями с разделяющимися переменными?
13. Каким способом решается уравнение с разделяющимися переменными?
14. Какой вид имеет линейное неоднородное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами?
15. Какой вид имеет общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
16. Какой вид имеет уравнение Бернулли и как оно решается?

Дифференциальные уравнения 2-го порядка

1. Какой вид имеет однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
2. В каком аналитическом виде строится общее решение методом Эйлера?
3. Какое уравнение называется характеристическим уравнением дифференциального уравнения?
4. Как связаны корни характеристического уравнения с аналитическим видом общего решения дифференциального уравнения?
5. Какая связь между порядком дифференциального уравнения и количеством произвольных постоянных в общем решении?
6. Какая связь между порядком дифференциального уравнения и количеством начальных условий?
7. Какое решение дифференциального уравнения называется особым?
8. Опишите алгоритм решения неоднородного линейного уравнения 2-го порядка методом Лагранжа.

Теоретический опрос №5

Матричная алгебра и линейные системы

1. Определение матрицы. Описание различных её форм.
2. Линейные операции с матрицами.
3. Описание операции умножения матриц.
4. Транспонирование матриц.
5. Какие операции над матрицей называются элементарными преобразованиями?
6. Какие матрицы называются эквивалентными?
7. Какие строки матрицы называют линейно независимыми?
8. Дайте определение ранга матрицы.
9. При каких преобразованиях матрицы её ранг не меняется?
10. Какие матрицы называют квадратными?
11. Какие матрицы называют единичными?
12. Какие матрицы называются взаимно обратными?
13. У каких квадратных матриц есть обратная матрица?
14. Какие матрицы называют симметричными?

15. Какие матрицы называют ортогональными?
16. Какие линейные системы называют неоднородными?
17. Какую матрицу называют основной матрицей системы?
18. Какую матрицу называют расширенной матрицей системы?
19. Какие линейные системы называют совместными?
20. Какие линейные системы называют несовместными?
21. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли и следствия из неё.
22. Какие Вы знаете точные методы решения линейных систем?
23. Может ли быть однородная линейная система несовместна?
24. В каком случае у однородной системы есть только тривиальное решение?
25. В каком случае у однородной системы есть бесконечное множество решений?
26. Как ставится задача на нахождение ненулевых собственных векторов и собственных чисел?

Теоретический опрос №6

Функций нескольких переменных

1. Аналитическое описание области определения функции 2-х 3-х переменных.
2. Определение частных производных первого и второго порядков.
3. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных.
4. Частные дифференциалы, полный дифференциал.
5. Дифференциал второго порядка для функции двух переменных.
6. Производная композиции функций (полная производная).
7. Дифференцирование неявно заданных функций $F(x, y) = 0$.
8. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
9. Определение производной по направлению.
10. Градиент и его основные свойства.
11. Связь градиента и производной по направлению.
12. Дивергенция (расходимость) векторного поля.
13. Ротор (вихрь) векторного поля.
14. Дифференциальные операции второго порядка.
15. Необходимые условия экстремума.
16. Вывод необходимое и достаточное условие существования экстремума.
17. Где расположены наибольшее и наименьшее значения функции?
18. Как ставится задача на условный экстремум?
19. Где находятся наибольшее и наименьшее значения целевой функции, если все функции, входящие в задачу на условный экстремум, линейны?

Интегрирование функций нескольких переменных

1. Определение криволинейного интеграла первого рода, его свойства.
2. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
3. Определение криволинейного интеграла второго рода, его свойства.
4. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
5. Условие независимости интеграла 2-го рода от вида пути.
6. Когда в криволинейном интеграле 2-го рода подынтегральное выражение будет полным дифференциалом некоторой функции?
7. Как вычисляется криволинейный интеграл 2-го рода, если его подынтегральное выражение является полным дифференциалом?
8. Нахождение функции по полному дифференциалу.
9. Решение уравнения в полных дифференциалах.
10. Определение интеграла по площади его свойства.
11. Какой определитель называется якобианом?
12. Как строятся пределы интегрирования в интегралах по площади?

13. Как вычисляется двойной интеграл в декартовой системе координат?
14. Как вычисляется двойной интеграл в полярной системе координат?
15. Чему равен интеграл Пуассона?
16. Определение интеграла по объёму и его свойства.
17. Как вычисляется тройной интеграл в декартовой системе координат?
18. Якобиан в цилиндрической системе координат. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат.
19. Применение тройного интеграла для вычисления объёмов.

Теоретический опрос №7

Численные методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка и систем дифференциальных уравнений 1-го порядка.

1. Какие дифференциальные уравнения решаются методом Эйлера или методом Рунге-Кутты?
2. В чём состоит идея метода Эйлера, каков порядок точности этого метода?
3. В чём состоит идея метода Рунге-Кутты? Почему этот метод более точен, чем метод Эйлера?
4. Какие задаются линейные краевые условия для решения дифференциальных уравнений?
4. Каков порядок точности правосторонней и левосторонней аппроксимации первой производной?
5. Как строится правосторонняя и левосторонняя аппроксимации первой производной?
6. Как строится центрально разностная аппроксимация первой производной? Чему равен порядок точности такой аппроксимации?
7. Как строится разностная аппроксимация дифференциального уравнения второго порядка?
8. Опишите алгоритм решения линейного дифференциального уравнения 2-го порядка сеточным методом.
10. Как связан метод трёхдиагональной прогонки с разностным методом решения линейного дифференциального уравнения 2-го порядка?

Теоретический опрос №8

Разностный метод решения линейных уравнений математической физики второго порядка.

1. Правосторонняя и левосторонняя аппроксимация первой частной производной и порядок точности такой аппроксимации.
2. Центрально разностная аппроксимация второй частной производной и порядок точности такой производной.
3. Разностная аппроксимация уравнения теплопроводности.
4. Описать алгоритм решения уравнения теплопроводности по явной схеме.
5. Сформулируйте условие Куранта-Леви (Фридрихса). Почему выполнение этого условия обязательно для явной схемы?
6. Описать алгоритм решения уравнения теплопроводности по неявной схеме.
7. Разностная аппроксимация волнового уравнения.
8. Описать алгоритм решения волнового уравнения по явной схеме.
9. Разностная аппроксимация уравнения Пуассона.
10. Описать алгоритм решения уравнения Лапласа Пуассона по явной схеме.
11. Какая постановка задачи называется задачей Дирихле?
12. Какая постановка задачи называется задачей Неймана?
13. Какое из трёх уравнений: теплопроводности, волновой или Пуассона, описывает стационарный процесс?

Критерии оценивания теоретических опросов

Критерий

оценка

В каждом теоретическом опросе студенту задаётся три вопроса

Студент полностью ответил на 3 поставленных вопроса, показал отличное умение устно выражать свои мысли и знания.	отлично
Студент полностью ответил на 3 поставленных вопроса, но не чётко устно может выразить свои мысли и знания.	хорошо
Студент не смог ответить на один из поставленных вопросов.	удовлетворительно
Студент не смог ответить на два поставленных вопроса.	неудовлетворительно

3.2. Задачи по дисциплине «Математика»

1. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Даны векторы $\overline{AB} = \{\alpha; 6; \beta\}$ и $\overline{BC} = \{2; -3; 5\}$. Найдите сумму $\alpha + \beta$, если точки A, B, C лежат на одной прямой.

3. Найдите скалярное произведение векторов $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ и $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, если угол между векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} равен 150° , $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{b}| = 2$.

4. Найдите сумму координат вектора $\mathbf{b} = \{x, y, z\}$, коллинеарного вектору $\mathbf{a} = \{2; 1; -1\}$, если скалярное произведение $(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = 3$.

5. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $A(-2; -3)$.

6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 5)$ и отсекающей на оси ординат отрезок $b = 7$.

7. Составьте уравнения прямых, проходящих через точку $M(-3; -4)$ и параллельных осям координат.

8. Определите острый угол между прямыми $u = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$.

9. Докажите, что прямые $4x - 6y + 7 = 0$ и $20x - 30y - 11 = 0$ параллельны.

10. Докажите, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны.

11. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M(-1; 3), N(2; 5)$.

12. Докажите, что прямые $3x - 2y + 1 = 0$ и $2x + 5y - 12 = 0$ пересекаются и найдите координаты точки пересечения.

13. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; -5)$ параллельно прямой $3x + 4y + 2 = 0$.

14. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой $x^2 + 4y^2 + 8y + 3 = 0$.

15. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой $x^2 + 2y^2 - 4y + 4x = 0$.

16. Приведите уравнение $x^2 - y^2 - 6x + 10 = 0$ к каноническому виду. Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнение?
17. Приведите уравнение $4y^2 + 8y - 2x - 1 = 0$ к каноническому виду. Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнение?
18. Даны две точки $A(1; 3; -2)$ и $B(7; -4; 4)$. Постройте уравнение плоскости, проходящей через точку B перпендикулярно отрезку AB .
19. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-2; 7; 3)$ параллельно плоскости $x - 4y + 5z - 1 = 0$.
20. Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки $A(3; -2; 1)$ и $B(1; 4; 0)$.
21. Найдите угол, образованный прямыми

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-5}{2}, \quad \frac{x}{2} = \frac{y-3}{9} = \frac{z+1}{6}.$$

22. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку $A(1; -1; 0)$ перпендикулярно плоскости

$$2x - 3y + 5z - 7 = 0.$$

23. Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно прямой

$$\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-2}.$$

24. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(4; -3; 1)$ параллельно прямой

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}, \quad \frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}.$$

25. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство $0 \leq \operatorname{Im} z < 1$.

26. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство $1 \leq |z+2| \leq 2$.

27. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство $|z| \geq 2$.

28. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно малых

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{\operatorname{tg} 10x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\ln(1+9x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{6x} - 1)^2}{x \sin 3x}.$$

29. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно больших

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^7 + x^5}{12x^5 + x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - x}{15x^3 + x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5 + x^4 - 13}{4x^7 - 6 + 25}.$$

30. Вычислите предел с помощью 2-го замечательного предела

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x}.$$

31. Найдите односторонние пределы функций в заданной точке

$$x_0 = \pi, \quad f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < \pi, \\ x, & x \geq \pi. \end{cases} \quad x_0 = 1, \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x^2}, & x < 1, \\ x-2, & x \geq 1. \end{cases}$$

32. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной точке

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x - 2} \text{ в точке } x_0 = 2. \quad f(x) = \frac{\frac{1}{2x} - 1}{\frac{1}{2x} + 1} \text{ в точке } x_0 = 1.$$

33. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной области

$$f(x) = \frac{1}{(x-5)(x-1)} \text{ на отрезке } [1; 5]. \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - 26x + 25} \text{ на отрезке } [1; 25].$$

34. Найдите точки разрыва функции и определите их род

$$f(x) = \frac{1}{(x-5)(x-1)}. \quad f(x) = \frac{[x+1]}{x+1}. \quad f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}. \quad f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

35. Найдите производную функции

$$f(x) = \ln(5x^3 - x). \quad f(x) = \operatorname{arctg}(\ln x). \quad f(x) = \ln^2\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3}\right)\right).$$

36. Найдите производную параметрически заданной функции

$$x = \frac{t+1}{t}, y = \frac{t-1}{t}. \quad x = t^3, y = 3t. \quad x = \cos^3 x, y = \sin^3 x.$$

37. Найдите производную функции с помощью логарифмического дифференцирования

$$f(x) = x^{\ln x}. \quad f(x) = \cos x^{\sin x}. \quad f(x) = x^x.$$

38. Найдите предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin 15x)}{\ln x}. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}.$$

39. Составьте уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 2x^2 - 6x + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

40. В какой точке плоскости касательная к графику функции $y = \ln x$ параллельна прямой $y = 2x + 5$?

41. Найдите угол, под которым пересекаются графики двух функций

$$y^2 = 2x \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 = 8.$$

42. В каких точках плоскости касательная параболы, уравнение которой

$$y = -x^2 + 4x - 6,$$

наклонена к оси абсцисс под углом 45° или параллельна оси абсцисс?

43. Найдите дифференциал функции

$$y = \operatorname{arctg}\sqrt{x}, \quad y = x^2 \ln x, \quad y = x \operatorname{tg} x.$$

44. Исследуйте функцию на асимптоты

$$y = \frac{6x^3}{x^2 - 4}. \quad y = \frac{2x^2}{x + 1}. \quad y = \frac{x^3}{(x + 1)^2}.$$

45. Найдите интервалы возрастания и убывания функции

$$y = x^3 - 6x^2 + 5. \quad y = (x - 2)^2. \quad y = \ln(x^2 - 2x + 4).$$

46. Найдите экстремумы функции

$$y = x^3 - 3x + 1. \quad y = e^{x^2 - 4x + 5}. \quad y = x - \operatorname{arctg} x.$$

47. Найдите точки перегиба и интервалы выпуклости вверх и вниз

$$y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5. \quad y = e^{-x^2}. \quad y = xe^{-x^2} \cdot x$$

48. Найдите интеграл с помощью интегрирования по частям

$$\int 3x \sin 2x dx. \quad \int 3x e^{-x} 2x dx. \quad \int \ln 7x dx.$$

22. Проинтегрируйте дробно рациональную функцию

$$\int \frac{x}{x^2 - 4} dx. \quad \int \frac{x + 3}{x^2 - 1} dx. \quad \int \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx.$$

49. Возьмите интеграл от тригонометрической функции

$$\int \sin 3x \sin 2x dx. \quad \int \sin 3x \cos 2x dx. \quad \int \sin^2 x dx. \quad \int \cos 3x \cos 2x dx. \quad \int \cos^2 x dx.$$

24. Вычислите определённый интеграл

$$\int_0^1 x e^{-x} dx. \quad \int_0^1 \ln(x + 3) dx. \quad \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx.$$

50. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделёнными переменными и решение с начальным условием $y(1) = 1$.

$$x dx = (y + 1) dy. \quad x dx + y dy = 0.$$

51. Найдите общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и решение с начальным условием $y(1) = 1$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}. \quad (1 + y^2)x = y(1 + x^2) dy.$$

52. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}.$$

53. Исследуйте ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3^n}\right)^n.$$

54. Исследуйте ряд на сходимость с помощью интегрального признака Коши.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

55. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость (сходимость по Лейбницу).

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}.$$

56. Найдите радиус и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n + 1)}{2^n} x^n.$$

57. Найдите область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n + 1)} (x + 1)^n.$$

58. Разложить функцию $y = x + 1$ в ряд Фурье по косинусам на отрезке $[0; \pi]$.

59. Найдите полный дифференциал 1-го порядка от функции

$$z = \ln(3x + 2y). \quad 2. \quad z = x^y.$$

60. Найдите полную производную $\frac{dz}{dt}$ по переменной pot от функции

$$z = ye^{-2x}, \text{ где } x = 2t + 2, \quad y = \sin t. \quad z = x \tan 3y, \text{ где } x = t^2, \quad y = 2t^3.$$

61. Найдите производную скалярного поля $v = 2xy + 3yz + 5zx$ по заданному направлению вектора $\mathbf{a} = \{12; 3; 4\}$ в точке $B(1; 2; 5)$.
62. Найдите производную $\frac{\partial v}{\partial e}$ скалярного поля $v = 2x^2y^3 + 5z$ по направлению вектора $\mathbf{a} = \{1; 1; 1\}$.
63. Найдите градиент $gradz$ плоского скалярного поля $z = \ln(3x + 2y)$ в точке $B(1; 2; 5)$.
64. Найдите направление наибольшего роста функции $v = xy + yz + 5zx^2$ в точке $B(1; 2; 3)$.
65. Найдите дивергенцию (расходимость) $div(\mathbf{a})$ векторного поля

$$\mathbf{a}(x, y, z) = 2xy\mathbf{i} + 3xz\mathbf{j} + 7yz\mathbf{k} \text{ в точке } A(3; 1; 2).$$

66. Найдите дивергенцию от градиента $div(gradw)$, если $w = 3xy + 5yz^3$.
67. Постройте ротор (вихрь) $rot(\mathbf{b})$ заданного векторного поля $\mathbf{b}(x, y, z) = 2xy\mathbf{i} + 3xz\mathbf{j} + 7yz\mathbf{k}$. $\mathbf{b}(x, y, z) = grad(xy + yz + 5zx^2)$.

68. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования – это треугольник со сторонами $x = 0, y = 0, x + y = 2$.

69. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования – описана системой неравенств

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 1. \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq x^2, \\ y \leq 4 - x^2. \end{cases}$$

70. Поменяйте порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx. \quad \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dx. \quad \int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dx.$$

71. Вычислите интеграл

$$\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy, \quad \int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx.$$

72. Вычислите интеграл

$$\iint_D \cos(x + y) dx dy,$$

если область интегрирования ограничена прямыми $x = 0, y = \pi, y = x$.

Критерии оценивания:

Критерий

Студент решил задачу в билете, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, грамотно и четко изложил ответы на теоретические вопросы билета ,полностью ответил на дополнительные вопросы.

Оценка

отлично

Студент решил задачу в билете, показал хорошие умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, но допустил одну ошибку в ответе на теоретические вопросы билета и не смог самостоятельно её исправить.

хорошо

Студент решил задачу в билете, но допустил ошибки в ответах на теоретические вопросы билета и не смог сам их исправить. удовлетворительно
Студент не полностью выполнил задание, при этом не показал необходимый уровень теоретических знаний, а также не смог ответить на поставленные вопросы. неудовлетворительно

4. Содержание оценочных средств промежуточной аттестации. Критерии оценивания

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **экзамен**
Форма проведения зачета – **устно по вопросам**

Перечень вопросов для подготовки к экзамену:

1. Определение функции Способы её задания. Виды аналитического задания. Основные свойства функции.
2. Основные понятия, связанные с пределом. Определение предела функции его свойства.
3. Определение бесконечно малых, их сравнение и свойства.
4. Определение бесконечно больших, их сравнение и свойства.
5. Первый и второй замечательные пределы и их обобщение.
6. Раскрытие неопределённостей с помощью эквивалентных бесконечно малых и бесконечно больших.
7. Три определения непрерывности функции в точке и их взаимосвязь.
8. Основные свойства функций непрерывных на отрезке.
9. Точки разрыва и их классификация.
10. Определение производной функции и её свойства.
11. Логарифмическое дифференцирование (два способа).
12. Правило Лопиталя для нахождения пределов.
13. Определение дифференциала функции, его свойства и геометрический смысл.
14. Асимптоты, их классификация. построение уравнения асимптоты.
15. Точки экстремума функции и интервалы монотонности.
16. Выпуклость графика функции вверх и вниз. Точки перегиба.
17. Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования.
18. Вывод формулы интегрирования по частям.
19. Интегрирование дробно-рациональных функций.
20. Интегрирование методом подстановки.
21. Интегрирование с помощью тригонометрических формул.
22. Построение интегральной суммы и определение определённого интеграла.
23. Свойства определённого интеграла.
24. Определение дифференциального уравнения. Классификация дифференциальных уравнений.
25. Решение дифференциальных уравнений с разделёнными переменными и с разделяющимися переменными.
26. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами методом Я.Бернулли.
27. Решение дифференциального уравнения И. Бернулли.
28. Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка.
29. Свойства определителя и способы его вычисления.
30. Приведение определителя к треугольному виду методом Гаусса. Вычисление такого определителя.
31. Нелинейные операции над векторами и их свойства.
32. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в координатной форме.
33. Условие ортогональности, коллинеарности и компланарности в координатной форме.

34. Вывод неравенства Коши - Буняковского.
35. Ортогональный и ортонормированный базисы. Связь между линейной зависимостью и ортогональностью векторов.
36. Вычисление площади треугольника через координаты его вершин.
37. Классификация декартовых систем координат и преобразования. Полярная система координат. Связь декартовой системы координат с полярной.
38. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.
39. Вывод уравнения прямой в отрезках.
40. Вывод общего уравнения прямой.
41. Вывод нормального уравнения прямой.
42. Вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору.
43. Нахождение расстояния между прямыми.
44. Геометрические определения окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
45. Приведение алгебраического уравнения 2-го порядка к одному из канонических уравнений кривых второго порядка.
46. Вывод уравнения плоскости по двум векторам, параллельным плоскости и точке, лежащей на этой плоскости.
47. Вывод уравнения плоскости по трём заданным точкам, лежащим на этой плоскости.
48. Вывод уравнения плоскости в отрезках.
49. Вывод общего уравнения плоскости.
50. Написать неполные уравнения плоскости и указать их расположение относительно декартовой системы координат.
51. Написать нормальное уравнение плоскости. Переход от общего уравнения к нормальному.
52. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
53. Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Лагранжа (методом вариации произвольных постоянных).
54. Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом неопределённых коэффициентов.
55. Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Рассмотреть частный случай, когда правая часть таких уравнений является суммой функций, которые принадлежат к разным классам функций.
56. Определение матрицы. Классификация матриц. Линейные операции над матрицами и свойства этих операций.
57. Умножение матриц и свойства этой операции. Понятие линейной независимости строки и столбцов. Ранг матрицы.
58. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы и их свойства.
59. Квадратные матрицы. Классификация квадратных матриц.
60. Определение обратной матрицы и её построение.
61. Основные методы решения: метод Крамера.
62. Матричный метод, метод Гаусса (метод исключения), метод Гаусса с выбором главного элемента.
63. Решение систем с разными свободными столбцами.
64. Решение однородных систем.
65. Решение систем специального вида методом трёхдиагональной прогонки.
66. Определение числового ряда. Необходимые и достаточные условия его сходимости.
67. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.

68. Интервал сходимости функциональных рядов.
69. Разложение функции в тригонометрический ряд Фурье. Построение коэффициентов Фурье.
70. Определение частных производных первого и второго порядков. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных.
71. Частные дифференциалы, полный дифференциал. Необходимое и достаточное условие, при котором дифференциальное выражение будет полным дифференциалом некоторой функции.
72. Производная композиции функций (полная производная).
73. Дифференцирование неявно заданных функций.
74. Скалярное поле и векторное поле. Определение производной по направлению.
75. Решение методом Фурье одномерного уравнения теплопроводности с заданным начальным условием и краевыми условиями первого рода.
76. Решение методом Фурье одномерного волнового уравнения с заданными начальными условиями и краевыми условиями первого рода.
77. Записать подробный алгоритм решения одномерного уравнения теплопроводности по явной схеме. Заданы краевые условия 1-го рода и начальное условие.

Критерии оценивания:

Критерии оценивания промежуточной аттестации в форме экзамена

Критерий	оценка
Студент решил задачу в билете, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, грамотно и четко изложил ответы на теоретические вопросы билета ,полностью ответил на дополнительные вопросы.	отлично
Студент решил задачу в билете, показал хорошие умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, но допустил одну ошибку в ответе на теоретические вопросы билета и не смог самостоятельно её исправить.	хорошо
Студент решил задачу в билете, но допустил ошибки в ответах на теоретические вопросы билета и не смог сам их исправить.	удовлетворительно
Студент не полностью выполнил задание, при этом не показал необходимый уровень теоретических знаний, а также не смог ответить на поставленные вопросы.	неудовлетворительно