

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Рабочая программа по дисциплине

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль):

Физика

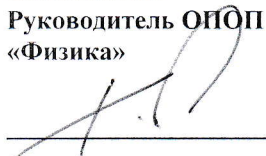
Квалификация:

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП
«Физика»



Бобровский А.П.

Утверждаю

Председатель УМС  И.И. Палкин

Рекомендована решением

Учебно-методического совета

19 сентября 2018 г., протокол № 4


Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

21 февраля 2018 г., протокол № 7

Зав. кафедрой  Матвеев Ю.Л.

Авторы-разработчики:

 Егоров А.Д.

 Герасименко Н.И.

Составил:

Егоров А.Д., профессор кафедры высшей математики и теоретической механики РГГМУ.

Герасименко Н.И. , доцент кафедры высшей математики и теоретической механики РГГМУ.

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**" является:

1. Воспитание у студентов культуры четкого логического научного мышления.
2. Выработка ясного понимания необходимости математической составляющей в общей подготовке бакалавра, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений. Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра. Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык.
3. Важнейшей целью курса «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» (ИУВИ) является ознакомление студентов с методологией, общими принципами и методами решения интегральных уравнений и их применение к решению вариационных задач. Дисциплина «ИУВИ» вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений и решения получающихся при этом математических задач. Она составляет математическую основу дисциплин общей и теоретической физики и специальных дисциплин, читаемых на кафедрах.

Данный курс базируется на знаниях, полученных студентами при изучении курсов, математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений.

В результате освоения данного курса студент получит базовые знания в тех разделах математики, которые используются в общих курсах теоретической физики и спецкурсах по отдельным физическим направлениям.

4. Приобретение навыков самостоятельного решения практических задач.
5. Ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**» для направления подготовки 03.03.02 – Физика по профилю подготовки «Физика» относится к дисциплинам базовой части блока дисциплин Б1.

Для усвоения дисциплины обучаемый должен обладать базовой математической подготовкой и навыками владения современными математическими теориями аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, иметь представление о математическом моделировании, точных и численных методах решения математических задач и уметь применять их на практике. Дисциплина «**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**» тесно связана с такими дисциплинами учебного плана как «Общая физика», «Теория колебаний и волн», и многими другими, изучение которых базируется на знании данной дисциплины.

Курс «**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**» является одним из основных дисциплин в общей физико-математической и естественно – научной подготовке специалистов физиков. К моменту изучения курса «**Интегральные уравнения и вариаци-**

онное исчисление» студенты изучили курсы математического анализа, дифференциальных уравнений, линейной алгебры. Освоение этой дисциплины необходимо для дальнейшего изучения современных разделов теоретической физики и ее приложений.

ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Компетенция
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию
ОПК-2	Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей

В результате освоения дисциплины **«Интегральные уравнения и вариационное исчисление»** происходит формирование у обучающегося следующих профессиональных компетенций:

- способность использовать в познавательной и профессиональной деятельности базовые знания в области математики и естественных наук (ОПК-2);
- способность использовать в познавательной и профессиональной деятельности навыки работы с информацией из различных источников (ОК-7);
- способность использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач (ОПК-2);
- способность применять на практике базовые профессиональные навыки (ОПК-2).

В результате освоения дисциплины **«Интегральные уравнения и вариационное исчисление»** обучающийся должен :

Знать:

- основные понятия и теоремы в области интегральных уравнений и вариационного исчисления

Уметь:

- решать основные интегральные уравнения (уравнения Фредгольма первого и второго родов, уравнения Вольтерра,) и вариационные задачи
- решать типичные задачи Штурма-Лиувилля,
- ставить и решать основные вариационные задачи с закрепленными границами и с подвижной границей и давать физическую интерпретацию полученных решений.

Владеть:

- основными методами решения интегральных уравнений ;
- иметь целостное представление об основных математических методах решения задач в различных областях физики;
- обладать практическими навыками в выборе математических способов решения типичных физических задач и проведении аналитических расчетов;

.Основные признаки проявленности формируемых компетенций в результате освоения дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» сведены в таблице.

Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

Этап (уровень) освоения компетенции	Основные признаки проявленности компетенции (дескрипторное описание уровня)				
	1.	2.	3.	4.	5.
минимальный	не владеет	слабо ориентируется в терминологии и содержании	Способен выделить основные идеи текста, работает с критической литературой	Владеет основными навыками работы с источниками и критической литературой	Способен дать собственную критическую оценку изучаемого материала
	не умеет	не выделяет основные идеи	Способен показать основную идею в развитии	Способен представить ключевую проблему в ее связи с другими процессами	Может соотнести основные идеи с современными проблемами
	не знает	допускает грубые ошибки	Знает основные рабочие категории, однако не ориентируется в их специфике	Понимает специфику основных рабочих категорий	Способен выделить характерный авторский подход
базовый	не владеет	плохо ориентируется в терминологии и содержании	Владеет приемами поиска и систематизации, но не способен свободно изложить материал	Свободно излагает материал, однако не демонстрирует навыков сравнения основных идей и концепций	Способен сравнивать концепции, аргументированно излагает материал
	не умеет	выделяет основные идеи, но не видит проблем	Выделяет конкретную проблему, однако излишне упрощает ее	Способен выделить и сравнить концепции, но испытывает сложности с их практической привязкой	Аргументированно проводит сравнение концепций по заданной проблематике
	не знает	допускает много ошибок	Может изложить основные рабочие категории	Знает основные отличия концепций в заданной проблемной области	Способен выделить специфику концепций в заданной проблемной области
продвинутый	не владеет	ориентируется в терминологии и содержании	В общих чертах понимает основную идею, однако плохо связывает ее с существующей проблематикой	Видит источники современных проблем в заданной области анализа, владеет подходами к их решению	Способен грамотно обосновать собственную позицию относительно решения современных проблем в заданной области
	не умеет	выделяет основные идеи, но не видит их в развитии	Может понять практическое назначение основной идеи, но затрудняется выявить ее основания	Выявляет основания заданной области анализа, понимает ее практическую ценность, однако испытывает затруднения в описании сложных объектов анализа	Свободно ориентируется в заданной области анализа. Понимает ее основания и умеет выделить практическое значение заданной области
	не знает	допускает ошибки при выделении рабочей области анализа	Способен изложить основное содержание современных научных идей в рабочей области анализа	Знает основное содержание современных научных идей в рабочей области анализа, способен их сопоставить	Может дать критический анализ современным проблемам в заданной области анализа

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, **108 часов**

Очная форма обучения

Объём дисциплины	Всего часов
	2015, 2016, 2017, 2018 г.г. набора
Общая трудоёмкость дисциплины	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	36
в том числе:	
лекции	18
практические занятия	18
семинарские занятия	
Самостоятельная работа (СРС) – всего:	36
в том числе:	
курсовая работа	
контрольная работа	
Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	экзамен

4.1. Структура дисциплины

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Семинар Практич.	Самост. работа			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Раздел1:Линейное пространство функций. Функционалы. Линейные функционалы.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
	Раздел2:Экстремум	3	1	1	2	Во-	2	ОК-7,

2.	функционала, вариация функционала и функции, стационарная точка.					просы на лекции.		ОПК-2
3.	Раздел3:Теорема о необходимом условии экстремума функционала.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
4.	Раздел4: Основная лемма вариационного исчисления. Уравнения Эйлера – Лагранжа для основных функционалов.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
5.	Раздел5:Ядро линейного функционала – обобщенная функция. Определение δ – функции и ее простейшие свойства.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
6.	Раздел6: δ – функция как предел непрерывной функции. Связь δ – функции с ортонормированными системами функций.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
7.	Раздел7:Фурье – разложение δ – функции. Функция Грина линейного уравнения и ее связь с δ – функцией. Связь δ – функции и θ – функции.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
8.	Раздел8: Интегральные уравнения. Примеры интегральных уравнений. Классификация интегральных уравнений. Примеры интегральных преобразований	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
	Раздел9: Уравне-	3	1	1	2	Во-	2	ОК-7,

9.	ния с разностным ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Уравнение Абеля.					просы на лекции.		ОПК-2
10	Раздел10:Задача Штурма – Лиувилля : общая постановка задачи. Задача Штурма – Лиувилля для уравнения с вырожденным ядром.	3	2	2	4	Во-просы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
11	Раздел11: Резольвента уравнения Фредгольма второго рода. Уравнения для резольвенты. Резольвента для уравнения с разностным ядром.	3	1	1	2	Во-просы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
12	Раздел12 :Разложение резольвенты в ряд по λ . Итерированные ядра. Соотношения между итерированными ядрами. Симметричное ядро. Теорема о существовании решений задачи Штурма – Лиувилля для симметричного ядра.	3	1	1	2	Во-просы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
13	Раздел13 :Теорема о собственных функциях и характеристических числах симметричного ядра. Вырожденные характеристические числа, степень вырождения. Собственные функции вырожденных характеристических чисел и их ортогонализация.	3	1	1	2	Во-просы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2

14	Раздел14: Структура симметричного ядра. Число собственных функций.	3	1	1	2	Вопросы на лекции.	2	ОК-7, ОПК-2
15	Раздел15: Структура резольвенты для симметричного ядра.	3	1	1	2	Вопросы на лекции	2	ОК-7, ОПК-2
16	Раздел16: Структура итерированных ядер для симметричного ядра.	3	1	1	2	Вопросы на лекции	2	ОК-7, ОПК-2
17	Раздел17: Оценки для модулей характеристических чисел. Методы приближенного решения задачи Штурма-Лиувилля для симметричного ядра.		1	1	2	Вопросы на лекции	2	ОК-7, ОПК-2
	Итого		18	18	36	Экзамен	36	108

4.2. Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Линейное пространство функций. Функционалы. Линейные функционалы.

Раздел 2. Экстремум функционала, вариация функционала и функции, стационарная точка.

Раздел 3. Теорема о необходимом условии экстремума функционала

Раздел 4. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнения Эйлера – Лагранжа для основных функционалов.

Раздел 5. Ядро линейного функционала – обобщенная функция. Определение δ – функции и ее простейшие свойства.

Раздел 6. δ – функция как предел непрерывной функции. Связь δ – функции с ортонормированными системами функций.

Раздел 7. Фурье – разложение δ – функции. Функция Грина линейного уравнения и ее связь с δ – функцией. Связь δ – функции и θ – функции

Раздел 8. Интегральные уравнения. Примеры интегральных уравнений. Классификация интегральных уравнений. Примеры интегральных преобразований

Раздел 9. Уравнения с разностным ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Уравнение

Абеля.

Раздел 10. Задача Штурма – Лиувилля : общая постановка задачи. Задача Штурма – Лиувилля для уравнения с вырожденным ядром.

Раздел 11. Резольвента уравнения Фредгольма второго рода. Уравнения для резольвенты. Резольвента для уравнения с разностным ядром.

Раздел 12. Разложение резольвенты в ряд по λ . Итерированные ядра. Соотношения между итерированными ядрами. Симметричное ядро. Теорема о существовании решений задачи Штурма– Лиувилля для симметричного ядра.

Раздел 13. Теорема о собственных функциях и характеристических числах симметричного ядра. Вырожденные характеристические числа, степень вырождения. Собственные функции вырожденных характеристических чисел и их ортогонализация.

Раздел 14. Структура симметричного ядра. Число собственных функций.

Раздел 15. Структура резольвенты для симметричного ядра

Раздел 16. Структура итерированных ядер для симметричного ядра.

Раздел 17. Оценки для модулей характеристических чисел. Методы приближенного решения задачи Штурма-Лиувилля для симметричного ядра.

4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Форма проведения	Формируемые компетенции
1	Раздел 3.	Теорема о необходимом условии экстремума функционала	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
2	Раздел 4.	Основная лемма вариационного исчисления. Уравнения Эйлера – Лагранжа для основных функционалов.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
3	Раздел 5.	Ядро линейного функционала – обобщенная функция. Определение δ – функции и ее простейшие свойства.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
4	Раздел 6.	δ – функция как предел непрерывной функции. Связь δ – функции с ортонормированными системами функций.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
5	Раздел 7.	Фурье – разложение δ – функции. Функция Грина линейного уравнения и ее связь с	Активная и интерактив-	ОК-7, ОПК-2

		δ – функцией. Связь δ – функции и θ – функции	ная	
6	Раздел 8.	Интегральные уравнения. Примеры интегральных уравнений. Классификация интегральных уравнений. Примеры интегральных преобразований	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
7	Раздел 9.	Уравнения с разностным ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Уравнение Абеля.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
8	Раздел 10.	Задача Штурма – Лиувилля : общая постановка задачи. Задача Штурма -Лиувилля для уравнения с вырожденным ядром.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
9	Раздел 11.	Резольвента уравнения Фредгольма второго рода. Уравнения для резольвенты. Резольвента для уравнения с разностным ядром.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2
10	Раздел 12.	Разложение резольвенты в ряд по λ . Итерированные ядра. Соотношения между итерированными ядрами. Симметричное ядро. Теорема о существовании решений задачи Штурма – Лиувилля для симметричного ядра.	Активная и интерактивная	ОК-7, ОПК-2

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

5.1. Текущий контроль

Текущий контроль осуществляется в форме вопросов на лекции, опроса перед практическим занятием.

а) Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

Задания для контроля

Вариант 1.

$$I(y) = \int_0^1 (2e^y - y^2) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = e.$$

1. Найти возможную экстремаль

2. Решить изопериметрическую задачу $I(y) = \int_0^1 (x^2 + (y')^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$,
 $\int_0^1 y^2 dx = 2$.

3. Исследовать на слабый экстремум $I(y) = \int_0^{\pi/4} (5y^2 - 2(y')^2) e^{-x} dx$, $y(0) = 1$, $y(\pi/2) = 0$.

Вариант 2.

1. Найти возможную экстремаль $I(y) = \int_0^1 ((y')^2 + 4y^2) dx$, $y(0) = e^2$, $y(1) = 1$.

2. Решить изопериметрическую задачу $I(y) = \int_0^1 (y')^2 dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1/4$,
 $\int_0^1 (y - (y')^2) dx = \frac{1}{12}$.

3. Исследовать на слабый экстремум $I(y) = \int_0^5 (y')^3 dx$, $y(0) = 0$, $y(5) = 15$.

Вариант 3.

- Найти возможную экстремаль $I(y) = \int_1^e (x(y')^2 + yy') dx$, $y(1) = 0$, $y(e) = 1$.
- Решить изопериметрическую задачу $x_1(0) = x_2(0) = x_2(1) = 0$, $x_1(1) = 2$.
- Исследовать на слабый экстремум $I(y) = \int_1^2 \frac{(y')^3}{x^4} dx$, $y(1) = 1$, $y(2) = 15$.

Вариант 4.

1. Найти возможную экстремаль $I(y) = \int_0^{\pi} (4y \cos x + (y')^2 - y^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(\pi) = 0$.

2. Решить изопериметрическую задачу $x_1(0) = x_1(1) = x_2(0) = 0$, $x_2(1) = 1$.

3. Исследовать на слабый экстремум $I(y) = \int_1^{16} (5y^2 + 16x^2(y')^2) dx$, $y(1) = 1$, $y(16) = 2^{-5}$.

4. Найти общий вид экстремалей $I(x) = \int_a^b \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{1 + (y')^2} dx$.

Вариант 5.

- $I(y) = \int_0^1 y(y')^2 dx$, $y(0) = 1$, $y(1) = \sqrt[3]{4}$.
5. Найти возможную экстремаль
6. Решить изопериметрическую задачу $x_1(0) = x_2(0) = 0$, $x_1(1) = 1$, $x_2(1) = -3$.
- $I(y) = \int_{1/2}^2 (36(y')^2 - \frac{5y^2}{x^2}) dx$, $y(1/2) = 2^{-5/6}$, $y(2) = 2^{5/6}$.
7. Исследовать на слабый экстремум

б) Примерная тематика рефератов, эссе, докладов

не предусмотрено

в) Примерные темы курсовых работ, критерии оценивания

не предусмотрено

5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы

Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.

Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом (семинарском) занятии.

Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины.

Конспектирование источников.

Работа с конспектом лекций, -подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом. Решение тестовых заданий, решение задач и другие виды работ.

Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме.

Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и другое. Изложение основных аспектов проблемы, анализ мнений авторов и формирование собственного суждения по исследуемой теме.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Интегральные уравнения

1. *Что такое интегральное преобразование, и какие преобразования вам известны

2. *Что такое интегральное уравнение (ИУ)
3. *Какие ИУ называются однородными
4. *Записать общий вид линейного ИУ
5. *Что такое ядро интегрального преобразования
6. *Каковы основные типы линейных ИУ
7. *В чем различие между ИУ Вольтерра и Фредгольма
8. ИУ Вольтерра как частный случай ИУ Фредгольма
9. Записать выражение для интегрального оператора через ядро
10. *Какие векторы называются ортогональными
11. Как ортогонализировать неортогональную систему функций
12. Какие ортогональные системы называются полными
13. *Что такое ортонормированный базис
14. *Дать определения линейного оператора
15. *Что такое собственный вектор и собственное значение некоторого оператора
16. *Какие операторы называются симметричными (эрмитовыми)
17. *Что характерно для собственных функций и собственных чисел эрмитового оператора
18. *Что такое кратность вырождения собственного значения
19. *Сформулировать задачу Штурма-Лиувилля
20. *Что такое собственная функция оператора Штурма-Лиувилля
21. *Является ли оператор Штурма-Лиувилля симметричным
22. *Что характерно для собственных функций оператора Штурма-Лиувилля
23. Какой оператор Штурма-Лиувилля называется неособенным (особенным)
24. *Какой оператор является обратным оператору Штурма-Лиувилля и что под этим понимается
25. *Какой оператор является обратным оператору Фредгольма с симметричным и непрерывным ядром и что под этим понимается
26. Сформулировать теорему Фредгольма для неоднородного интегрального уравнения
27. Что такое резольвента ядра

Вариационное исчисление

28. *Какие задачи решает вариационное исчисление
29. *Дать определение линейного пространства
30. *Привести примеры линейных пространств
31. *Дать определение функционала в линейном пространстве
32. Привести примеры функционалов в линейном пространстве
33. Дать определение линейного функционала и привести примеры
34. *Дать определение относительного минимума (максимума) функционала
35. *Дать определение вариации функционала и вариации функции
36. *Сформулировать необходимое условие экстремума функционала
37. *Дать определение стационарной точки функционала
38. Сформулировать основную лемму вариационного исчисления
39. Записать уравнения Эйлера-Лагранжа для простейшего функционала

Вопросы, помеченные *, необходимо знать для получения положительной оценки на экзамене

Промежуточный контроль: _____ экзамен _____

зачет / экзамен

Перечень вопросов к экзамену

Интегральные уравнения.

1. Основные типы интегральных уравнений
2. Уравнения Вольтерра
3. Основные понятия, связанные с пространством квадратично интегрируемых функций
4. Ортогональные системы векторов
5. Линейные операторы и действия с ними
6. Действия с линейными операторами, собственные векторы, собственные и характеристические числа
7. Симметричные и вполне непрерывные операторы
8. Оператор Фредгольма с квадратично интегрируемым ядром
9. Вычисление собственных функций и собственных значений
10. Постановка задачи Штурма-Лиувилля
11. Доказательство полноты системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля в неособом случае
12. Доказательство полноты системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля в особом случае
13. Неоднородные интегральные уравнения с симметричным ядром
14. Неоднородные интегральные уравнения с произвольным ядром Доказательство теоремы Фредгольма для системы линейных уравнения
15. Неоднородные интегральные уравнения с произвольным ядром. Вторая часть доказательства теоремы Фредгольма. Альтернатива Фредгольма
16. Метод последовательных приближений
17. Повторные (итерированные) ядра, определение резольвенты
18. Теорема о связи резольвенты с оператором Фредгольма. Уравнение для резольвенты
19. Ряд Фурье для резольвенты оператора Фредгольма с симметричным ядром

Вариационное исчисление

20. Какие задачи решает вариационное исчисление. Дать определение линейного пространства и привести примеры
21. Дать определение линейного нормированного пространства и привести примеры
22. Дать определение линейного функционала в линейном пространстве, привести примеры функционалов
23. Дать определение относительного минимума (максимума) функционала, вариации функционала и функции, стационарной точки
24. Доказать теорему о необходимом условии экстремума функционала
25. Доказать основную лемму вариационного исчисления
26. Получить уравнения Эйлера-Лагранжа для функционалов

$$\int_a^b f(x, y, y') dx$$

27. Получить уравнения Эйлера-Лагранжа для функционалов

$$\int_a^b f(x, y, u, \partial u / \partial x, \partial u / \partial y) dx dy$$

Образцы тестов, заданий к зачету, билетов, тестов, заданий к экзамену

1. Записать выражение для интегрального оператора через ядро

2. Какие векторы называются ортогональными
3. Как ортогонализировать неортогональную систему функций
4. Какие ортогональные системы называются полными
5. Что такое ортонормированный базис
6. Дать определения линейного оператора
7. Что такое собственный вектор и собственное значение некоторого оператора
8. Какие операторы называются симметричными (эрмитовыми)
9. Что характерно для собственных функций и собственных чисел эрмитового оператора
10. Что такое кратность вырождения собственного значения
11. Сформулировать задачу Штурма-Лиувилля
12. Что такое собственная функция оператора Штурма-Лиувилля

Образец экзаменационных билетов по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»:

РГГМУ

Кафедра высшей математики и теоретической механики

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»:

Экзаменационный билет № 12

1. Задача Штурма-Лиувилля.
2. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
3. Задача: Получить уравнения Эйлера-Лагранжа для функционалов

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

(обязательно включаются издания, представленные в ЭБС университета)

1. Шилов Г.Е., Математический анализ. Специальный курс.
2. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н, Курс современного анализа, т.1.
3. Владимиров В.С., Уравнения математической физики.
4. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. - М.: Изд-во ЛКИ, 2008.
5. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление. Задачи и примеры с подробными решениями. - М.: Эдиториал УРСС, 2002
6. Васильева А.Б., Тихонов А.Н. Интегральные уравнения. М.: Изд. МГУ, 1989.
7. Багров В. Г., Белов В. В., Задорожный В. Н., Трифонов А. Ю. Элементы современной математической физики. Изд. ТПУ, Томск, 2004.

8. Багров В. Г., Белов В. В., Задорожный В. Н., Трифонов А. Ю. Методы математической физики. Т. 1, 2, 3. Томск. Издательство научно-технической литературы, 2002.

б) дополнительная литература:

1. Краснов М.П. Интегральные уравнения. Введение в теорию. М.: Наука, 1981.
2. Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.
3. Основы вариационного исчисления. М.: Наука, 1980.
4. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. – М.: Физматлит., 1961

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234983>

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222878>>.

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=264983>

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=272878>>.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины.

Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.

Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.

Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом (семинарском) занятии.

Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины.

Конспектирование источников.

Работа с конспектом лекций, -подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом. Решение тестовых заданий, решение задач и другие виды работ.

Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме.

Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и другое. Изложение основных аспектов проблемы, анализ мнений авторов и формирование собственного суждения по исследуемой теме.

8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного

процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Тема (раздел) дисциплины	Образовательные и информационные технологии	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Раздел1:Линейное пространство функций. Функционалы. Линейные функционалы.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел2:Экстремум функционала, вариация функционала и функции, стационарная точка.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел3:Теорема о необходимом условии экстремума функционала.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел4: Основная лемма вариационного исчисления. Уравнения Эйлера – Лагранжа для основных функционалов.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел5:Ядро линейного функционала – обобщенная функция. Определение δ – функции и ее простейшие свойства.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел6: δ – функция как предел непрерывной функции. Связь δ – функции с ортонормированными системами функций.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел7:Фурье – разложение δ – функции. Функция Грина линейного уравнения и ее связь с δ – функцией. Связь δ – функции и θ – функции.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел8: Интегральные уравнения. Примеры интегральных уравнений. Класси-	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной об-	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8

<p>фикация интегральных уравнений. Примеры интегральных преобразований</p>	<p>разовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	
<p>Раздел9: Уравнения с разностным ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Уравнение Абеля.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>
<p>Раздел10:Задача Штурма – Лиувилля : общая постановка задачи. Задача Штурма – Лиувилля для уравнения с вырожденным ядром.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>
<p>Раздел11: Резольвента уравнения Фредгольма второго рода. Уравнения для резольвенты. Резольвента для уравнения с разностным ядром.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>
<p>Раздел12 :Разложение резольвенты в ряд по λ. Итерированные ядра. Соотношения между итерированными ядрами. Симметричное ядро. Теорема о существовании решений задачи Штурма – Лиувилля для симметричного ядра.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>
<p>Раздел13 :Теорема о собственных функциях и характеристических числах симметричного ядра. Вырожденные характеристические числа, степень вырождения. Собственные функции вырожденных характеристических чисел и их ортогонализация.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>
<p>Раздел14: Структура симметричного ядра. Число собственных функций.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>
<p>Раздел15: Структура резольвенты для симметричного ядра.</p>	<p>Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности,</p>	<p>Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8</p>

	организация и проведение консультаций.	
Раздел16: Структура итерированных ядер для симметричного ядра.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8
Раздел17: Оценки для модулей характеристических чисел. Методы приближенного решения задачи Штурма-Лиувилля для симметричного ядра.	Чтение лекций, проведение лабораторных занятий, организация самостоятельной образовательной деятельности, организация и проведение консультаций.	Internet, Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

При изучении дисциплины «**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**», помимо обычного оборудования учебной аудитории, рекомендуется использовать технические средства обучения (персональные компьютеры, медиапроектор).

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются:

- лекции-визуализации (с использованием слайд-презентаций);
- для размещения учебных и методических материалов по дисциплине, а также для проведения контрольно-проверочного тестирования по каждой теме используется виртуальная образовательная среда Университета (программа Moodle);
- для проведения компьютерного тестирования используется программа Moodle в компьютерном классе (2 варианта по 20 вопросов);
- организация взаимодействия преподавателя со студентами для осуществления консультационной работы по подготовке к семинарским (практическим) занятиям и подбору необходимой литературы, помимо консультаций, осуществляется посредством электронной почты и форумов.

1. Компьютерный класс.
2. Мультимедийный проектор.
3. Лаборатория информационных технологий.