

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра прикладной океанографии ЮНЕСКО-МОК и охраны природных вод

Рабочая программа по дисциплине

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

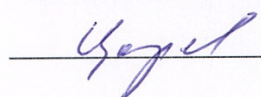
**05.03.05 «Прикладная гидрометеорология»**

Направленность (профиль):  
**Прикладная океанология**

Квалификация:  
**Бакалавр**

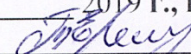
Форма обучения  
**Очная/заочная**

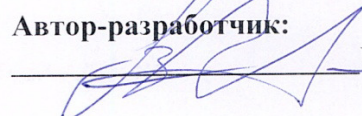
Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Прикладная океанология»

 В.А. Царев

Утверждаю  
Председатель УМС  И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета  
11 06 2019 г., протокол № 7

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры  
16 05 2019 г., протокол № 9  
Зав. кафедрой  Еремина Т.Р.

Автор-разработчик:  
 Чанцев В.Ю.

Санкт-Петербург 2019

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Численные методы математического моделирования» является формирование у бакалавров прикладной гидрометеорологии, обучающихся по профилю прикладная океанология, представления о численных методах решения дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих динамику океана.

Основные задачи дисциплины:

- ознакомление с численными методами, применяемыми в современных гидротермодинамических моделях океана,
- получение представлений о различных типах численных аппроксимаций по пространству и интегрирования по времени уравнений в частных производных,
- изучение основных критериев устойчивости численных схем,
- приобретения навыков решения конечно-разностными методами уравнений в частных производных, описывающих динамику океана.

Дисциплина изучается всеми студентами, обучающимися по программе подготовки бакалавров на океанологическом факультете.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Численные методы математического моделирования» для направления подготовки 05 03 05 – Прикладная гидрометеорология по профилю подготовки «Прикладная океанология» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить разделы дисциплин: «Математика», «Общая океанология», «Гидромеханика».

Параллельно с дисциплиной «Численные методы математического моделирования» изучаются «Математические методы решения океанологических задач», «Физика океана».

Дисциплина «Численные методы в океанологии» является базовой для освоения дисциплин «Динамика океана», «Морские гидрологические прогнозы», «Моделирование морских экосистем».

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Компетенция
ОПК-1	способность представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики
ОПК-3	способность анализировать и интерпретировать данные натурных и лабораторных наблюдений, теоретических расчетов и моделирования

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины «Численные методы математического моделирования» обучающийся должен:

Знать:

- основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана (ОПК-1).
- различные типы численных аппроксимаций по пространству и интегрирования по времени уравнений в частных производных (ОПК-3),

- основные критерии устойчивости численных схем (ОПК-1, ОПК-3),

Уметь:

- применять конечно-разностные методы для решения уравнений в частных производных, описывающих динамику океана (ОПК-3);

Владеть:

- современным программным обеспечением, которое может быть использовано при реализации численных методов в океанологии (ОПК-3).

Основные признаки проявленности формируемых компетенций в результате освоения дисциплины «Численные методы математического моделирования» сведены в таблице.

### Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

Компетенция	Уровень освоения		
	Минимальный	Базовый	Продвинутый
<b>ОПК-1</b> - способность представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики	Знает основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана	Знает основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана и подходы, позволяющие использовать их для представления о современном состоянии среды	Знает основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана и подходы, позволяющие использовать их для представления о современном состоянии среды. Понимает особенности получения адекватных решений.
	Умеет использовать основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана, но слабо представляет их особенности	Умеет использовать основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана и умеет использовать их особенности.	Умеет использовать основные численные методы, применяемые в современных гидротермодинамических моделях океана, умеет использовать их особенности и выявлять закономерности.
	Владеет навыками использования численных методов, применяемых в современных гидротермодинамических моделях океана, но испытывает затруднения при определении применимости аппроксимации..	Владеет навыками использования численных методов, применяемых в современных гидротермодинамических моделях океана, с учетом применимости аппроксимации	Владеет навыками использования численных методов, применяемых в современных гидротермодинамических моделях океана. Владеет методами определения устойчивости и сходимости.
<b>ОПК-3</b> - способность анализировать и интерпретировать данные натурных и лабораторных наблюдений, теоретических расчетов и моделирования	Знает различные типы численных аппроксимаций по пространству и интегрирования по времени уравнений в частных производных	Знает различные типы численных аппроксимаций по пространству и интегрирования по времени уравнений в частных производных и основные критерии устойчивости численных схем.	Знает различные типы численных аппроксимаций по пространству и интегрирования по времени уравнений в частных производных, основные критерии устойчивости численных схем и методы проведения теоретических расчетов.
	Умеет проводить вычисления на различных типах численных аппроксимаций по пространству и интег-	Умеет проводить вычисления на различных типах численных аппроксимаций дифференциальных уравне-	Умеет проводить вычисления на различных типах численных аппроксимаций дифференциальных

	ривования по времени уравнений в частных производных	ний в частных производных с самостоятельным заданием критериев устойчивости.	уравнений в частных производных с самостоятельным заданием критериев устойчивости и достижением быстрой сходимости.
	Владеет современным программным обеспечением, которое может быть использовано при реализации численных методов в океанологии	Владеет современным программным обеспечением, которое может быть использовано при реализации численных методов в океанологии с написанием программного кода.	Владеет современным программным обеспечением, которое может быть использовано при реализации численных методов в океанологии с написанием программного кода и его оптимизации.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часов.

Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий  
в академических часах)

Объем дисциплины	Всего часов	
	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b>	<b>56</b>	<b>16</b>
в том числе:		
лекции	<b>28</b>	<b>8</b>
лабораторные занятия	<b>28</b>	<b>8</b>
<b>Самостоятельная работа (СРС) – всего:</b>	<b>88</b>	<b>128</b>
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен (4)</b>

#### 4.1. Структура дисциплины

##### Очная форма обучения

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Лаборат.	Самост. работа			
1	Введение	5	4	0	8	Коллоквиум	2	ОПК-1
2	Конечно-разностные методы решения	5	16	20	48	Расчетно-графическая работа	12	ОПК-1 ОПК-3

<b>3</b>	Современные численные модели океана	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>32</b>	Коллоквиум	<b>4</b>	<b>ОПК-1 ОПК-3</b>
<b>ИТОГО</b>			<b>28</b>	<b>28</b>	<b>88</b>		<b>18</b>	<b>144</b>

### Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Сессия	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Лаборат.	Самост. работа			
<b>1</b>	Введение	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	Коллоквиум	<b>1</b>	<b>ОПК-1</b>
<b>2</b>	Конечно-разностные методы решения	<b>9</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>80</b>	Расчетно-графическая работа	<b>2</b>	<b>ОПК-1 ОПК-3</b>
<b>3</b>	Современные численные модели океана	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	Коллоквиум	<b>1</b>	<b>ОПК-1 ОПК-3</b>
<b>ИТОГО</b>			<b>8</b>	<b>8</b>	<b>128</b>		<b>4</b>	<b>144</b>

## 4.2. Содержание разделов дисциплины

### 4.2.1 Введение

Развитие и использование численных методов в океанологических моделях. Дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие динамику океана. Начальные и краевые условия. Метод сеток.

### 4.2.2 Конечно-разностные методы решения уравнений в частных производных

Условие согласования. Ошибка аппроксимации. Порядок аппроксимации. Центральные и направленные разности. Сходимость и устойчивость конечно-разностных схем. Диссипация в численных схемах. Эффект вычислительной дисперсии. Условие Куранта-Фридрихса-Леви. Эффект вычислительной вязкости.

Явные и неявные методы интегрирования уравнений гидротермодинамики. Метод прогонки. Схема Кранка-Николсона. Вычислительные сетки Аракавы. Полуявный и метод расщепления для представления адвективных и других членов в прогностических уравнениях динамики океана. Схема интегрирования уравнений движения leap frog.

### 4.2.3 Современные численные модели океана

Схемы более высокого порядка точности аппроксимации производных по пространству. Системы координат, используемые в океанологических моделях. Другие методы: спектральные, конечных элементов и конечных объемов. Криволинейные и неструктуриро-

ванные расчетные сетки. Способы дискретизации по вертикальным координатам. Пространственное и временное разрешение современных моделей океана.

#### 4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика лабораторных занятий	Форма проведения	Формируемые компетенции
1	2	Численное решение одномерного уравнения диффузии	Расчетно-графическая работа	ОПК-1 ОПК-3
2	2	Численное решение одномерного уравнения адвекции	Расчетно-графическая работа	ОПК-1 ОПК-3
3	2	Численное решение одномерного уравнения адвекции-диффузии	Расчетно-графическая работа	ОПК-1 ОПК-3

**5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

##### 5.1. Текущий контроль

В качестве текущего контроля используются результаты расчетно-графических работ, выполняемых на лабораторных занятиях, коллоквиумов на лекционных занятиях.

##### А) Вопросы коллоквиумов

##### Вопросы коллоквиума по разделу «Введение»

Основные дифференциальные уравнения, описывающие динамику океана. Начальные и краевые условия.

##### Вопросы коллоквиума по разделу «Современные численные модели океана»

1. Сферические системы координат со смещением полюсов.
2. Криволинейные сетки.
3. Неструктурированные сетки.
4. Z-вертикальная координата
5. Сигма-вертикальная координата
6. Изопикническая вертикальная координата

##### Шкала оценивания - двухбалльная

##### Критерии выставления оценки:

- оценка «зачтено»: ответы на вопросы коллоквиума демонстрируют владение материалом;
- оценка «не зачтено»: ответы на вопросы коллоквиума не демонстрируют владение материалом

## Б) Расчетно-графические работы

### Перечень расчетно-графических работ

1. Численное решение одномерного уравнения диффузии
2. Численное решение одномерного уравнения адвекции
3. Численное решение одномерного уравнения адвекции-диффузии

### *Пример расчетно-графической работы*

#### Численное решение одномерного уравнения диффузии

**Цель работы** получить навык построения разностной аппроксимации дифференциального уравнения второго порядка с начальными и граничными условиями и получения численного решения.

**Исходные данные:** Длина пространственной оси  $X$ , шаг пространственной сетки  $\Delta x$ , период интегрирования  $T$ , шаг по времени  $\Delta t$  и коэффициент диффузии  $K$ .

**Выполнение работы:**

$$\frac{\partial f}{\partial t} = K \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

Используя разложение функций  $f(x+\Delta x)$  и  $f(x-\Delta x)$  определить ошибку разностной аппроксимации уравнения диффузии:

$$\frac{f_x^{t+\Delta t} - f_x^t}{\Delta t} = K \frac{f_{x+\Delta x}^t - 2f_x^t + f_{x-\Delta x}^t}{\Delta x^2} + O(\Delta x^n)$$

Привести разностную аппроксимацию к рекуррентному виду

Построить алгоритм численного решения рекуррентного уравнения

Провести вычисление эволюции  $f$  в области  $X-t$ .

### **Составление отчета**

1. Описание уравнений, по которым производились расчеты.
2. Результаты расчетов в виде графиков.
3. Анализ полученных результатов с оценкой точности вычисления.

### **Шкала оценивания - двухбалльная**

#### **Критерии выставления оценки:**

- оценка «зачтено»: студент получил индивидуальные значения задаваемых параметров, предоставил письменный отчет, аргументированно обосновал свой выбор, ответы на вопросы по работе демонстрируют владение материалом;
- оценка «не зачтено»: студент не получил индивидуальные значения задаваемых параметров, не предоставил письменный отчет, текст отчета не является оригинальным, ответы на вопросы по работе не демонстрируют владение материалом

### **5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы**

Вид учебных занятий	Организация самостоятельной работы студента
Лекции	Проработать теоретический материал по конспектам лекций. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

Лабораторные занятия	Проработать по конспекту лекций и рекомендуемым источникам соответствующий теоретический материал для понимания задач, разбираемых на лабораторных занятиях. Подготовить отчет по расчетному заданию
Самостоятельная работа по темам	Изучить материал по рекомендованной литературе. Законспектировать, обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Использовать для проверки вопросы для самоконтроля
Подготовка к коллоквиуму и экзамену	При подготовке к коллоквиуму и экзамену ориентироваться на перечень вопросов коллоквиума или экзамена, рекомендованную литературу, конспект лекций, материалы расчетных заданий

### 5.3. Промежуточная аттестация: экзамен.

Формат экзамена - устный опрос по билету. Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса

#### Перечень вопросов к экзамену

1. Использование численных методов в океанологических моделях.
2. Основные дифференциальные уравнения, описывающие динамику океана.
3. Начальные и краевые условия.
4. Метод сеток.
5. Условие согласования и сходимости конечно-разностных схем.
6. Ошибка аппроксимации. Порядок аппроксимации.
7. Центральные и направленные разности аппроксимации.
8. Устойчивость конечно-разностных схем.
9. Диссипация в численных схемах.
10. Эффект вычислительной дисперсии.
11. Условие Куранта-Фридрихса-Леви.
12. Эффект вычислительной вязкости.
13. Явные и неявные методы интегрирования уравнений гидротермодинамики.
14. Схема Кранка-Николсона.
15. Метод прогонки.
16. Численное решение одномерного уравнения адвекции-диффузии
17. Вычислительные сетки Аракавы.
18. Полуявный метод для представления адвективных и других членов в прогностических уравнениях динамики океана.
19. Метод расщепления.
20. Схема интегрирования уравнений движения leap frog.
21. Схемы более высокого порядка точности аппроксимации производных по пространству.
22. Системы координат, используемые в океанологических моделях.
23. Сферические системы координат со смещением полюсов.
24. Спектральные методы
25. Метод конечных элементов
26. Метод конечных объемов.
27. Криволинейные сетки.



- 28. Неструктурированные сетки.
- 29. Z-вертикальная координата
- 30. Сигма- вертикальная координата
- 31. Изопикническая вертикальная координата
- 32. Пространственное и временное разрешение современных моделей океана.

### **Шкала оценивания четырехбалльная**

#### **Критерии выставления оценки**

- оценка «отлично»: полное раскрытие заданной проблемы и исчерпывающий ответ на дополнительные вопросы по рассматриваемой теме;
- оценка «хорошо»: раскрытие заданной проблемы в основном и общий ответ на дополнительные вопросы по рассматриваемой теме;
- оценка «удовлетворительно»: неполное раскрытие заданной проблемы и неполный ответ на дополнительные вопросы по рассматриваемой теме;
- оценка «неудовлетворительно»: слабое представление заданной проблемы или его отсутствие.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

- Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т.1 – Л.: Гидрометеиздат, 1979.-136 с.
- Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т.1 Основные положения и общие методы – М.: Мир, 1991.-505 с.
- Пейре Р., Тейлор Т.Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. Л.: Гидрометеиздат, 1986. -352 с.
- Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач – М.: Мир, 1972.-421 с.

### **б) дополнительная литература:**

- Kantha L.H., Clayson C.A. Numerical models of oceans and oceanic processes. International geophysics series. V. 66 – San Diego, California, USA: Academic press, 2000. – 981 p.
- Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.
- Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т.2 – Л.: Гидрометеиздат, 1982.-360 с.
- Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т.2 Методы расчета различных течений – М.: Мир, 1991.-553 с.

### **в) программное обеспечение:**

1. Операционная система Windows 7
2. Пакет прикладных программ Microsoft Office

### **г) Интернет-ресурсы:**

виртуальная образовательная среда РГГМУ Sakai (<http://sakai.rshu.ru>)

**д) профессиональные базы данных:** не предусмотрены

**е) информационные справочные системы:** не предусмотрены

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекции	<p>Присутствовать на лекции. Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</p> <p>Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции, на консультации, или с использованием удаленного доступа через Интернет</p>
Лабораторные занятия	<p>Выполнение лабораторных работ. Освоение предлагаемого программного обеспечения, следуя инструкциям, для выполнения расчетно-графических работ.</p> <p>Защита результатов расчетных графических работ. Дополнительные вопросы. Дискуссия.</p>
Самостоятельная работа	<p>Знакомство с основной и дополнительной литературой. Изложение основных аспектов проблемы, анализ и формирование собственного суждения по исследуемой теме.</p> <p>Выполнение расчетно-графических работ. Проведение расчетов. Построение графиков. Анализ полученных результатов.</p> <p>Подготовка к коллоквиуму.</p>
Подготовка к коллоквиуму и экзамену	<p>При подготовке к коллоквиуму и экзамену ориентироваться на перечень вопросов коллоквиума или экзамена, рекомендованную литературу, конспект лекций, материалы расчетных заданий</p>

**8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Тема (раздел) дисциплины	Образовательные и информационные технологии	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Введение	<p>лекции с использованием слайд-презентаций с графическими объектами</p> <p>организация взаимодействия преподавателя со студентами посредством виртуальной образовательной среды РГГМУ Sakai</p>	<p>Операционная система Windows 7</p> <p>Пакет прикладных программ Microsoft Office</p> <p>виртуальная образовательная среда РГГМУ Sakai (<a href="http://sakai.rshu.ru/">http://sakai.rshu.ru/</a>)</p>
Конечно-разностные методы решения	<p>лекции с использованием слайд-презентаций с графическими объектами</p> <p>организация взаимодействия преподавателя со студентами посредством виртуальной образовательной среды РГГМУ Sakai</p>	<p>Операционная система Windows 7</p> <p>Пакет прикладных программ Microsoft Office</p> <p>виртуальная образовательная среда РГГМУ Sakai (<a href="http://sakai.rshu.ru/">http://sakai.rshu.ru/</a>)</p>

Современные численные модели океана	лекции с использованием слайд-презентаций с графическими объектами организация взаимодействия преподавателя со студентами посредством виртуальной образовательной среды РГГМУ Sakai	Операционная система Windows 7 Пакет прикладных программ Microsoft Office виртуальная образовательная среда РГГМУ Sakai ( <a href="http://sakai.rshu.ru/">http://sakai.rshu.ru/</a> )
-------------------------------------	--	---

## 9. Материально-техническое и информационно обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение программы соответствует действующим санитарно-техническим и противопожарным правилам и нормам и обеспечивает проведение всех видов практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Учебный процесс обеспечен аудиториями, комплектом лицензионного программного обеспечения, библиотекой РГГМУ.

**Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектована специализированной мебелью.**

**Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа** укомплектована специализированной мебелью, мультимедийным оборудованием, компьютерами с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации

**Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования:** ноутбука, переносного экрана, проектора.

**Помещение для самостоятельной работы студентов.** Помещение оснащено: специализированной (учебной) мебелью, компьютерами с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации

## 10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.