

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра Высшей математики и теоретическо механики

Рабочая программа по дисциплине

**МАТЕМАТИКА**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

**05.03.05 Прикладная гидрометеорология**

Направленность (профиль):  
**Прикладная океанология**

Квалификация:  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная/Заочная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Прикладная океанология»

Царев В.А. Царев В.А.

Утверждаю  
Председатель УМС И.И. Палкин И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета  
11.06 2019 г., протокол № 7

Рассмотрена и утверждена на заседании  
кафедры  
«21» 05 2019 г., протокол № 10  
Зав. кафедрой Матвеев Ю.Л. /Матвеев Ю.Л.

Автор-разработчик:  
Демуров В.В.

Санкт-Петербург  
2019

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины «Математика» – подготовка бакалавров, владеющих знаниями в объеме, необходимом для изучения специальных дисциплин.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Математика» для направления подготовки 05.03.05 – Прикладная гидрометеорология относится к дисциплинам базовой части математического и естественнонаучного цикла.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить математические дисциплины среднего общего образования.

Параллельно с дисциплиной «Математика» изучаются дисциплины: «Физика», «Информатика».

Дисциплина «Математика» является базовой для освоения дисциплин «Учение об атмосфере», «Учение о гидросфере».

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

#### Компетентностная карта дисциплины

Код компетенции	Компетенция
ОПК-1 (частично)	обладать базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом метеорологических наук, для обработки информации и анализа данных по прикладной гидрометеорологии

Ключевыми компетенциями, формируемыми в процессе изучения дисциплины являются: ОПК-1

#### Уровневое описание признаков компетенции ОПК-1:

Уровень освоения	Признаки проявления
Продвинутый	Способен осуществлять анализ данных по прикладной гидрометеорологии
Базовый	Умеет осуществлять обработку информации
Минимальный	Имеет представление об основных разделах математики

В результате освоения дисциплины обучающийся:

**должен знать:**

- основные понятия математики;
- основные методы математики;
- основные методы применения математики к решению практических задач;

**должен уметь:**

– решать практические задачи различных типов;  
**должен иметь представление** о перспективных направлениях развития математических методов решения практических задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных единиц, 504 часа.

##### 4.1. Содержание разделов дисциплины

###### Очное обучение

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.
			Лекции	Практич.	Самост. работа		
1	Элементы линейной алгебры. Дифференциальное и интегральное исчисление функций	1	28	28	88	Опрос, тестирование	144
2	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	2	28	28	88	Опрос, тестирование	144
3	Кратные и криволинейные интегралы.	3	28	28	88	Опрос, тестирование	144
4	Математическая физика	4	14	14	44	Опрос, тестирование	72
	<b>ИТОГО</b>		<b>98</b>	<b>98</b>	<b>308</b>	<b>Экзамен, зачет</b>	<b>504</b>

##### 4.2. Лекционные занятия, их содержание

Наименование разделов и тем	Содержание
Элементы линейной алгебры. Дифференциальное и интегральное исчисление	<p>Определители, их свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Матрицы, действия с матрицами. Транспонирование матриц, обратная матрица. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы и их связь с рангом.</p> <p>Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма</p>

<p>функций</p>	<p>записи системы. Формулы Крамера. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Системы линейных однородных уравнений.</p> <p>Бином Ньютона. Функция, определение и способы задания. Обратная функция, суперпозиция функций. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченная последовательность. Свойства пределов. Монотонные последовательности. Точка сгущения. Предел функции. Односторонние пределы. Свойства пределов. Монотонные функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Классификация бесконечно малых функций. Непрерывность функции. Классификация разрывов. Теоремы о непрерывности монотонной функции. Свойства непрерывных функций. Теоремы Больцано – Коши, теоремы Вейерштрасса.</p> <p>Производная, определение и геометрический смысл. Формула для приращения функции. Правила вычисления производной. Производная обратной функции. Односторонняя производная, бесконечная производная. Дифференциал, его связь с производной. Инвариантность формы дифференциала. Теорема Ферма, теорема Ролля. Теорема Лагранжа, теорема Коши. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Вторая производная для функции, заданной параметрически. Правило Лопиталья.</p> <p>Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие экстремума. Выпуклость функции, точки перегиба. Асимптоты функции.</p> <p>Функции нескольких переменных. Двойные и повторные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Полное приращение функции нескольких переменных. Полный дифференциал, его геометрическая интерпретация для случая двух переменных. Производные от сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных.</p> <p>Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие правила интегрирования. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование простых дробей. Разложение правильных дробей на простые. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование выражений с радикалами. Простейшие подстановки, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям, замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы. Теоремы о сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры, площадь криволинейного сектора. Вычисление длины дуги кривой с помощью определенного интеграла. Объем тела вращения.</p>
<p>Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Обыкновенные дифференциальные уравнения.</p>	<p>Метод координат. Основное тождество метода координат. Расстояние между двумя точками на координатной оси. Декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками в декартовой системе координат. Задача о делении отрезка в данном отношении. Полярные координаты. Преобразование систем координат.</p> <p>Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, её свойства. Разложение вектора по осям координат. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Векторное произведение векторов, его свойства. Смешанное произведение векторов.</p> <p>Уравнение прямой на плоскости, различные формы записи. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности.</p>

	<p>Расстояние от точки до прямой. Эллипс, его каноническое уравнение. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Гипербола, её каноническое уравнение. Сопряженная гипербола. Эксцентриситет, директрисы и асимптоты гиперболы. Парабола, её канонические уравнения. Общее уравнение линий второго порядка, его приведение к каноническому виду. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между двумя плоскостями. Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости. Общее, каноническое и параметрическое уравнения прямой. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью. Поверхности второго порядка.</p> <p>Понятие линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость векторов, её свойства. Базис. Теоремы о разложении вектора по базису. Матрицы перехода от одного базиса к другому, связь между ними. Линейный оператор, определение и свойства. Матрица линейного оператора, её связь с базисом. Изменение матрицы при переходе к другому базису. Собственные числа и собственные векторы матрицы линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе из собственных векторов. Евклидово пространство. Ортогональная и ортонормированная система векторов. Скалярное произведение в ортонормированном базисе.</p> <p>Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Теорема о единственности ее решения. Общее и частное решения. Неполные дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Простейшие уравнения, приводящиеся к однородным. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, его свойства. Общее решение однородного линейного уравнения первого порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка, их механический и геометрический смысл. Теорема о единственности их решения. Граничная (краевая) задача. Общее и частное решение уравнений второго порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения порядка <math>n</math>, их свойства. Линейная независимость функций. Вронскиан. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения. Построение общего решения однородного и неоднородного линейного уравнения <math>n</math>-го порядка. Линейное однородное уравнение порядка <math>n</math> с постоянными коэффициентами. Построение его решения. Неоднородное линейное уравнение порядка <math>n</math>. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных для дифференциальных уравнений второго порядка.</p>
Кратные и криволинейные интегралы.	<p>Двойной интеграл, определение и свойства. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл, определение и свойства. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрическое приложение тройного интеграла.</p> <p>Криволинейный интеграл первого рода, его определение, вычисление и геометрический смысл. Криволинейный интеграл второго рода: определение, механический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Формула Грина. Теорема о четырех условиях эквивалентности.</p>
Математическая физика	<p>Дифференциальные уравнения в частных производных, их порядок. Решение дифференциального уравнения. Уравнение колебания струны. Уравнение колебания мембраны. Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнений различных типов.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения с частными производными, их свойства. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя</p>

	<p>независимыми переменными. Замена переменных в дифференциальном уравнении второго порядка. Приведение уравнений различных типов к каноническому виду.</p> <p>Общее решение волнового уравнения. Формула Д'Аламбера, ее частные случаи. Применение формулы Д'Аламбера к задаче с ограниченной и полуограниченной струной.</p> <p>Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Решение неоднородного волнового уравнения и волнового уравнения с неоднородными граничными условиями.</p> <p>Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Решение неоднородного уравнения теплопроводности и уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями. Уравнение теплопроводности для стержня бесконечной длины. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.</p> <p>Уравнение Лапласа. Различные краевые задачи. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле в круге методом Фурье. Формулы Грина. Потенциалы простого и двойного слоя. Метод функций Грина. Построение функций Грина. Задача Дирихле для полупространства и шара, для полуплоскости и круга. Сведение задачи Неймана к задаче Дирихле.</p>

#### 4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

Наименование разделов и тем	Содержание и формы проведения
<p>Элементы линейной алгебры. Дифференциальное и интегральное исчисление функций</p>	<p>Определители, их свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Матрицы, действия с матрицами. Транспонирование матриц, обратная матрица. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы и их связь с рангом.</p> <p>Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма записи системы. Формулы Крамера. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Системы линейных однородных уравнений.</p> <p>Предел функции. Односторонние пределы. Свойства пределов. Монотонные функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Классификация бесконечно малых функций. Непрерывность функции. Классификация разрывов. Теоремы о непрерывности монотонной функции. Свойства непрерывных функций. Теоремы Больцано – Коши, теоремы Вейерштрасса.</p> <p>Производная, определение и геометрический смысл. Формула для приращения функции. Правила вычисления производной. Производная обратной функции. Односторонняя производная, бесконечная производная. Дифференциал, его связь с производной. Инвариантность формы дифференциала.</p> <p>Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие экстремума. Выпуклость функции, точки перегиба. Асимптоты функции.</p> <p>Функции нескольких переменных. Двойные и повторные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Полное приращение функции нескольких переменных. Полный дифференциал, его геометрическая интерпретация для случая двух переменных. Производные от сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции нескольких</p>

	<p>переменных.</p> <p>Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие правила интегрирования. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование простых дробей. Разложение правильных дробей на простые. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование выражений с радикалами. Простейшие подстановки, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям, замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы. Теоремы о сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры, площадь криволинейного сектора. Вычисление длины дуги кривой с помощью определенного интеграла. Объем тела вращения.</p> <p>Форма практического занятия.</p>
<p>Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Обыкновенные дифференциальные уравнения.</p>	<p>Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, её свойства. Разложение вектора по осям координат. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Векторное произведение векторов, его свойства. Смешанное произведение векторов.</p> <p>Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости, различные формы записи. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности. Расстояние от точки до прямой. Эллипс, его каноническое уравнение. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Гипербола, её каноническое уравнение. Сопряженная гипербола. Эксцентриситет, директрисы и асимптоты гиперболы. Парабола, её канонические уравнения. Общее уравнение линий второго порядка, его приведение к каноническому виду. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между двумя плоскостями. Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости. Общее, каноническое и параметрическое уравнения прямой. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью. Поверхности второго порядка.</p> <p>Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Теорема о единственности ее решения. Общее и частное решения. Неполные дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Простейшие уравнения, приводящиеся к однородным. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, его свойства. Общее решение однородного линейного уравнения первого порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка, их механический и геометрический смысл. Теорема о единственности их решения. Граничная (краевая) задача. Общее и частное решение уравнений второго порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения порядка <math>n</math>, их свойства. Линейная независимость функций. Вронскиан. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения. Построение общего решения однородного и неоднородного линейного уравнения <math>n</math>-го порядка. Линейное однородное уравнение порядка <math>n</math> с постоянными коэффициентами. Построение его решения. Неоднородное линейное уравнение порядка <math>n</math>. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных для дифференциальных уравнений второго порядка.</p> <p>Форма практического занятия.</p>
<p>Кратные и криволинейные интегралы.</p>	<p>Двойной интеграл, определение и свойства. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл, определение и свойства. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном</p>

	<p>интеграле. Геометрическое приложение тройного интеграла.</p> <p>Криволинейный интеграл первого рода, его определение, вычисление и геометрический смысл. Криволинейный интеграл второго рода: определение, механический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Формула Грина.</p> <p>Форма практического занятия.</p>
Математическая физика	<p>Линейные дифференциальные уравнения с частными производными, их свойства. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Замена переменных в дифференциальном уравнении второго порядка. Приведение уравнений различных типов к каноническому виду.</p> <p>Общее решение волнового уравнения. Формула Д'Аламбера, ее частные случаи. Применение формулы Д'Аламбера к задаче с ограниченной и полуограниченной струной.</p> <p>Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Решение неоднородного волнового уравнения и волнового уравнения с неоднородными граничными условиями.</p> <p>Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Решение неоднородного уравнения теплопроводности и уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями. Уравнение теплопроводности для стержня бесконечной длины. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.</p> <p>Уравнение Лапласа. Различные краевые задачи. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле в круге методом Фурье.</p> <p>Форма практического занятия.</p>

#### **4.4 Вид и форма промежуточной аттестации**

Промежуточный контроль проводится в виде письменного контроля

#### **5. Используемые образовательные технологии**

Лекции, письменный контроль.

*Доля занятий с использованием активных и интерактивных методов составляет 33 %.*

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

##### **6.1. Текущий контроль**

Письменный контроль.

##### **6.2. Образцы тестовых заданий текущего контроля**

Задание:

Задание:

1. Вычислить определитель четвертого порядка.



$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 8 \\ -4 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Выполнить указанные действия с матрицами.

$$A \cdot B - 4C^2.$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 8 & -7 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \\ -1 & 3 & 4 \\ 6 & 7 & -6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений.

$$-9x_1 - 10x_2 - 8x_3 + 8x_4 = 26,$$

$$x_1 - 3x_2 - 7x_3 + x_4 = 17,$$

$$-3x_1 - 10x_2 - 9x_3 - 7x_4 = 85,$$

$$10x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 10x_4 = -115.$$

4. Вычислить пределы.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x + 4}{x^2 - x - 12},$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7x - x^2 - 12}{2x^2 - 11x + 15},$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{2x + 1} - 3},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{x^2 + 2x - 5},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x - 3}{2x + 1} \right)^{3x - 4}.$$

5. Вычислить производные.

$$y = 2x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}) - e^{-2x} \arcsin e^{2x},$$

$$y = x(2x^2 + 5)\sqrt{x^2 + 1} + 3\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}),$$

$$y = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \sin \ln x - (\sqrt{2} - 1) \cos \ln x \right) x^{\sqrt{2} + 1},$$

$$y = (\sin x)^{5e^x},$$

$$y \sin x = \cos(x - y).$$

6. Провести полное исследование поведения функции

$$y = \ln \frac{x}{x - 3} - 1.$$

7. Вычислить частные производные функций.

$$z = \arcsin \frac{y - 1}{x}; \quad z = y^{\ln x}.$$

8. Вычислить интегралы.

$$\int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx, \int \frac{x}{\cos^2 x} dx, \int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} + 2} dx,$$
$$\int \frac{\cos x}{2 + \cos x} dx, \int \sin^4 x \cos^4 x dx, \int \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}.$$

9. Записать уравнение прямой, проходящей через заданные точки.

$$A(-5, 2), B(-3, 4).$$

10. Привести уравнение кривой к каноническому виду.

$$2x^2 + 4y^2 + x - y - 1 = 0.$$

11. Записать уравнение плоскости, проходящей через заданные точки.

$$A(1, -1, 0), B(-1, 1, 5), C(2, 3, -1).$$

12. Решить дифференциальные уравнения.

$$y' \cos x = (y + 1) \sin x;$$

$$(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0;$$

$$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, y(0) = 0;$$

$$2xy'y'' = (y')^2 - 1;$$

$$y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x.$$

13. Вычислить кратные и криволинейные интегралы в указанных областях.

$$\iint_{(S)} dx dy, \quad y = x^2 - 2, y = x;$$

$$\iint_{(S)} (2 - x - y) dx dy, \quad y = \sqrt{x}, y = x, z \geq 0;$$

$$\iiint_V y dx dy dz, \quad z = \sqrt{8 - x^2 - y^2},$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, y \geq 0;$$

$$\int_{L_{OBA}} 2xy dx - x^2 dy,$$

$$O(0, 0), B(2, 0), A(2, 1).$$

14. Привести к каноническому виду уравнение второго порядка.

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 5u_y - u = 0.$$

15. Решить однородное волновое уравнение с заданными начальными и граничными условиями.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx};$$

$$u(0, t) = u_x(l, t) = 0;$$

$$u(x, 0) = \sin \frac{\pi}{2l} x, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

16. Решить неоднородное волновое уравнение с заданными начальными и граничными условиями.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (3x + 5)e^{-t};$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0;$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

17. Решить однородное уравнение теплопроводности с заданными граничными и начальным условием

$$u_t = a^2 u_{xx};$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0;$$

$$u(x, 0) = 8x + 2.$$

18. Решить уравнение теплопроводности с неоднородными граничными условиями

$$u_t = a^2 u_{xx};$$

$$u_x(0, t) = u_x(l, t) = 2;$$

$$u(x, 0) = 6x - 1.$$

19. Решить уравнение Лапласа с заданными граничными условиями в декартовых координатах.

$$\Delta u = 0,$$

$$u(0, y) = u_x(p, y) = 0,$$

$$u(x, 0) = 3x + 1, u(x, s) = 0.$$

20. Решить уравнение Лапласа с заданными граничными условиями в полярных координатах (в секторе круга).

$$\Delta u = 0,$$

$$u(r, 0) = u(r, \alpha) = 0,$$

$$u(R, \varphi) = \varphi + 6.$$

### 6.3. Методические указания по организации самостоятельной работы

Студентам необходимо пользоваться литературой по указанной дисциплине.

### 6.4. Промежуточный контроль

Экзамен, зачет

### Образцы тестов, заданий

1.  $\left(\frac{\sin 3x}{\ln x - 1}\right)', \int x \cos x dx.$

2.  $y' = \frac{1+x^2}{1+y^2}, 5x^2 + 5y^2 + 2x + 3y - 10 = 0.$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n^2+4}\right)^n, \iint_{(S)} (2x^2 + 3y^2) dx dy, y = x^2, y = x.$

4.  $9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} - 10u_x + u_y = 0.$

5.  $u_{tt} = a^2 u_{xx} + (2x-1)e^{-t};$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0;$$

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0.$$

6.  $u_t = a^2 u_{xx} - 5u + 3 \sin \frac{6\pi}{l} x;$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0;$$

$$u(x, 0) = 0.$$

7.  $u_x(0, y) = u_x(p, y) = 0,$

$$u(x, 0) = 8, u(x, s) = 2x - 1.$$

## Перечень вопросов к экзамену (зачету)

### 1 семестр.

1. Определители, их свойства.
2. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу).
3. Матрицы, действия с матрицами.
4. Транспонирование матриц, обратная матрица.
5. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы и их связь с рангом.
6. Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма записи системы. Формулы Крамера.
7. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
8. Теорема Кронекера – Капелли. Системы линейных однородных уравнений.
9. Бином Ньютона.
10. Функция, определение и способы задания. Обратная функция, суперпозиция функций.
11. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченная последовательность.
12. Свойства пределов. Монотонные последовательности.
13. Точка сгущения. Предел функции. Односторонние пределы. Свойства пределов. Монотонные функции.
14. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
15. Классификация бесконечно малых функций.
16. Непрерывность функции. Классификация разрывов.
17. Теоремы о непрерывности монотонной функции.
18. Свойства непрерывных функций. Теоремы Больцано – Коши, теоремы Вейерштрасса.
19. Производная, определение и геометрический смысл. Формула для приращения функции.
20. Правила вычисления производной. Производная обратной функции. Односторонняя производная, бесконечная производная.
21. Дифференциал, его связь с производной. Инвариантность формы дифференциала.
22. Теорема Ферма, теорема Ролля.
23. Теорема Лагранжа, теорема Коши.
24. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Вторая производная для функции, заданной параметрически.
25. Правило Лопиталья.
26. Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.
27. Выпуклость функции, точки перегиба.
28. Асимптоты функции.
29. Функции нескольких переменных. Двойные и повторные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных.
30. Частные производные. Полное приращение функции нескольких переменных.
31. Полный дифференциал, его геометрическая интерпретация для случая двух переменных.
32. Производные от сложных функций.
33. Производные и дифференциалы высших порядков.
34. Экстремум функции нескольких переменных.
35. Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие правила интегрирования.
36. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям.
37. Интегрирование простых дробей. Разложение правильных дробей на простые.

38. Интегрирование тригонометрических функций.
39. Интегрирование выражений с радикалами. Простейшие подстановки, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера.
40. Определенный интеграл, его свойства.
41. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям, замена переменной в определенном интеграле.
42. Несобственные интегралы. Теоремы о сходимости несобственных интегралов.
43. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов.
44. Приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры, площадь криволинейного сектора.
45. Вычисление длины дуги кривой с помощью определенного интеграла. Объем тела вращения.

### 2 семестр.

1. Метод координат. Основное тождество метода координат. Расстояние между двумя точками на координатной оси.
2. Декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками в декартовой системе координат. Задача о делении отрезка в данном отношении.
3. Полярные координаты. Преобразование систем координат.
4. Векторы. Линейные операции над векторами.
5. Проекция вектора на ось, её свойства. Разложение вектора по осям координат.
6. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами.
7. Векторное произведение векторов, его свойства.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Теорема о единственности ее решения. Общее и частное решения.
10. Неполные дифференциальные уравнения.
11. Уравнения с разделяющимися переменными.
12. Однородные уравнения. Простейшие уравнения, приводящиеся к однородным.
13. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, его свойства.
14. Общее решение однородного линейного уравнения первого порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения.
15. Уравнение Бернулли.
16. Дифференциальные уравнения второго порядка, их механический и геометрический смысл. Теорема о единственности их решения. Граничная (краевая) задача. Общее и частное решение уравнений второго порядка.
17. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
18. Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ , их свойства.
19. Линейная независимость функций. Вронскиан. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения.
20. Построение общего решения однородного и неоднородного линейного уравнения  $n$ -го порядка.
21. Линейное однородное уравнение порядка  $n$  с постоянными коэффициентами. Построение его решения.
22. Неоднородное линейное уравнение порядка  $n$ . Метод неопределенных коэффициентов.
23. Метод вариации произвольных постоянных для дифференциальных уравнений второго порядка.
24. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости, различные формы записи.
25. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности. Расстояние от точки до прямой.

26. Эллипс, его каноническое уравнение. Эксцентриситет и директрисы эллипса.
27. Гипербола, её каноническое уравнение. Сопряженная гипербола. Эксцентриситет, директрисы и асимптоты гиперболы.
28. Парабола, её канонические уравнения.
29. Общее уравнение линий второго порядка, его приведение к каноническому виду.
30. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между двумя плоскостями. Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.
31. Общее, каноническое и параметрическое уравнения прямой. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью.
32. Поверхности второго порядка.
33. Понятие линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость векторов, её свойства.
34. Базис. Теоремы о разложении вектора по базису. Матрицы перехода от одного базиса к другому, связь между ними.
35. Линейный оператор, определение и свойства.
36. Матрица линейного оператора, её связь с базисом. Изменение матрицы при переходе к другому базису.
37. Собственные числа и собственные векторы матрицы линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе из собственных векторов.
38. Евклидово пространство. Ортогональная и ортонормированная система векторов. Скалярное произведение в ортонормированном базисе.

### 3 семестр.

1. Двойной интеграл, определение и свойства.
2. Вычисление двойного интеграла.
3. Замена переменных в двойном интеграле.
4. Геометрические приложения двойных интегралов.
5. Тройной интеграл, определение и свойства.
6. Вычисление тройного интеграла.
7. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрическое приложение тройного интеграла.
8. Криволинейный интеграл первого рода, его определение, вычисление и геометрический смысл.
9. Криволинейный интеграл второго рода: определение, механический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
10. Формула Грина.
11. Теорема о четырех условиях эквивалентности.

### 4 семестр.

1. Дифференциальные уравнения в частных производных, их порядок. Решение дифференциального уравнения.
2. Уравнение колебания струны. Уравнение колебания мембраны.
3. Уравнение теплопроводности.
4. Задача Коши для уравнений различных типов. Класс корректности поставленной задачи.
5. Линейные дифференциальные уравнения с частными производными, их свойства.
6. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
7. Замена переменных в дифференциальном уравнении второго порядка.
8. Приведение уравнений различных типов к каноническому виду.
9. Общее решение волнового уравнения. Формула Д'Аламбера, ее частные случаи.
10. Применение формулы Д'Аламбера к задаче с ограниченной и полуограниченной струной.
11. Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля.

12. Решение неоднородного волнового уравнения и волнового уравнения с неоднородными граничными условиями.
13. Метод Фурье для уравнения теплопроводности.
14. Решение неоднородного уравнения теплопроводности и уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями.
15. Уравнение теплопроводности для стержня бесконечной длины.
16. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.
17. Уравнение Лапласа. Различные краевые задачи.
18. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах.
19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле в круге методом Фурье.
20. Формулы Грина. Потенциалы простого и двойного слоя.
21. Метод функций Грина.
22. Построение функций Грина. Задача Дирихле для полупространства и шара, для полуплоскости и круга.
23. Сведение задачи Неймана к задаче Дирихле.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература:

1. *Емельянова В.М., Рыбакина Е.А.* Уравнения математической физики. Изд. Лань, Спб: 2016 г.
2. *Стеклов В.А.* Общие методы решения основных задач математической физики. М.: ЛЕНАНД, 2016 г.
3. *Белоусов Ю.М., Кузнецов В.П., Смилга В.П.* Практическая математика. Издательский дом «Интеллект», 2014 г.
4. *Письменный Д.Т.* Конспект лекций по высшей математике: полный курс. 4-е изд. – М. Айрис-пресс, 2006. – 608 с.
5. *Баврин И.И.* Краткий курс высшей математики., М., Физматлит, 2003. – 328 с.
6. *Демидович Б.П., Моденов В.П.* Дифференциальные уравнения – СПб, Изд. «Лань», 2008, 288 с.
7. *Кузнецов Л. А.* Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) – СПб, Изд. «Лань», 2008, 240 с.
8. *Щипачев В.С.* Высшая математика. – М.: Высшая школа, 2001.

### б) дополнительная литература:

1. *Ильин В.А., Куркина А.В.* Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2010. – 608 с.
2. *Курош А.Г.* Курс линейной алгебры. – СПб, Изд. «Лань», 2008, : 432 с.
3. *Минорский В.П.* Сборник задач по высшей математике. — М., Физматлит, 2006. – 336 с.
4. *Берман Г.Н.* Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа. – СПб, Изд. «Лань», 2008, 608 с.
5. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. СПб, Изд. «Лань», 2009, 2080 с.
6. *Палий И.А.* Задачник по теории вероятностей. Учебное пособие - М., Наука, 2005.
7. Курс высшей математики, Теория вероятностей. Под ред. *И.М.Петрушко* - СПб, Изд. «Лань», 2008, 352 с.

8. *Туганбаев А.А, Крупинин В.Г.* Теория вероятностей и математическая статистика - СПб, Изд. «Лань», 2009, 704 с.

9. *Гмурман В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие – М: ИД Юрайт, 2010 – 404 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программы обработки и представления данных

## 8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

<b>Вид учебных занятий</b>	<b>Организация деятельности студента</b>
<b>Лекции</b>	<p>Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</p> <p>Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.</p> <p>Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.</p> <p>Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом (семинарском) занятии.</p>
<b>Практические занятия</b>	<p>Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины.</p> <p>Конспектирование источников.</p> <p>Работа с конспектом лекций, -подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом. Решение тестовых заданий, решение задач и другие виды работ.</p>
<b>Индивидуальные задания (подготовка докладов, рефератов)</b>	<p>Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме.</p> <p>Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и другое. Изложение основных аспектов проблемы, анализ мнений авторов и формирование собственного суждения по исследуемой теме.</p>
<b>Подготовка к зачету</b>	<p>При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, вопросы для подготовки к экзамену и т.д.</p>

## 9. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются:

- лекции-визуализации (с использованием слайд-презентаций);
- для размещения учебных и методических материалов по дисциплине, а также для



проведения контрольно-проверочного тестирования по каждой теме используется виртуальная образовательная среда филиала (программа Moodle);

- для проведения компьютерного тестирования используется программа Moodle в компьютерном классе (2 варианта по 20 вопросов);

- организация взаимодействия преподавателя со студентами для осуществления консультационной работы по подготовке к семинарским (практическим) занятиям и подбору необходимой литературы, помимо консультаций в филиале, осуществляется посредством электронной почты и форумов.

#### **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Компьютерный класс.
2. Мультимедийный проектор.
3. Лаборатория информационных технологий.