

А.В. Сукан

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ КРИВЫХ ОБЕСПЕЧЕННОСТЕЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ ВОДЫ

A.V. Sikan

OPTIMIZATION OF THE PROBABILITY DISTRIBUTION FUNCTION PARAMETERS FOR EXTREME WATER DISCHARGES

В работе рассматриваются методы подбора оптимальных параметров распределения для кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля при расчете экстремальных расходов воды.

Ключевые слова: гидрологические расчеты, экстремальные расходы воды, кривые обеспеченностей, распределение Крицкого-Менкеля, оценка параметров.

In this paper, a way to adjust optimum parameters of Kritsky-Menkel probability distribution function performed in extreme water discharge computation

Key words: hydrological design, extreme water discharges, exceedance probability curve, Kritsky-Menkel probability distribution, parameters estimation.

При определении экстремальных расходов воды заданной вероятности ежегодного превышения довольно часто встречаются ситуации, когда эмпирические точки существенно отклоняются от аналитической кривой в зонах больших или малых обеспеченностей. Возможных причин здесь несколько: погрешности определения экстремальных расходов воды, появление в относительно коротком ряду наблюдений расходов редкой повторяемости, неоднородность ряда, неудачный выбор типа аналитической кривой обеспеченностей, погрешности расчета параметров распределения.

Рассмотрим последнюю из названных причин. На практике в качестве расчетного значения коэффициента вариации (C_v) принимается его значение, полученное на основе аналитического расчета, а отношение коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации (C_s/C_v) определяется либо подбором, либо принимается его среднее районное значение. Эмпирическое значение C_s обычно используется только в качестве первого приближения, так как при имеющейся длине рядов ошибка C_s составляет не менее 30 %.

Однако при таком подходе не всегда удается добиться хорошего соответствия эмпирических точек и аналитической кривой на ее концах. В результате обеспеченность крайней точки, полученная сносом на аналитическую кривую, может давать вероятность превышения порядка 1 раз в 1000 лет, что в большинстве случаев не соответствует действительности.

Один из вариантов решения проблемы – оптимизация не только отношения C_s/C_v , но и коэффициента вариации. При этом скорректированные значения C_s и C_v

не должны выходить за пределы их интервальной оценки при некотором заданном уровне значимости.

Целесообразно применять следующие интервальные оценки:

$$(C_v^* - \sigma_{C_v}) \leq C_v < (C_v^* + \sigma_{C_v}), \quad (1)$$

$$(C_s^* - \sigma_{C_s}) \leq C_s < (C_s^* + \sigma_{C_s}), \quad (2)$$

где C_v^* и C_s^* – эмпирические оценки коэффициентов вариации и асимметрии; σ_{C_v} и σ_{C_s} – стандартные ошибки коэффициентов вариации и асимметрии.

В данном случае предполагается, что истинные значения параметров с вероятностью примерно 68,3 % не выходят за пределы их среднеквадратической погрешности, что соответствует уровню значимости $2\alpha = 31,7\%$.

Рассмотрим в качестве примера ряд максимальных дождевых расходов воды р. Кострома в створе д. Гнездиково. В табл. 1 представлены основные статистические характеристики этого ряда, полученные методом приближенного наибольшего правдоподобия с использованием кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля [2].

Таблица 1

Статистические характеристики ряда максимальных расходов дождевых паводков; р. Кострома – д. Гнездиково; $n = 75$ лет

\bar{Q} , м3/с	λ_2	λ_3	C_v	C_s	C_s/C_v	σ_Q	σ_{C_v}	σ_{C_s}
44,5	-0,25	0,20	1,10	2,75	2,5	5,65	0,13	1,12

Как видно из таблицы, ряд имеет высокий коэффициент вариации, но при этом гипотеза об однородности ряда не опровергается ни по критерию Фишера, ни по критерию Стьюдента.

Высокая вариация ряда объясняется тем, что в этом регионе крупные дождевые паводки в многоводные годы могут превосходить паводки засушливых лет в десятки и даже сотни раз (рис. 1).

Используя данные табл. 1, получаем интервальные оценки параметров:

$$0,97 \leq C_v < 1,23, \quad (3)$$

$$1,63 \leq C_s < 3,87. \quad (4)$$

В рамках принятого алгоритма в дальнейших расчетах статистика λ_3 не используется, а значение C_v определяется в зависимости от λ_2 и отношения C_s/C_v . При фиксированном λ_2 изменение C_s/C_v приводит и к изменению коэффициента вариации (табл. 2).

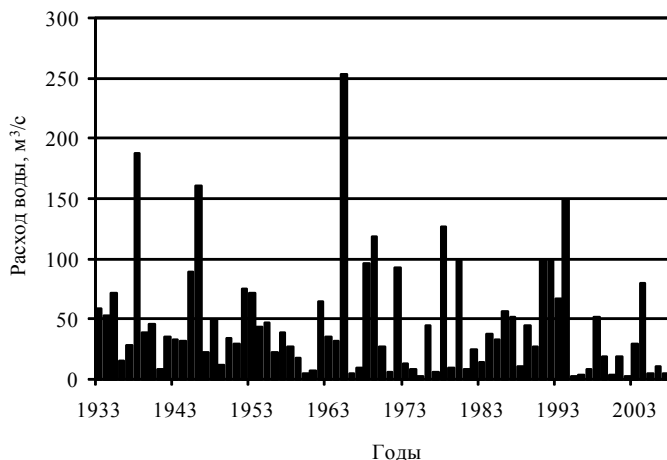


Рис.1. Хронологический график максимальных расходов дождевых паводков; р. Кострома – д. Гнездиково.

Таблица 2

Значения параметров C_v и C_s при различных C_s/C_v и фиксированном λ_2 для ряда максимальных расходов дождевых паводков; р. Кострома – д. Гнездиково

№ варианта	Входные параметры		Результат расчета	
	λ_2	C_s/C_v	C_v	C_s
1	-0,25	2	0,96	1,92
2	-0,25	2,5	1,10	2,75
3	-0,25	3	1,20	3,60
4	-0,25	3,5	1,25	4,38

Как видно из табл.2, условиям (3), (4) удовлетворяют только варианты №2 и №3. На рис.2 представлены аналитические кривые обеспеченностей, построенные с использованием параметров для вариантов 2 и 3 (соответственно кривые 2 и 3 на рис.2). Кроме того, на рисунке представлена аналитическая кривая обеспеченностей, построенная с использованием параметров, полученных методом моментов (кривая №1; $C_v = 1,05$; $C_s = 2,0$). Как видно на рисунке, вариант №3 дает наилучшее соответствие эмпирической и аналитической кривых обеспеченностей в их верхней части, т.е. наилучшая сходимость получена при небольшой корректировке C_v и C_s . Кривая, построенная с использованием моментных оценок, ожидаемо хуже других соответствует эмпирическим точкам, так как при больших C_v смещённость этих оценок становится существенной.

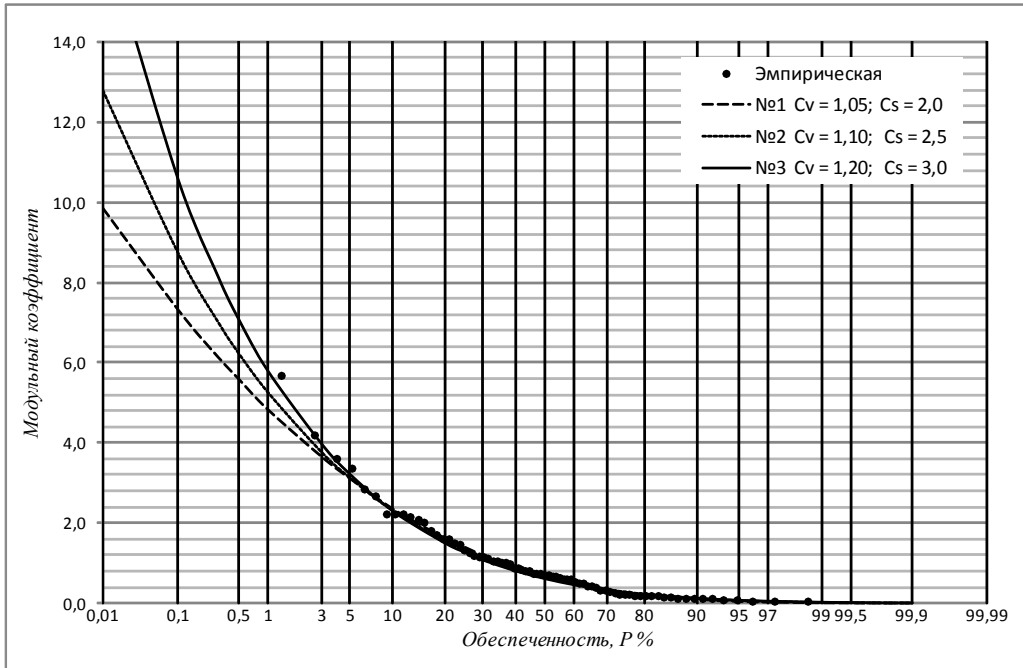


Рис.2. Эмпирическая и аналитические (Крицкого-Менкеля) кривые обеспеченностей максимальных расходов дождевых паводков; р. Кострома – д. Гнездиково.
 №1 – расчет методом моментов; №2 – расчет методом наибольшего правдоподобия; №3 – расчет методом наибольшего правдоподобия с корректировкой параметров.

Еще один вариант подбора параметров – использование метода квантилей. В Своде правил [3] метод квантилей реализован для кривой обеспеченностей Пирсона III типа. Однако при расчетах минимального и максимального стока данная кривая не является оптимальной. Известно, что при $C_s/C_v < 2$ эта кривая в зоне больших обеспеченностей уходит в отрицательную область, а при $C_s/C_v > 2$ может иметь нижний предел, который окажется выше наблюдаемого минимума.

Более целесообразно использовать для этих целей кривую Крицкого-Менкеля. Хотя кривая Крицкого-Менкеля рекомендуется нормативными документами как основная расчетная кривая, до последнего времени она не использовалась для оценки параметров распределения методом квантилей. Причиной этого является отсутствие для распределения Крицкого-Менкеля однозначной зависимости между коэффициентом асимметрии и коэффициентом скошенности S .

На кафедре гидрологии суши РГГМУ была предложена методика, учитывающая специфику данной кривой [4]. В отличие от стандартной схемы здесь, наряду с обычным коэффициентом скошенности S , рассчитывается коэффициент S_2 :

$$S = (x_5 + x_{95} - 2x_{50}) / (x_5 - x_{95}), \tag{5}$$

$$S_2 = 2x_{50} / (x_5 - x_{95}), \quad (6)$$

где x_5, x_{50}, x_{95} – ординаты сглаженной эмпирической кривой обеспеченностей соответственно для $P = 5 \%$, $P = 50 \%$, $P = 95 \%$.

Как показали исследования, при фиксированном значении C_s/C_v коэффициент S_2 однозначно зависит от S .

Для удобства использования этого метода в настоящей работе предлагаются номограммы, позволяющие получить значения C_v и C_s/C_v в зависимости от коэффициента скошенности S и параметра $\ln(S_2)$ (рис.3,4). При построении номограмм использовались ординаты кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля, опубликованные в [1].

Схема работы с номограммами следующая: значение C_v снимается с номограммы в зависимости от параметров S и $\ln(S_2)$, а полученное по номограмме значение C_s/C_v округляется до 0,5.

Значение C_s/C_v можно определять и методом подбора. В этом случае параметр S_2 не используется, а значение C_v определяется в зависимости от S и отношения C_s/C_v . В процессе подбора проверяется несколько вариантов значений C_s/C_v . В качестве расчетных принимаются такие значения C_s/C_v и C_v , при которых имеет место наилучшее соответствие эмпирической и аналитической кривых обеспеченностей.

В целом схема работы с номограммами аналогична той, которая применяется для расчета параметров распределения методом приближенного наибольшего правдоподобия.

Следует подчеркнуть, что в данном случае метод квантилей используется как вспомогательная процедура для корректировки параметров. Здесь не проводится новая сглаженная эмпирическая кривая, а корректируется уже построенная аналитическая кривая с учетом отклоняющихся точек. При этом для уменьшения элементов субъективизма необходимо ориентироваться на систему ограничений (1), (2).

При расчетах максимального стока в качестве дополнительной меры контроля можно использовать сравнительную оценку модулей стока обеспеченностью $P = 0,01 \%$, полученных без и после корректировки параметров. Эти максимумы не должны превышать предельных районных значений.

В заключение следует отметить, что предложенные методы оптимизации параметров распределения являются наиболее эффективными в тех случаях, когда имеется не одна, а несколько точек, отклоняющихся от аналитической кривой обеспеченностей в ее верхней или нижней части. При этом ряд является однородным, а эмпирическая кривая имеет положительную асимметрию и достаточно плавные очертания.

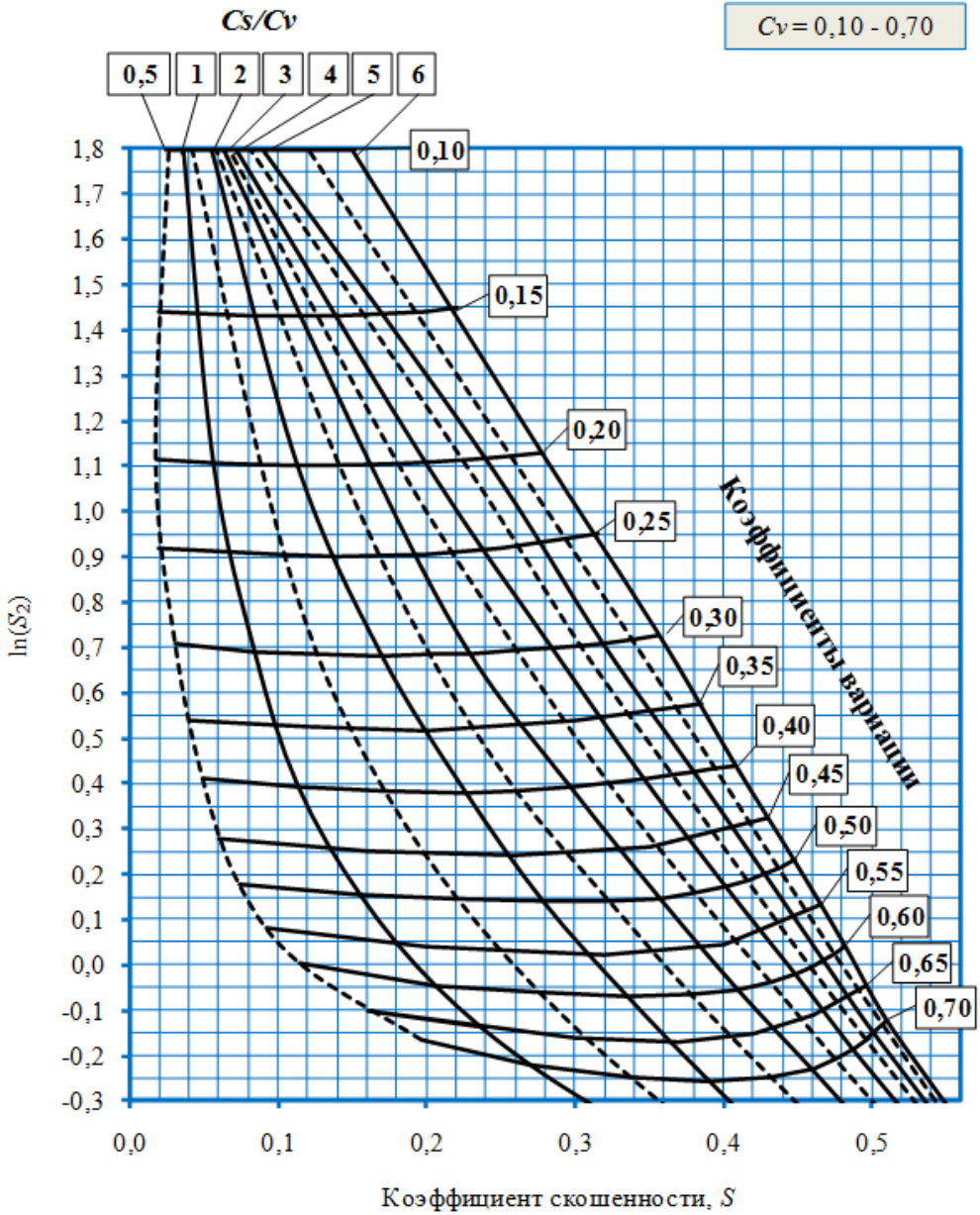


Рис.3. Номограмма для определения C_v и C_s/C_v методом квантилей при использовании кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля ($C_v = 0,10-0,70$).

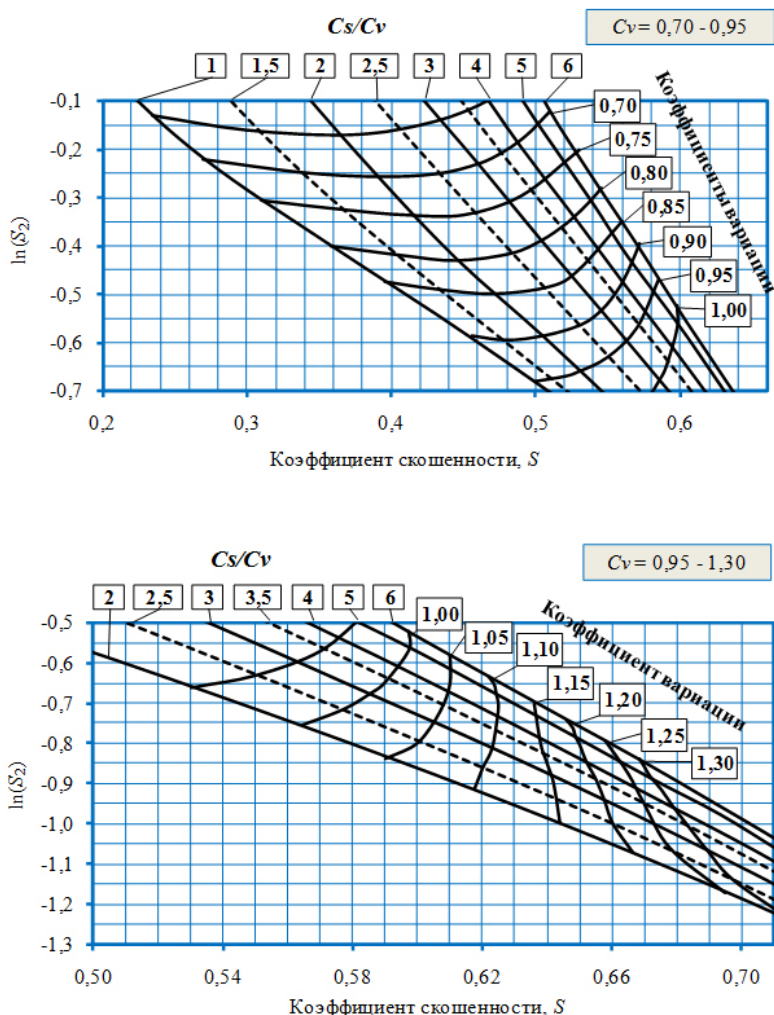


Рис.4. Номограммы для определения C_v и C_s/C_v методом квантилей при использовании кривой обеспеченностей Крицкого-Менкеля ($C_v = 0,70-0,95$; $C_v = 0,95-1,30$).

Литература

1. Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений. – Нижний Новгород: Вектор-ТиС, 2007. – 134 с.
2. *Рождественский А.В., Чеботарев А.И.* Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.
3. Свод правил СП 33-101-2003. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. – М.: Стройиздат, 2004. – 72 с.
4. *Сикан А.В.* Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007. – 279 с.