

*И.Н. Русин, Р.В. Бекряев, А.В. Уразгильдеева*

## ОЦЕНКА ИНТЕГРАЛЬНОГО СОДЕРЖАНИЯ ВОДЯНОГО ПАРА В АТМОСФЕРЕ ПО ДАННЫМ ПРИЗЕМНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

*I.N. Rusin, R.V. Bekryaev, A.V. Urazgildeeva*

## ESTIMATION OF PRECIPITABLE WATER ON THE BASE OF THE AIR SURFACE OBSERVATION

*Предложен новый метод оценки максимально возможного интегрального содержания водяного пара по данным приземных метеорологических наблюдений. На основе эмпирических данных проведен анализ точности этого метода. Показано, что он позволяет получать более точные и физически обоснованные результаты, чем существующие.*

*Ключевые слова: влагосодержание атмосферы, неполная гамма-функция, приземная температура, вертикальный градиент температуры.*

*New method of potential precipitable water content estimation using the air surface observation data has been suggested. The method quality has been analyzed on the base of empirical data. It was shown that in comparison to previously developed approaches the method had led to more precise and physically motivated results.*

*Key words: precipitable water, incomplete gamma function, surface air temperature, lapse rate.*

Интегральное содержание водяного пара в атмосфере (ИВП) непосредственно связано с целым рядом климатообразующих факторов. Водяной пар является не только основным парниковым газом в атмосфере, но и, в совокупности с другими термодинамическими факторами, определяет режим осадков. Кроме того, ИВП отвечает за горизонтальные, в первую очередь, меридиональные потоки латентной энергии в атмосфере. Термином ИВП принято называть массу водяного пара в столбе атмосферы единичного сечения, выражаемую интегралом от абсолютной влажности  $\rho_w$ :

$$W = \int_0^{\infty} \rho_w(z) dz. \quad (1)$$

Во многих случаях, однако, данные о вертикальном распределении абсолютной влажности (либо о других характеристиках влажности) отсутствуют, что ставит задачу оценки ИВП по имеющимся данным приземных стандартных метеорологических наблюдений. Хан [3], полагая экспоненциальную зависимость абсолютной влажности от высоты,

$$\rho_w(z) = \rho_{w0} \exp\left(-\frac{z}{h_w}\right), \quad (2)$$

получил следующую формулу для оценки ИВП,

$$W = \rho_{w0} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{z}{h_w}\right) dz = \frac{h_w e_0}{R_w T_0} = k e_0, \quad (3)$$

где  $R_w$  – газовая постоянная водяного пара;  $\rho_{w0}$ ,  $T_0$ ,  $e_0$  – соответственно, абсолютная влажность, температура воздуха и парциальное давление водяного пара у земли;  $h_w$  – эмпирический параметр вертикального распределения водяного пара. Коэффициент  $k$  равен 1,7, если  $e_0$  дано в гПа,  $W$  – в кг/м<sup>2</sup>.

Существенный прогресс в оценке ИВП по данным наземных наблюдений был достигнут в работе Братсерта, 1975 [4], где на основе предположения об экспоненциальном уменьшении с высотой температуры воздуха и абсолютной влажности, была получена следующая формула:

$$W = \int_0^{\infty} \rho_w(z) dz = \frac{1}{R_w} \int_0^{\infty} \frac{e}{T} dz \cong k_2 \frac{e_0}{T_0}. \quad (4)$$

Здесь коэффициент  $k_2 = 493$ . Формула (4), а также ее модификация, предложенная в работе Прата, 1996 [5], широко используются при расчетах радиационного баланса подстилающей поверхности.

Следует отметить, что методы, предложенные Братсертом и Прата, а также подходы, предложенные в работах [6] и [7], далеко не всегда позволяют оценить ИВП с достаточной точностью, особенно большие ошибки имеют место при низких температурах приземного воздуха. В предлагаемой работе предложена уточненная методика оценивания ИВП по данным стандартных метеорологических наблюдений и выявлены факторы, обуславливающие изменения коэффициента  $k$  формулы Хана (3).

Рассмотрим сначала вопрос о значении ИВП в условиях насыщения. Оно называется максимально возможным или потенциальным ИВП. В этом случае

$$W = \int_0^{\infty} \frac{E[T(z)]}{R_w T(z)} dz. \quad (5)$$

Здесь  $E(T)$  – насыщающее значение парциального давления водяного пара. Для политропной атмосферы этот интеграл можно вычислить точно. Следует учесть зависимость насыщающего парциального давления от температуры, воспользовавшись формулой Клаузиуса-Клапейрона:

$$E(T) = E(T_*) \exp\left[\frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T_*} - \frac{1}{T}\right)\right], \quad (6)$$

в которой  $T_*$  – некоторая фиксированная температура (далее будем считать ее совпадающей с температурой подстилающей поверхности  $T_0$ ), а  $L$  – скрытая теплота парообразования, равная 2,5 МДж/кг (в рассматриваемом диапазоне температур зависимость  $L$  от температуры можно пренебречь).

Учитывая линейное изменение температуры в политропной атмосфере с высотой

$$T(z) = T_0 - \gamma z \quad (7)$$

и заменив переменную интегрирования

$$x = \frac{L}{R_w T(z)}, \quad (8)$$

можно представить формулу для потенциального ИВП (5) в виде

$$W = \frac{E(T_0)e^{x_0}}{R_w} \int_0^\infty \frac{e^{-x(z)}}{T} dz = \frac{E(T_0)e^{x_0}}{R_w \gamma} \int_{x_0}^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx = \frac{E(T_0)}{R_w \gamma} e^{x_0} \Gamma(0, x_0), \quad (9)$$

где  $x_0$  – значение переменной  $x$  при  $z = 0$ ,  $\Gamma(0, x_0)$  – неполная гамма-функция.

Для вычисления значений этой функции можно оценивать интеграл численно, либо использовать разложение в цепную дробь Лежандра [1], быстро сходящееся в диапазоне температур от  $-50^\circ\text{C}$  до  $50^\circ\text{C}$ ,

$$\Gamma(0, x) \cong \frac{e^{-x}}{1 + x - \frac{1}{x + 3 - \frac{4}{x + 5 - \frac{9}{7 + x - \dots}}}}. \quad (10)$$

Более того, при вычислении интегрального влагосодержания атмосферы зависимость выражения  $e^{x_0} \Gamma(0, x_0)$  от  $t_0$  (приземной температуры в градусах Цельсия) может быть с большой точностью выражена линейной функцией приземной температуры. Разложение выражения  $e^{x_0} \Gamma(0, x_0)$  в ряд Тейлора позволяет записать

$$e^{x_0} \Gamma(0, x_0) \approx 0,0001684_0 + 0,04806 \quad (11)$$

Подставляя (11) в выражение (9), получаем рабочую формулу для расчета ИВП:

$$W = \frac{100E(T_0)}{R_w 1000\gamma} \exp\left(\frac{L}{R_w T_0}\right) \Gamma\left(0, \frac{L}{R_w T_0}\right) = k(t_0, \gamma) E(t_0),$$

где 
$$k(t_0, \gamma) = \frac{10,4}{\gamma} \left(1 + \frac{t_0}{286}\right). \quad (12)$$

здесь вертикальный градиент температуры  $\gamma$  выражен в К/км,  $W$  – в кг/м<sup>2</sup>, а  $E$  – в гПа.

При стандартных условиях в атмосфере ( $t_0 = 15^\circ\text{C}$ ,  $\gamma = 6,5$ ) значения  $k(t_0, \gamma)$  близки к 1,7, то есть практически совпадают с эмпирически найденным коэффициентом, введенным Ханом [3], и объясняют как его числовое значение, так и формирующие его факторы. Вариации параметров приземного воздуха и термической стратификации атмосферы могут приводить к существенным изменениям в оценках ИВП (табл. 1). Изменчивость этого коэффициента отмечена при обработке данных радиозондирования в различных географических районах [8, 9].

**Значения коэффициента  $k(t_0, \gamma)$  в зависимости от приземной температуры и вертикального градиента температуры воздуха**

$t_0, ^\circ\text{C}$	$\gamma, ^\circ\text{C} / \text{км}$			
	$\gamma = 5,5$	$\gamma = 6,0$	$\gamma = 6,5$	$\gamma = 7,0$
-50	1,56	1,43	1,32	1,23
-15	1,79	1,65	1,52	1,41
0	1,89	1,74	1,60	1,49
15	1,99	1,83	1,69	1,57
50	2,22	2,04	1,88	1,75

Оценка качества формулы (12) была получена по данным двухразового ежедневного радиозондирования, собранных и обработанных в Университете Вайоминга [10], для семи пунктов (Мурманск, Архангельск, Санкт-Петербург, Казань, Воронеж, Саратов, Астрахань), расположенных в различных климатических зонах Европейской территории России. Использовались данные за июль и февраль 2009 г. На основе данных о температуре на высотах по формуле Гоффа-Греча были вычислены значения парциального давления насыщения, затем методом трапеций были вычислены значения интегрального потенциального влагосодержания в слое от подстилающей поверхности до уровня 220 гПа. Полученное значение потенциального ИВП далее считалось фактическим.

Числовые значения оценок разностей между фактическими ( $x_n$ ) и рассчитанными ( $y_n$ ) потенциальными ИВП показаны в табл. 2. Приведены оценки среднеквадратического отклонения:

$$S = \sqrt{\sum_{n=1}^{n=N} (y_n - x_n)^2 / N}, \quad (13)$$

средней относительной ошибки

$$F = \left[ \sum_{n=1}^{n=N} |y_n - x_n| / x_n \right] / N, \quad n = 1, \dots, N, \quad (14)$$

а также верхняя ( $Ru_{1\%}$ ) и нижняя ( $Rd_{1\%}$ ) границы коэффициента корреляции между  $x_n$  и  $y_n$  на 1 % уровне значимости.

Таблица 2

**Оценка точности расчета потенциального ИВП по формуле (12)**

Вид оценок	Потенциальное влагосодержание			
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Формула Братсерта
№	1	2	3	4
$S, \text{кг/м}^2$	3,4	7,8	14,	24,
$F$	0,077	0,22	0,38	0,28
$Ru_{1\%}$	0,99	0,96	0,84	0,79
$Rd_{1\%}$	0,76	0,74	0,68	0,66

При расчетах по формуле (12) использованы разные варианты задания значений  $t_0$  и  $\gamma$ . В основном варианте (1) для каждого случая зондирования методом наименьших квадратов была получена линейная регрессионная зависи-

мость температуры воздуха от высоты  $z$  в слое от подстилающей поверхности до уровня 220 гПа. Угловым коэффициентом регрессионной модели был принят за вертикальный градиент температуры  $\gamma$ , а постоянная регрессии - за значение температуры  $t_0$ . Во втором варианте (2) приземная температура была взята из уравнения регрессии, а вертикальный градиент был принят равным среднему по всей выборке градиенту температуры ( $5,8$  °C/км). В третьем варианте (3) в качестве  $t_0$  использована фактическая приземная температура, а вертикальный градиент взят из уравнения регрессии.

На рис. 1 приведены результаты сравнения значений фактического и рассчитанного по формуле (12) потенциального влагосодержания. (Чтобы не загромождать рисунки, демонстрируются расчеты по трем пунктам: Архангельск, Саратов, Астрахань.)

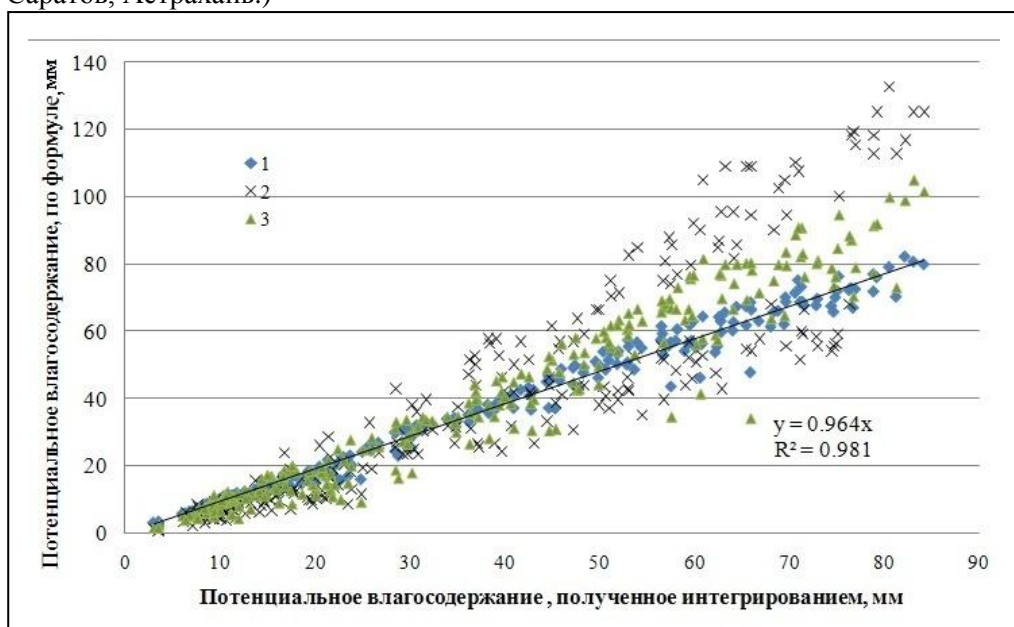


Рис. 1. Диаграмма рассеяния значений потенциального влагосодержания, рассчитанного по формуле (12), по сравнению с потенциальным влагосодержанием, полученным путем интегрирования насыщающих значений абсолютной влажности по данным радиозондирования. 1.  $T_0$  и  $\gamma$  определены из уравнения линейной регрессии температуры от высоты. 2.  $T_0$  – фактическая приземная температура,  $\gamma$  – коэффициент наклона регрессии. 3.  $T_0$  получена из уравнения регрессии,  $\gamma = 5,8$  °C/км. Уравнение регрессии и коэффициент детерминации ( $R^2$ ) относятся к варианту 1

Очевидно, что первый вариант соответствует наиболее адекватным оценкам интегрального содержания водяного пара. Такой результат представляется вполне логичным, так как в этом случае используются обобщенные характеристики вертикального распределения метеорологических элементов. В случае оценки приземных значений  $t_0$  и  $\gamma$  по всему профилю методом наименьших квадратов результат расчета по формуле (12) оказывается наилучшим, по срав-

нению с обычно применяемыми формулами, использующими приземные значения влажности. Понятно, что параметры, полученные путем линейной интерполяции данных, в большей степени отражают свойства господствующей над пунктом радиозондирования воздушной массы. Применение данных стандартных метеорологических наблюдений вносит в оценки ИВП искажения, вызванные, в первую очередь, реализацией ситуаций с инверсиями.

Следует отметить, что вариации вертикального градиента температуры меньше сказываются на результатах проводимой оценки, чем вариации приземных значений температуры воздуха. Это объясняет, почему при расчете влагосодержания использование единственного аргумента (приземной влажности) позволяет получать результат с приемлемой точностью. Расчеты по предложенной в работе методике с использованием в качестве параметров данных стандартных приземных метеорологических наблюдений характеризуются наибольшими ошибками, однако даже в этом случае оценки интегрального содержания водяного пара в атмосфере осуществляются с существенно меньшей среднеквадратической ошибкой, чем по традиционно применяемому методу Братсера.

Интересно, что применение в качестве  $t_0$  не значения приземной температуры, а постоянной линейной регрессии температуры от высоты существенно улучшает качество оценки ИВП. Это значит, что существует момент времени суток, когда приземная температура наиболее близка к значению, оптимальному для оценки ИВП по формуле (12) по приземным данным. В таком случае и в формулы для расчета противоизлучения атмосферы [2] следует вводить данные о влажности приземного воздуха, запаздывающие по времени относительно данных о температуре поверхности.

### **Литература**

1. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
2. *Русин И.Н.* (2010) Обоснование формул для противоизлучения атмосферы при ясном небе // Уч. зап. РГГМУ, № 17, с. 32-40.
3. *Hann, J.V.* (1906). Lehrbuch der Meteorologie, 2nd rev. ed. Leipzig: S. Hirzel.
4. *Brutsaert, W.* (1975). On a derivable formula for long-wave radiation from clear skies, *Water Resource Res.*, 11, 742-744.
5. *Prata, A.J.* (1996), A new long-wave formula for estimating downward clear-sky radiation at the surface, *Q.J.R.Meteorol.Soc.*, vol. 112, p. 1127-1151.
6. *Stephens, G.L.* (1990), On the relationship between water vapor over the oceans and sea surface temperature, *J. Climate*, vol. 3, pp.634-645.
7. *Varmaghani, A.* (2012). An analytical formula for potential water vapor in an atmosphere of constant lapse rate, *Terrestrial, Atmospheric, and Oceanic Sciences*, 23(1), 17-24.
8. *Tuller S.E.* (1977) The relationship between precipitable water vapor and surface humidity in new Zealand. *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol. Ser. A*, 26, 197-212.
9. *Abdel Wahab M., Sharif TA.* (1995). Estimation of precipitable water at different locations using surface dew-point. *Theoretical and Applied Climatology*, Vol. 51, Iss. 3, p. 153-157.
10. University of Wyoming. Department of atmospheric science. Atmospheric sounding. <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>.