

М.А. Моцаков, А.Р. Курганский, С.П. Смышляев

**ПОЛУЛАГРАНЖЕВ АЛГОРИТМ АДВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА
АТМОСФЕРНЫХ ПРИМЕСЕЙ НА СФЕРЕ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ОДНОМЕРНЫМ
СПЛАЙНОМ**

M.A. Motsakov, A.R. Kurganskiy, S.P. Smyshlyaev

**A SEMI-LAGRANGIAN SCHEME FOR ATMOSPHERIC TRACE
GASES ADVECTION ON THE SPHERE WITH ONE-DIMENSIONAL
SPLINE INTERPOLATION**

Рассмотрены принципы работы и приведены результаты тестирования алгоритма полулагранжева переноса на сфере, предназначенного для построения глобальных моделей адвективного переноса атмосферных примесей. Алгоритм реализован с использованием одномерного кубического сплайна, прост в построении и не требует больших затрат машинного времени. В работе представлены результаты тестирования, показывающие эффективность метода применительно к решению задачи глобального переноса примесей.

Ключевые слова: адвекция, атмосферные малые газы, сохранение массы, интерполяция сплайном.

The principals of computationally effective semi-lagrangian atmospheric advection algorithm construction and testing results are presented. The algorithm is based on the one-dimensional spline and designed for modeling by global trace gases transport models. The results of the algorithm tests are represented. The tests results demonstrated the method effectiveness.

Key words: advection, atmospheric trace gases, mass conservation, spline interpolation.

Введение

Для корректного описания адвективного переноса атмосферных малых газовых составляющих и аэрозольных частиц в численных моделях химического состава атмосферы крайне важны глобальное и локальное сохранение массы и минимизация вычислительных погрешностей типа искусственной диффузии и дисперсии [1]. В этой связи в глобальных и региональных атмосферных моделях чаще всего используют специальные алгоритмы адвективного переноса, ориентированные на сохранение массы и минимизацию вычислительных шумов [1-4]. Однако при этом алгоритмы моделей существенно усложняются, что при высоком разрешении модельной сетки может привести к падению вычислительной эффективности. Кроме того, при рассмотрении глобальных процессов на сфере возникают вычислительные особенности на полюсах, требующие еще большего усложнения алгоритмов [5]. В настоящей работе сделана попытка создания несложного, вычислительно эффективного, но при этом достаточно точного алгоритма адвективного переноса атмосферных примесей на сфере, пред-

назначенного для использования в глобальных и региональных моделях химического состава атмосферы [6].

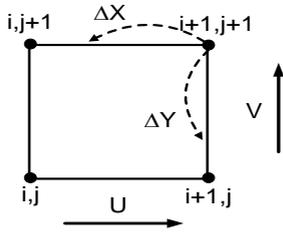


Рис. 1. Ячейка сетки

Тогда

$$\Delta X_{i+1,j+1} = U_{i+1,j+1} \Delta t;$$

$$\Delta Y_{i+1,j+1} = V_{i+1,j+1} \Delta t;$$

$$\delta X_{i+1,j+1} = X_{i+1,j+1} - \Delta X_{i+1,j+1};$$

$$\delta Y_{i+1,j+1} = Y_{i+1,j+1} - \Delta Y_{i+1,j+1},$$

где X и Y – координаты узлов сетки, градусы; δX и δY – координаты начальной точки траектории частицы, градусы.

Построим одномерный сплайн $S(x)$ между узлами сетки $i, j+1$ и $i+1, j+1$. Найдем значение сплайна $S(\delta X)$. Рассчитаем приращение концентрации в узле $i+1, j+1$ за счет переноса по широте.

$$\delta C_x = C_{i+1,j+1}(t) - S(\delta X),$$

где δC_x – изменение концентрации за счет переноса вдоль круга широты; C – концентрация трассера; t – время.

Построим одномерный сплайн $S(y)$ между узлами сетки $i+1, j$ и $i+1, j+1$. Найдем значение сплайна $S(\delta Y)$. Рассчитаем приращение концентрации в узле $i+1, j+1$ за счет переноса по долготе.

$$\delta C_y = C_{i+1,j+1}(t) - S(\delta Y),$$

где δC_y – изменение концентрации за счет переноса вдоль меридиана.

Рассчитаем изменение концентрации в узле $i+1, j+1$ за шаг по времени для двумерного поля

$$C_{i+1,j+1}(t + \Delta t) = C_{i+1,j+1}(t) + \delta C_x + \delta C_y.$$

В общем случае для n -мерного поля получим:

$$C(t + \Delta t) = C(t) (n-1) + \sum_1^n S_n(\delta R_n),$$

где δR_n – координаты начальной точки траектории частицы по оси n ; S_n – одномерный сплайн.

Эксперимент с одномерным облаком

Сравним качество переноса по описанной выше схеме с переносом по схеме Прэйтора [2]. Зададим одномерную сетку размером 120 узлов с шагом 15 км. Скорость переноса положим равной 5 метрам в секунду. Шаг по времени возьмем 1800 секунд. Зададим начальное поле в виде ступенчатого выброса, в узлах с 5 по 25 включительно, с концентрацией 11 условных единиц. В остальных узлах сетки зададим концентрацию 10 единиц. Дадим прогноз перемещения облака трассера на 140 шагов по времени. Рассмотрим изменение формы облака в процессе интегрирования. Также отобразим изменение общей массы трассера в процессе интегрирования в обоих случаях.

Из анализа полученных результатов представленных на рис. 2 и 3 можно сделать вывод о достаточной корректности метода в отношении переноса поля трассера по сравнению с одной из передовых конечноразностных схем.

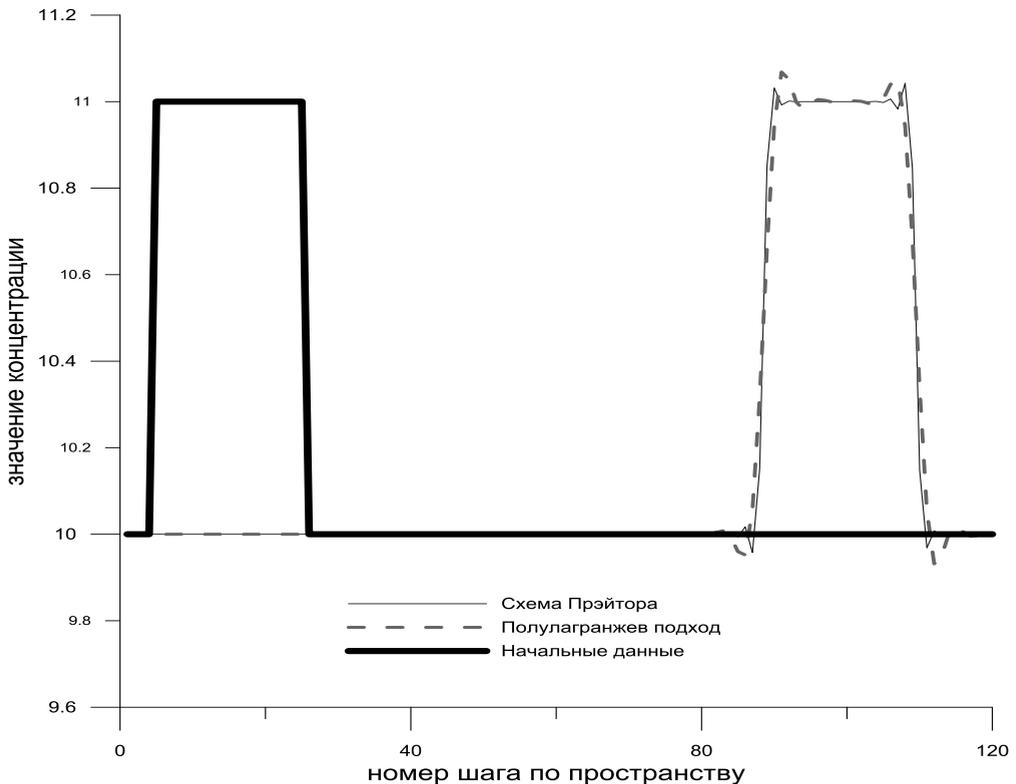


Рис. 2. Результат переноса одномерного облака по схеме Прэйтора и полулагранжевой схеме

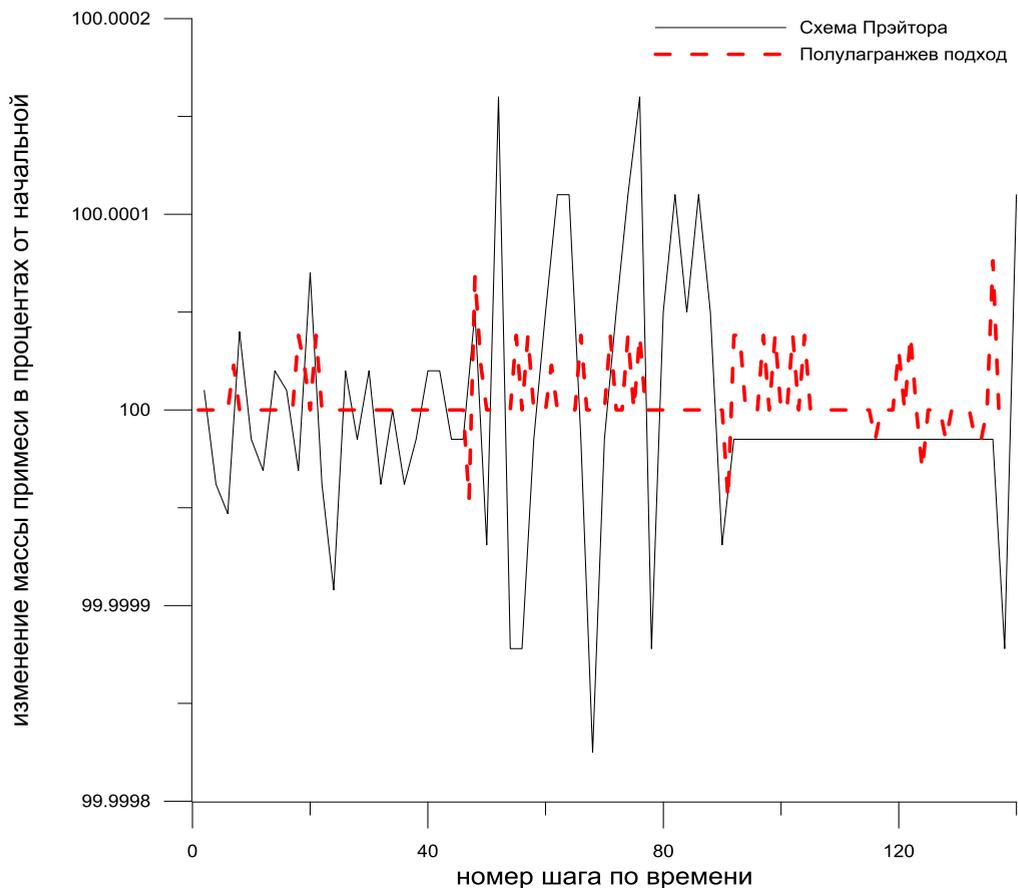


Рис. 3. Изменение массы трассера в процессе интегрирования уравнения адвекции примеси

Эксперимент с двумерным облаком на сфере

На двумерной сетке реализованы периодические по сфере граничные условия, позволяющие обеспечить беспрепятственное прохождение массы сквозь особые точки на полюсах, а также, сквозь нулевой меридиан. Метод постановки граничного условия основан на алгоритме двумерного развертывания поля с перекрытием в районах полюсов и нулевого меридиана (рис. 4). Благодаря чему, происходит замыкание поля по параллелям в области нулевого меридиана, и по меридианам в точках полюсов. Вводятся фиктивные участки поля по обе стороны нулевого меридиана, являющиеся зеркальным отображением существующих областей сетки. Сетка увеличивается на величину $2N_x$ по долготе и на величину $2M_y$ по широте, где M_y и N_x – размеры областей перекрытия в градусах. В развернутом виде размер области интегрирования по долготе будет от $0^\circ - N_x$ до $360^\circ + N_x$, и от $-90 - M_y$ до $+90 + M_y$ по широте.

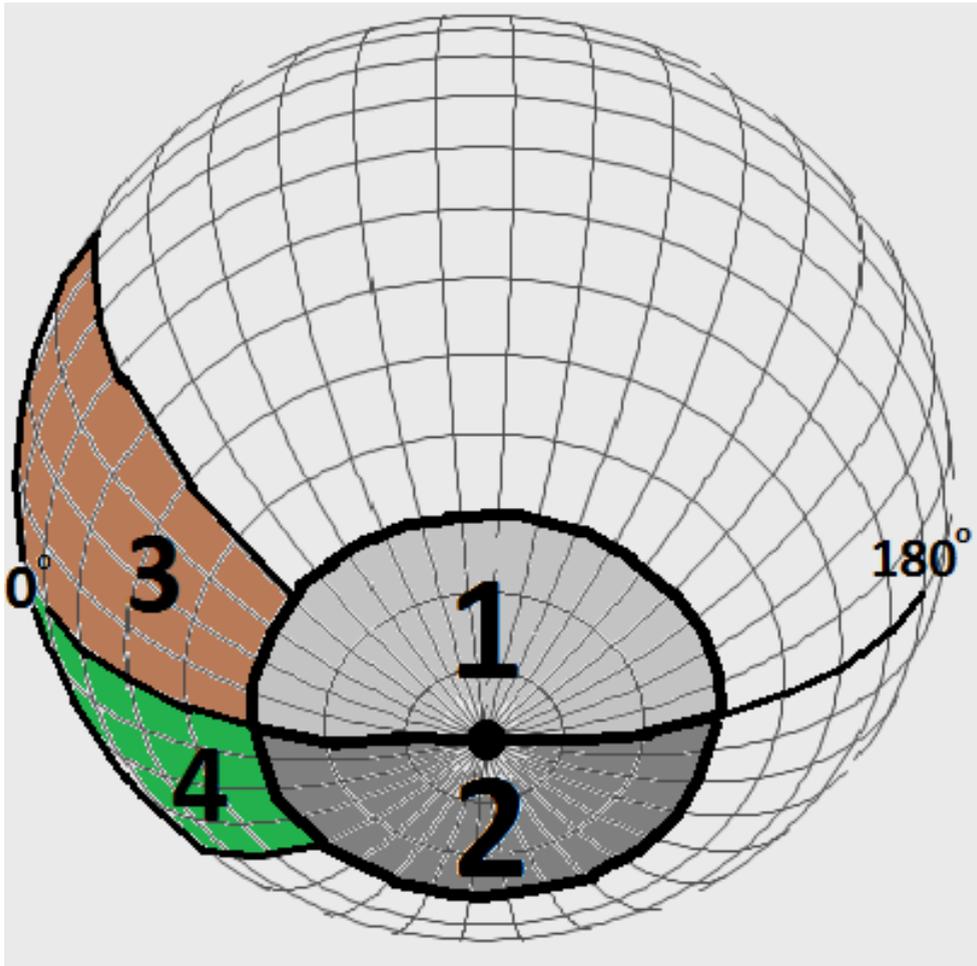


Рис. 4. Развертывание поля с перекрытием в районах полюсов и нулевого меридиана

На рис. 4 отображены зоны наложения сетки с перекрытием, для параллелей (секторы 3, 4) и для меридианов (секторы 1, 2). Размеры зон наложения по широте и долготе, при развертке поля, определяются величиной максимального перемещения трассера, выраженной в градусах за шаг по времени. И могут варьироваться от слоя к слою по вертикали, обеспечивая условие минимума вычислительной нагрузки при решении трехмерной задачи переноса.

На рис. 5 пошагово отображен проход облака трассера через особую точку полюса. Как видно из рисунка, модель сохраняет форму и амплитуду облака благодаря граничному условию.

На рис. 6 пошагово отображен проход облака трассера по параллели. Как видно из рисунка, модель сохраняет форму и амплитуду облака благодаря граничному условию.

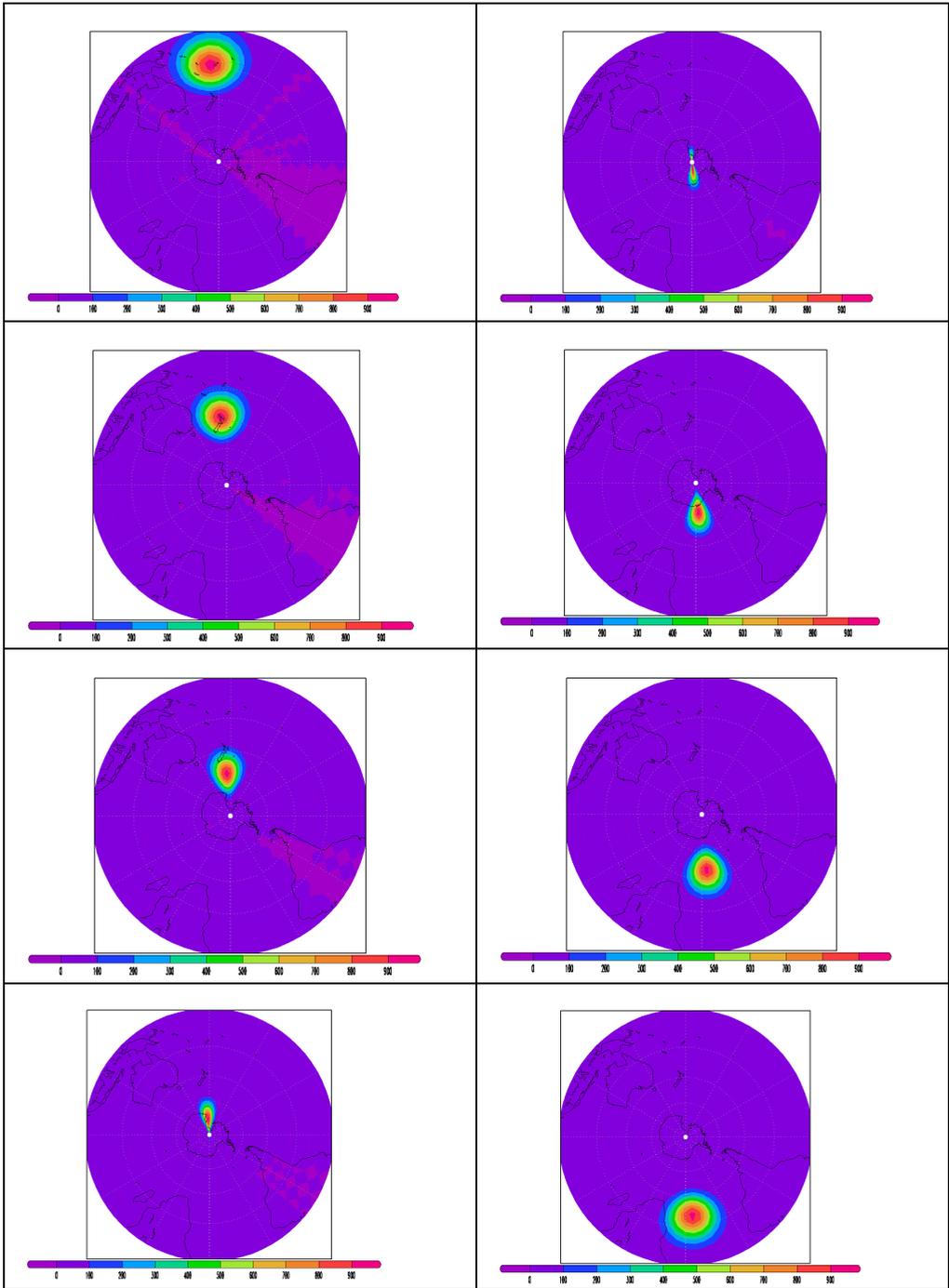


Рис. 5. Проход облака трассера через особую точку полюса

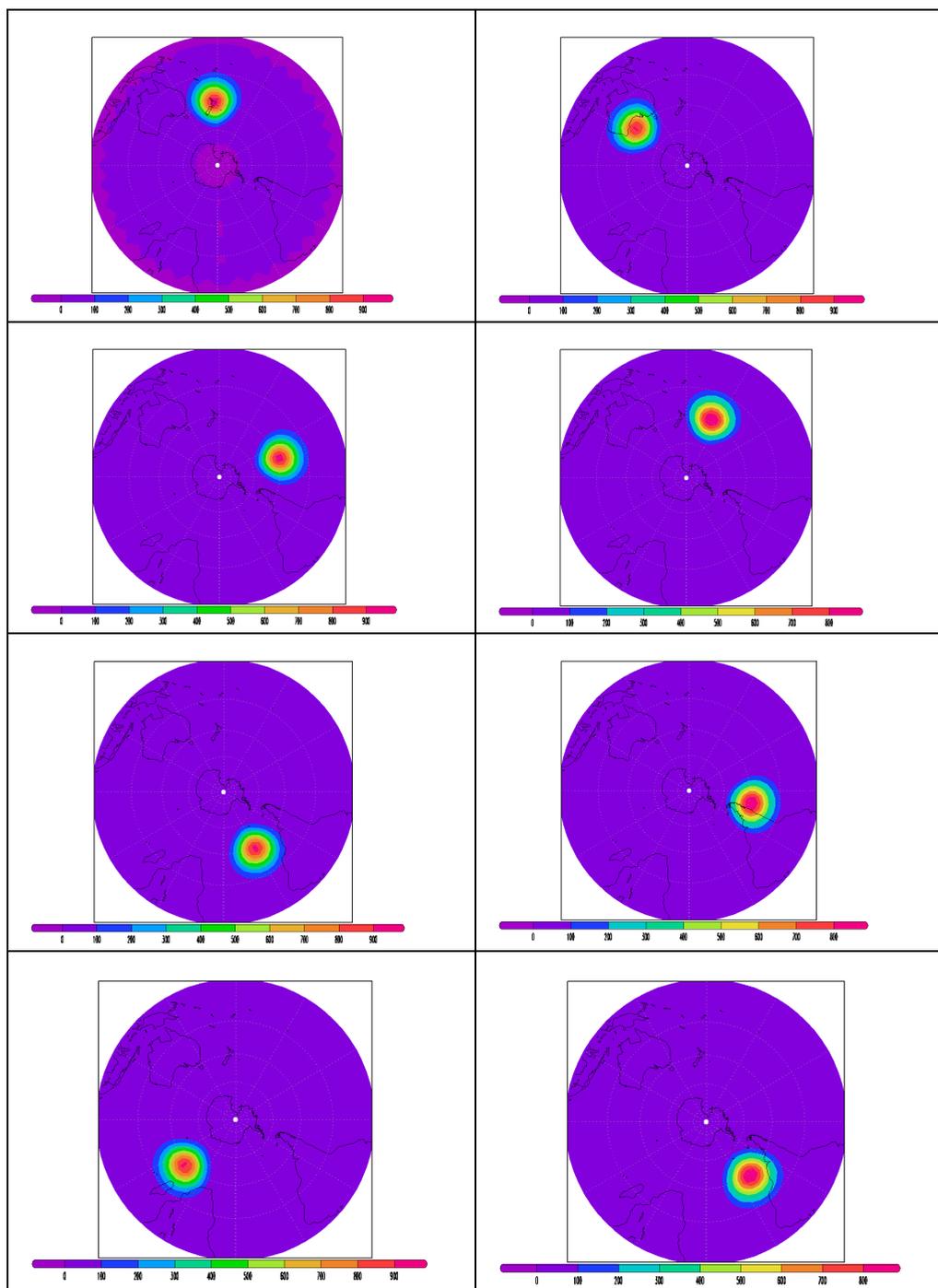


Рис. 6. Проход облака по кругу широты

Фильтр вычислительного шума

Для подавления коротковолновой составляющей поля используется фильтр Шапиро.

$$\Delta f = \frac{1}{16}(f_{i-2} - 4f_{i-1} + 6f_i - 4f_{i+1} + f_{i+2});$$
$$f_i = f_i - k\Delta f, \quad i = 1 \dots N,$$

где f – фильтруемое поле; i – номер узла; N – количество точек сетки; k – коэффициент жесткости фильтра.

Эксперимент по переносу случайного поля на сфере

Начальное поле задано случайной функцией на сфере. Амплитуда начального поля – 10 единиц, амплитуда возмущений задана равной – 10 % от амплитуды поля (рис. 7). Интегрирование по времени происходит с шагом 720 с, на период 200 суток.

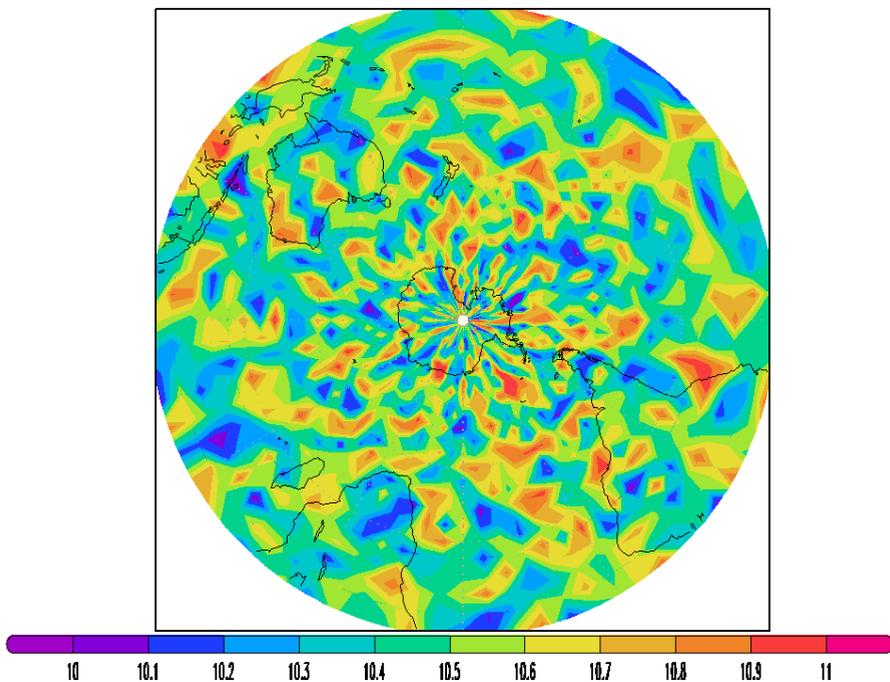


Рис. 7. Начальное поле трассера

Как видно из рис. 8–10, в процессе интегрирования уравнений модели амплитуда поля меняется в пределах 0,1 % от начальной на протяжении полугода, что составляет примерно 25 000 шагов по времени. Данный факт подтверждает устойчивость схемы интегрирования, а также сохранение глобальной массы

трассера в процессе интегрирования.

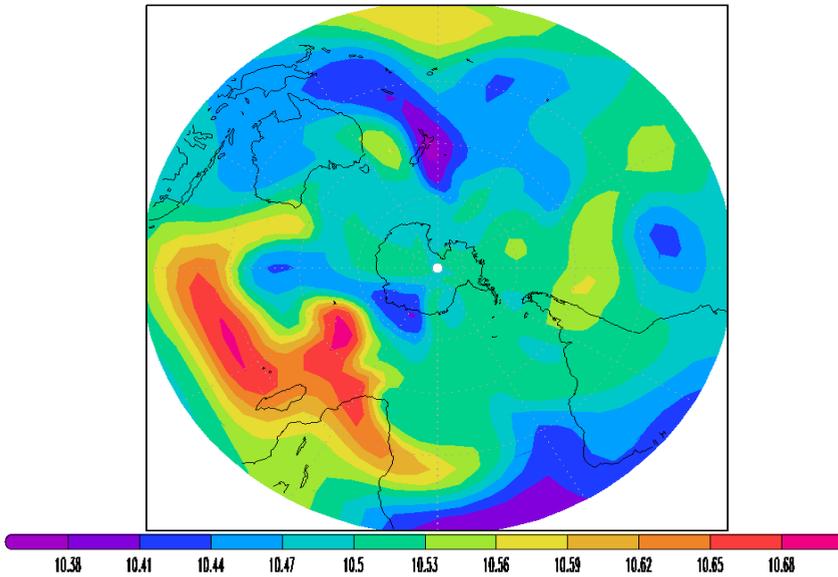
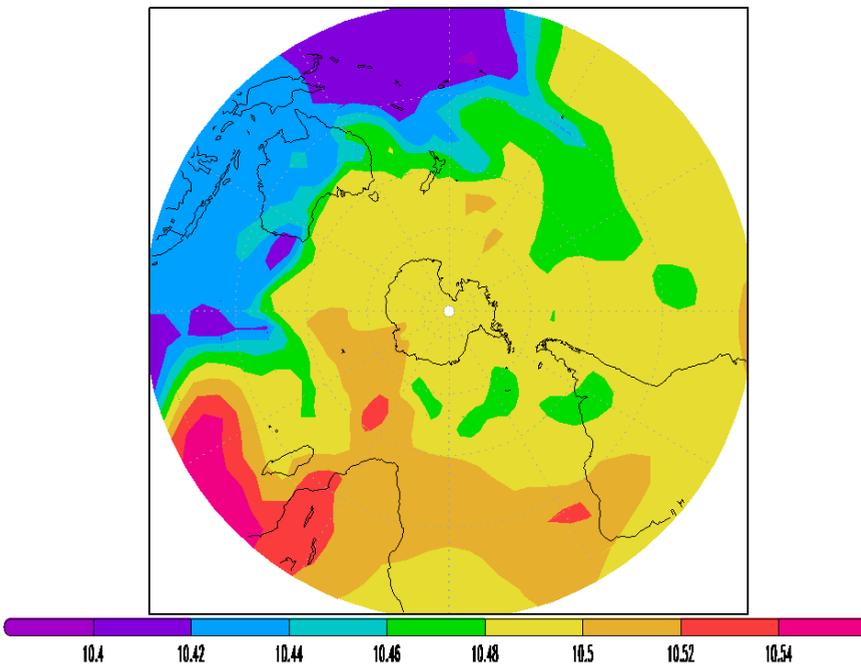


Рис. 8. Поле трассера через сутки



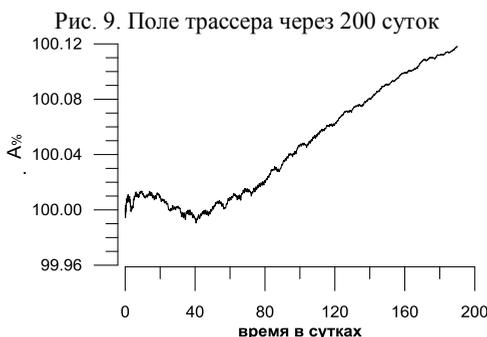


Рис. 10. Изменение во времени массы трассера, выраженной в процентах от начального значения

Заключение

Рассмотренный в данной публикации подход к решению задачи переноса примеси на сфере, прост в практической реализации, дешев с точки зрения потребляемых вычислительных ресурсов. Как видно из результатов экспериментов, метод применим для построения глобальных моделей переноса примеси, предназначенных для исследования состава атмосферы [8, 9]. Кроме того, разработанный метод легко модифицируется для решения трехмерной задачи переноса.

Литература

1. *Rood R.B.* Numerical advection algorithms and their role in atmospheric transport and chemistry models // *Rev. Geophys.* 1987. Vol. 25. No.1. P. 71-100.
2. *Prather, M.* Numerical advection by conservation of second-order moments // *J. Geophys. Res.*, 91, 6671–6681, 1986.
3. *Lin S.J., Rood R.* Multidimensional flux-form semi-lagrangian transport schemes // *Mon. Weather Rev.* 1996. Vol. 124. P. 2046-2070.
4. *Zubov V., Rozanov E., Schlesinger M.* Hybrid scheme for three-dimensional advective transport // *Mon. Wea. Rev.* 1999. Vol. 127. P. 1335-1346.
5. *Delig G., Wheeler M.F.* Next generation environmental models and computational methods // U.S. Environmental Protection Agency. 1997. – 377 p.
6. *Смышляев С.П., Галин В.Я., Володин Е.М.* Модельное исследование межгодовой изменчивости содержания атмосферного озона в средних широтах // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*, 2004, т. 40, № 2, с. 210-221.
7. *Белов Н.П., Борисенков Е.П., Панин Б.Д.* Численные методы прогноза погоды. – Л.: Гидрометеоздат, 1989. – 375 с.
8. *Боровская О.П., Блакитная П.А., Смышляев С.П., Галин В.Я., Хорева Е.И.* Моделирование взаимосвязанных изменений температуры и газового состава атмосферы в будущем // *Уч. зап. РГГМУ*, 2011, № 23, с. 75-89.
9. *Блакитная П.А., Смышляев С.П., Атласкин Е.М., Шаарийбу Г.* Модельное исследование влияния солнечной активности на газовый состав и тепловой режим атмосферы // *Уч. зап. РГГМУ*, 2010, № 12, с. 25-36.

Работа выполнена в Российском государственном гидрометеорологическом университете в рамках гранта Правительства РФ (Договор №11.G34.31.0078) для поддержки исследований под руководством ведущих ученых, а также в рамках мероприятий Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.