

Н.О. Григоров, К.Л. Восканян, М.С. Караваяева

О СООТНОШЕНИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ТЕПЛОВОЙ ИНЕРЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ТЕРМОМЕТРОВ

N.O. Grigorov, K.L. Voskanyan, M.S. Karavaeva

SENSIBILITY AND HEAT INERTIA RELATIONSHIP FOR SEVERAL KINDS OF THERMOMETERS

В данной работе сделана попытка исследования разумных пределов увеличения точности наиболее употребляемых типов термометров — жидкостных термометров, биметаллических термометров и термометров сопротивления. Полученные результаты, также как и методика подхода, могут быть распространены и на другие термометры, обладающие термометрическим телом.

Ключевые слова: жидкостные термометры, биметаллические термометры, термометры сопротивления, чувствительность, тепловая инерция, температура воздуха.

In this paper, we make an analyze of reasonable limits to increase accuracy of the most used types of thermometers — liquid thermometers, bimetallic thermometers and resistance sensors. The received results, also as well as the method to do, can be used to other thermometers having a thermometric body.

Key words: liquid thermometers, bimetallic thermometers, resistance sensors, sensibility, heat inertia, air temperature.

Важнейшей характеристикой любого измерительного прибора является его чувствительность, величина которой (S) определяется формулой [3, 5]:

$$S = \frac{dY}{dX}, \quad (1)$$

где Y и X — соответственно выходная и входная величина прибора. Для термометров входной величиной является температура, выходная величина зависит от конструкции термометра.

Увеличение чувствительности позволяет измерить температуру с большей точностью. Однако, существует предел увеличения чувствительности, связанный с тепловой инерцией термометра. По причине тепловой инерции все термометры обладают так называемой инерционной погрешностью. В тех случаях, когда эта погрешность превышает требуемую точность измерений, дальнейшее повышение точности становится лишним смыслом.

Приняв высоту столбика жидкости h в качестве выходного параметра, определим чувствительность жидкостного термометра выражением:

$$S = \frac{dh}{dt}. \quad (2)$$

Выражая высоту h через параметры термометра с шарообразным резервуаром, приходим к выражению:

$$h = \beta \cdot t \cdot \frac{4}{3r^2} \cdot R^3, \quad (3)$$

где β — коэффициент объемного расширения жидкости; R — радиус резервуара термометра; r — радиус капилляра; t — температура.

Соответственно чувствительность термометра с шарообразным резервуаром можно рассчитать по формуле (4), а чувствительность жидкостного термометра с цилиндрическим резервуаром по формуле (5):

$$S = \frac{dh}{dt} = \beta \frac{4}{3r^2} \cdot R^3, \quad (4)$$

$$S = \beta \frac{R_1^2}{r^2} \cdot l, \quad (5)$$

где l — длина цилиндра; R_1 — его радиус.

В то же время коэффициент тепловой инерции термометра может быть рассчитан по формуле:

$$\lambda = \frac{mC}{\alpha S}, \quad (6)$$

где m — масса термометрического тела; C — удельная теплоемкость материала, из которого оно изготовлено (в данном случае, ртуть); α — коэффициент конвективного теплообмена между термометрическим телом и средой; S — площадь шарообразного термометра.

Выражая массу и площадь резервуара через его радиус, приходим к соотношению:

$$\lambda = \frac{4}{3} \frac{RC\rho}{\alpha}, \quad (7)$$

где ρ — плотность жидкости термометра.

Примем в качестве базовой модели термометр ТМ-4, применяемый для измерений температуры в психрометрической будке [1, 2], со следующими параметрами:

- чувствительность — 3 мм/К;
- диаметр резервуара — 5,4 мм;
- радиус капилляра — 0,037 мм;
- длина капилляра — 300 мм.

Рассчитанный по формуле (7) коэффициент тепловой инерции термометра ТМ-4 составляет около 100 с. В термометре ТМ-4 отсчет возможен до десятых долей градуса,

следовательно, допустимая погрешность не превышает 0,05 К. Зная значение чувствительности термометра (3 мм/К), легко определить соответствующую допустимой погрешности величину перемещения столбика ртути:

$$\Delta h = S \cdot \Delta t = 0.15 \text{ мм.} \quad (8)$$

Цена деления шкалы тесно связана с физиологическими особенностями человека, с остротой его зрения. Будем считать величину $\Delta h = 0,15$ мм предельно возможной и примем её значение постоянным в наших расчетах.

Измерения становятся нерепрезентативными, если допустимая погрешность становится меньше инерционной ошибки. Инерционную ошибку можно определить по формуле [3, 5]:

$$\Delta t_{\text{ин}} = \gamma \lambda, \quad (9)$$

где γ — скорость изменения температуры среды.

Как известно [7], изменение температуры среды может быть обусловлено следующими процессами:

- годовым изменением средней температуры (характерное время — десятки суток);
- суточным изменением температуры (характерное время — не менее одного часа);
- краткосрочными погодными изменениями температуры, связанными с прохождением фронтов, и мелкомасштабных погодных образований (характерное время — несколько минут);
- флуктуациями температуры, обусловленными локальными причинами (характерное время — секунды и доли секунды).

Сравнивая значения характерного времени с коэффициентом инерции термометра, можно сделать вывод, что годовые и суточные изменения температуры остаются за рамками данной работы по причине их уверенного измерения всеми существующими типами термометров. Краткосрочные погодные изменения необходимо принимать в расчет, однако термометр с коэффициентом инерции 100 с и менее дает пренебрежимо малую погрешность. Что же касается флуктуаций температуры, обусловленных локальными процессами, то температура может изменяться со скоростью 0,01 К в секунду и более, но эти изменения носят характер случайных флуктуаций. Обычно в метеорологических измерениях такие флуктуации не регистрируются, так как не являются погодообразующими.

Рассчитаем предельную скорость изменения температуры, при которой имеет смысл измерение температуры с погрешностью, обусловленной чувствительностью термометра. Для этого примем следующее утверждение: погрешность, обусловленная чувствительностью равна погрешности, обусловленной инерцией термометра, рассчитанной по формуле (9). Результаты расчета для шарообразного ртутного термометра представлены на рис. 1.

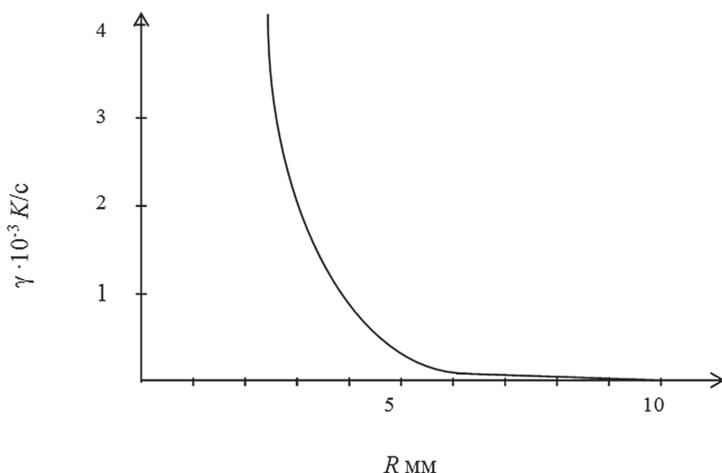


Рис. 1. Зависимость предельной скорости изменения температуры, регистрируемой ртутным термометра с шарообразным резервуаром от радиуса резервуара.

Видно, что для термометра ТМ-4, радиус резервуара которого равен 2,7 мм, предельно большая скорость изменения температуры составляет 0,004 К/с, или около одного градуса за 250 с (примерно за 4 мин). Это немногим больше, чем характерная скорость изменения температуры, обусловленная погодными процессами. Следовательно, инерционная погрешность для таких термометров может не приниматься в расчет из-за её малой величины. Для термометров с радиусом резервуара 4 мм значение предельно большой скорости составляет уже около 0,001 К/с, или 1 К за 10 мин, а для термометра с радиусом резервуара 6 мм — уже около 1 К за 1 ч. Эти скорости характерны уже для суточных изменений температуры, и гораздо меньше скорости краткосрочных погодных изменений.

Дальнейшее увеличение размера резервуара термометра ведет к уменьшению погрешности, однако при этом резко падает значение предельно допустимой скорости изменения температуры. Ртутные термометры с цилиндрическим резервуаром обладают несколько меньшим коэффициентом инерции, но он отличается от термометров с шарообразным резервуаром максимум в 2 раза. Следовательно, регистрация флуктуаций температуры с помощью ртутных термометров невозможна.

Для расчета чувствительности спиртового термометра с цилиндрическим резервуаром воспользуемся формулой (5). Примем следующее значение необходимых констант:

- радиус капилляра — 0,3 мм,
- радиус резервуара — 2 мм,
- коэффициент объемного расширения спирта $\beta = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ [6].
- коэффициент теплообмена между резервуаром термометра и средой (при отсутствии ветрового потока) $\alpha = 50 \text{ Дж/кг} \cdot \text{K}$ [4]
- удельная теплоемкость спирта $C = 2,39 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{K}$ [6],
- плотность спирта $\rho = 0,79 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ [6].

Коэффициент тепловой инерции для такого термометра рассчитаем по формуле:

$$\lambda = \frac{\pi R l \rho C}{2\pi \cdot \alpha (R + l)}. \quad (10)$$

Результаты расчета чувствительности спиртового термометра и предельно большой скорости изменения температуры, как функции длины цилиндрического резервуара, показаны на рис. 2 и 3.

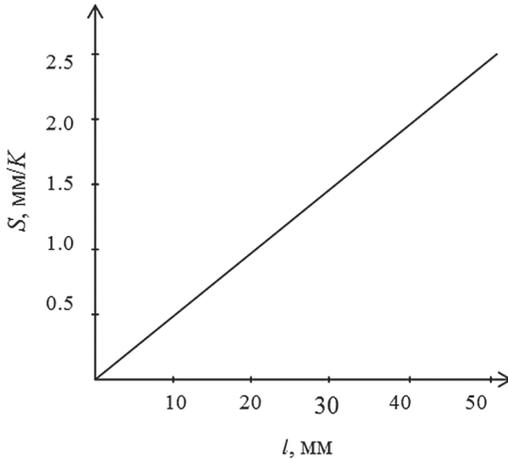


Рис. 2. Зависимость чувствительности спиртового термометра от длины его резервуара.

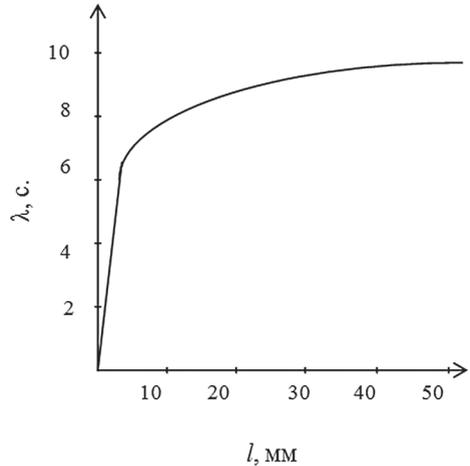


Рис. 3. Зависимость коэффициента тепловой инерции спиртового термометра от длины его резервуара.

Совершенно очевидно, что поскольку коэффициент инерции спиртового термометра гораздо меньше коэффициента инерции ртутного термометра, то измерение температуры, вызванное погодными процессами, может проводиться с их помощью достаточно уверенно. Измерение флуктуаций температуры, имеющее характерное время несколько секунд, может проводиться с погрешностью, не превышающей 0,5 К при характерном времени флуктуаций 2 с. Это, однако, слишком большая погрешность для метеорологических измерений.

Итак, спиртовые термометры способны регистрировать не только изменения температуры, обусловленные погодными факторами, но и температурные флуктуации, однако, точность этих измерений очень невысокая.

Исследуем теперь возможности биметаллического термометра. Примем биметаллический датчик изготовленным из инвара и стали. Пусть показывающая стрелка закреплена на одном конце пластинки, тогда как другой конец неподвижен. Тогда чувствительность датчика можно определить по формуле [3, 5]:

$$S = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{L_0 (\beta_1 - \beta_2)}{d}, \quad (11)$$

где φ — угол отклонения стрелки; L_0 — длина биметаллической пластины при 0°C ; d — её толщина.

Соответственно, ошибка измерения, обусловленная чувствительностью, равна:

$$\delta t = \frac{\Delta x}{S} = \frac{\Delta x \cdot d}{L_0(\beta_1 - \beta_2)}, \quad (12)$$

где Δx — цена деления шкалы (в расчете принято $\Delta x = 0,5$ мм).

В то же время инерционная ошибка датчика определяется следующим соотношением:

$$\Delta t = \frac{\gamma \cdot \rho \cdot d \cdot C}{2\alpha}. \quad (13)$$

Здесь приняты те же обозначения, что и в формуле (10). Поскольку удельная теплоемкость инвара и стали не очень сильно отличаются [8], то было принято среднее значение $C = 466$ Дж/(кг·К).

Приравняв значения δt и Δt , найдем такую длину пластины, которая отвечает максимальной чувствительности, но дает инерционную ошибку, не превышающую значений δt .

$$L = \frac{2\alpha \cdot \Delta x}{\gamma \cdot \rho \cdot C(\beta_1 - \beta_2)}. \quad (14)$$

В результате оптимальная длина биметаллической пластинки определена как 6,6 см. Интересно отметить, что результат получается не зависящим от толщины биметаллической пластины. Сама ошибка измерения при соблюдении этого условия составляет около 0,06 К. Таким образом, биметаллический датчик можно применять для регистрации температурных флуктуаций, с погрешностью не менее, чем 0,06 К.

Теперь исследуем возможности применения термометра сопротивления. Как известно, этот датчик представляет собой тонкую проволочку, как правило, скрученную в жгут. Примем датчик изготовленным из проводниковой меди. Тогда чувствительность неуравновешенного термометра сопротивления, определяемая как изменение тока в измерительной диагонали при изменении температуры на градус, рассчитывается по формуле (15) [3, 5]:

$$S = \frac{di}{dt} = \frac{U \cdot \mu}{4(R_g + R)}, \quad (15)$$

где U — напряжение питания мостовой схемы; μ — температурный коэффициент изменения сопротивления (для меди $\mu = 4,28 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$); R_g — внутреннее сопротивление измерительного прибора; R — сопротивления входящих в плечи схемы резисторов.

Сопротивление датчика примем равным 100 Ом, радиус медного проводника (r) примем равным 0,05 мм, удельное сопротивление меди (ρ_s) равно 0,017 Ом/мм²·м,

плотность меди (ρ_n) равна 8900 кг/м³ [8]. Коэффициент теплообмена между датчиком и средой, как прежде, примем равным 50 Дж/кг·К [4].

При этих значениях, расчет дает значение чувствительности 27,3 мкА/К. Это вполне достижимая, и даже не самая большая точность для электроизмерительных приборов.

Примем проволочный датчик скрученным в жгут и помещенным в цилиндр радиусом r и длиной l . Тогда при сопротивлении провода 100 Ом, его коэффициент инерции, рассчитанный по формуле (10), оказался равен 173 с. Это не намного отличается от коэффициента инерции ртутных термометров и делает датчик совершенно непригодным для регистрации флуктуаций температуры.

Теперь представим себе, что провод размотан по всей длине и представляет собой конструкцию в виде, например, сетки. Тогда приняв для площади датчика площадь боковой поверхности цилиндрического провода, получаем окончательное выражение для коэффициента инерции такого датчика:

$$\lambda = \frac{\rho_n \cdot C}{2\alpha} \cdot r. \quad (16)$$

Интересно, что коэффициент инерции датчика, выполненного в виде размотанного провода, не зависит от длины этого провода! Он зависит только от природы материала, используемого для этого провода (точнее, от его плотности и удельной теплоемкости), а также от радиуса этого провода, причем зависимость от радиуса линейная. Расчет по формуле (16) приводит к результату, изображенному на рис. 4.

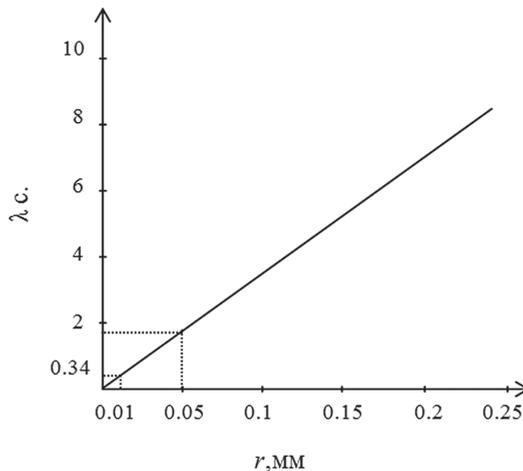


Рис. 4. Зависимость коэффициента инерции терморезистора с размотанным проводом от радиуса провода.

Видно, что для принятого значения $r = 0.05$ мм значение коэффициента тепловой инерции будет равно 1,7 с. Это делает датчик вполне пригодным для измерения всех типов изменения температуры воздуха, даже ее флуктуаций. Уменьшение радиуса провода до 0,01 мм (что вполне реально, провод такого радиуса выпускается

промышленностью) снижает коэффициент инерции до десятых долей секунды. Тогда датчик можно использовать для измерения флуктуаций температуры с характерным временем менее, чем одна секунда.

Такой датчик становится тем более привлекательным для измерения случайных флуктуаций, если учесть точность измерения, обусловленную чувствительностью прибора — до 0,01 К.

Подводя итог выполненным исследованиям, отметим, что:

- ртутные термометры с шарообразным или цилиндрическим резервуаром пригодны для измерения температуры только в случае, если оно обусловлено суточными или погодными изменениями. Однако, они совершенно непригодны для регистрации случайных флуктуаций температуры. Их коэффициент инерции не может быть ниже нескольких десятков секунд.
- спиртовые термометры с цилиндрическим резервуаром имеют большую чувствительность и меньшую инерцию по сравнению с ртутными термометрами. И могут быть использованы как для регистрации погодных изменений температуры, так и для регистрации случайных флуктуаций, если характерное время флуктуаций не менее 2 с, с точностью не более 0,5 °С.
- биметаллический датчик можно применять для регистрации температурных флуктуаций, с погрешностью не менее, чем 0,06 К.
- термометры сопротивления могут уверенно быть использованы для регистрации флуктуаций температуры, если датчик представляет собой размотанный провод. Их можно применять для измерения флуктуаций температуры с характерным временем до 0,5 с с точностью до 0,01 °С.

Литература

1. *Городецкий О.А., Гуральник И.И., Ларин В.В.* Метеорология, методы и технические средства наблюдений. — Л.: Гидрометеиздат, 1984. — 327 с.
2. ГОСТ 112-78 Термометры метеорологические стеклянные. — М.: Стандартиформ, 2006. — 15 с.
3. *Григоров Н.О., Саенко А.Г. Восканян К.Л.* Методы и средства гидрометеорологических измерений. Метеорологические приборы. Учебник. — СПб.: РГГМУ, 2012. — 306 с.
4. *Григоров Н.О., Симакина Т.Е.* Задачник по дисциплине «Методы и средства гидрометеорологических измерений». — СПб.: РГГМУ, 2006. — 41 с.
5. *Качурин Л.Г.* Методы метеорологических измерений. Методы зондирования атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1985. — 465 с.
6. *Кухлинг Х.* Справочник по физике. Перевод с немецкого под ред. Е.М.Лейкина. — М.: Мир, 1983. — 520 с.
7. *Матвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1984. — 751 с.
8. Руководство к лабораторным работам по экспериментальной физике атмосферы. Под ред. Качурина Л.Г. — Л.: Гидрометеиздат, 1969. — 510 с.