

Х. Диавара, А.А. Дехтярев

**УСТОЙЧИВОСТЬ ФОРМИРОВАНИЯ МНОГОЛЕТНЕГО СТОКА
И ФРАКТАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА РЯДОВ РАСХОДОВ ВОДЫ И
ИСПАРЕНИЯ АФРИКАНСКОГО КОНТИНЕНТА**

H. Diawara, A.A. Dehtyarev

**STABILITY FORMATION OF RUNOFF AND FRACTAL DIAGNOSTICS
SERIES OF WATER DISCHARGE AND EVAPORATION OF THE AFRICAN
CONTINENT**

Оцениваются устойчивость решения модели формирования стока с речных бассейнов Африки, а также фрактальная размерность многолетних рядов годового стока и испарения. По 156 речным бассейнам сформирована база данных, содержащая временные ряды стока, осадков и испарения, вычисленного по уравнению водного баланса. Показана возможность использования испарения в качестве дополнительной переменной в расширенной модели формирования годового стока в Африке.

Ключевые слова: Африканский континент, многолетний речной сток, устойчивость решений модели, фрактальная размерность, испарение.

Evaluated the stability of solutions of the model of the runoff formation of river-basins in Africa, as well as the fractal dimension of long-term series of annual runoff and evaporation. From 156 river basins formed the base data, containing time series runoff, precipitation and evaporation calculated by the water balance equation. The possibility of using evaporation as an additional variable in the extended model of the formation of the annual runoff in Africa.

Key words: African continent, long river flow, stability of solutions of the model, fractal dimension, evaporation.

Введение

Последние исследования на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов выявили существование зон неустойчивого формирования вероятностных характеристик многолетнего речного стока на территории Российской Федерации [3, 11]. В этих зонах актуальным становится вопрос о надежном прогнозировании обеспеченных расходов воды и других гидрологических характеристик. Неустойчивые зоны встречаются в основном на южной территории РФ.

Показано, что для Африканского континента процесс формирования речного стока также будет неустойчивым, так как он находится в еще более жарком климате, чем южные районы РФ. В связи с этим вопрос об устойчивости процесса формирования речного стока на Африканском континенте приобретает актуальность.

Цель данного исследования заключается в оценке устойчивости вероятностных характеристик многолетнего речного стока Африки и в проведении фрактального

диагностирования [7, 9], для определения размерности фазового пространства модели годового стока, имеющей устойчивые решения.

В настоящее время для оценивания гидрологического режима рек Африки используются карты Мирового Водного баланса, составленные в 1974 г. [1]. Если исследование подтвердит гипотезу об устойчивости процесса формирования речного стока, то этими картами можно будет пользоваться и в перспективе. В противном случае потребуется модернизация карт либо обобщение модели формирования вероятностных распределений многолетнего стока.

Оценка устойчивости вероятностных характеристик многолетнего речного стока

Критерий устойчивости был получен из стохастической модели формирования стока [4–7, 15] (уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК)). Динамической основой этой модели является дифференциальное уравнение, связывающее внешнее воздействие на водосбор с его реакцией и параметрами водосбора:

$$\tau \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{k} = \dot{X}, \quad (1)$$

где τ — эффективное время добегания (время релаксации); Q — расход воды в замыкающем створе; k — коэффициент стока; $\dot{X}$ — внешнее воздействие в виде осадков на водосбор.

Используя обозначения — $1/(k\tau) = \bar{c} + \tilde{c}$ и $\dot{X}/\tau = \bar{N} + \tilde{N}$ (где $\bar{c}$ и $\bar{N}$ — математические ожидания; $\tilde{c}$ и $\tilde{N}$ — белые шумы с интенсивностями $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$ и взаимной интенсивностью $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$) и применив процедуру стохастического обобщения, получим систему уравнений для моментов m , аппроксимирующую уравнение ФПК [5]:

$$\begin{aligned} dm_1/dt &= -(\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}})m_1 - 0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N}; \\ dm_2/dt &= -2(\bar{c} - G_{\tilde{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_1 + G_{\tilde{N}}; \\ dm_3/dt &= -3(\bar{c} - 1,5G_{\tilde{c}})m_3 + 3\bar{N}m_2 - 7,5G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_2 + 3G_{\tilde{N}}m_1; \\ dm_4/dt &= -4(\bar{c} - 2G_{\tilde{c}})m_4 + 4\bar{N}m_3 - 14G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_3 + 6G_{\tilde{N}}m_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Из системы (2) следует, что устойчивость зависит от соотношения $G_{\tilde{c}}/\bar{c}$, которое носит название критерия устойчивости β . При стремлении β к единице происходит потеря устойчивости второго момента, что приводит к ненадежности оценок коэффициентов вариации и асимметрии.

Ранее в РГГМУ был разработан практический путь нахождения численного значения параметра β . Из уравнения ФПК следует выражение для нормированной автокорреляционной функции:

$$r = \exp[-(\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}})\tau], \quad (3)$$

где r — нормированная автокорреляционная функция.

При годовой сдвигке ($\tau = 1$) уравнение (3) приводится к выражению:

$$\beta = 2k \ln r + 2, \quad (4)$$

где r — значение коэффициента автокорреляции при годовой сдвигке.

Для использования выражения (4) необходимо знание численных значений величин k и r , которые легко вычисляются по данным стандартных наблюдений.

Для районирования Африки по критерию устойчивости была создана база данных из 156 рядов среднегодовых расходов воды речных бассейнов, распределенных по всей территории. Данные о расходах и характеристиках водосборов были взяты из [12]. Восстановление и удлинение рядов проводились методом гидрологической аналогии [2, 13]. По рядам среднегодовых расходов воды рассчитаны коэффициенты автокорреляции при годовой сдвигке. Для расчета коэффициента стока были определены нормы осадков [14]. Карта критерия устойчивости, рассчитанного по выражению (4), представлена на рис. 1. Анализируя данную карту, нетрудно заметить, что почти по всей территории Африки наблюдается неустойчивость второго ($\beta > 1$), а следовательно, и третьего ($\beta > 0,67$) моментов. Это означает, что в Африке процесс формирования годового стока имеет сложный характер, для описания которого знание только одной фазовой переменной — расход воды часто может оказаться недостаточным; необходимо расширить фазовое пространство, т.е. в рассмотрение вводить дополнительную переменную.

Для того чтобы узнать необходимое число дополнительных фазовых переменных надо провести фрактальную диагностику гидрометеорологических рядов. Для этого было отобрано 24 гидрологические станции с продолжительностью наблюдений более 20 лет, по которым производился расчет фрактальной размерности рядов годового стока. Размерность пространства вложения — это необходимое количество переменных для устойчивого описания процесса формирования годового стока. Она определялась при помощи методики фрактального диагностирования, разработанной на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов [7]. Методика основана на корреляционном интеграле и теореме Такенса [10, 16], смысл которой заключается в следующем. Пусть состояние системы полностью описывается m переменными: $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$. С интервалом T производятся измерения какой-либо одной из них, например, $x_1(t)$. Тогда, согласно теореме, вместо последовательности, состоящей из m переменных $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$, можно рассматривать последовательность $x_1(t+T), x_1(t+2T), \dots, x_1(t+(m-1)T)$, т.е. в каждый момент времени состояние системы может быть описано m значениями одной переменной, взятыми со сдвигом T .

Результаты расчетов фрактальной размерности для годового стока представлены в табл. 1. Из таблицы видно, что размерность пространства вложения не превосходит двух. Это значит, что в основе динамического ядра стохастической модели, описывающей процесс формирования годового стока, должна быть система из двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Возможен вариант, предусматривающий ядро, состоящее только из одного обыкновенного уравнения, тогда оно должно быть нелинейным.

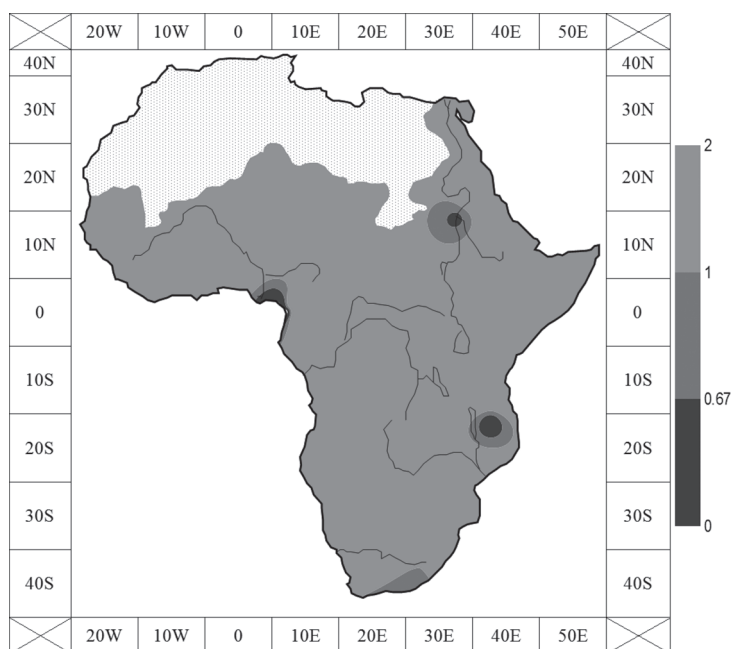


Рис. 1. Карта критерия устойчивости β

Таблица 1

Фрактальные размерности рядов стока

Страна	Река	Пост	Фрактальная размерность	Размерность пространства вложения
Руанда	Nyabarongo	Kazenze	1,03	2
Руанда	Nyabarongo	Rusumo	1,27	2
Руанда	Kagera	Rusumo	1,39	2
Танзания	Bubu	Bahi	0,29	1
Замбия	Gwaai	Kamativi G/W	0,27	1
Замбия	Sabi	Condo D/S G/W	0,98	1
Замбия	Hunyani	Prince Edward Dam D/S G/W	0,44	1
Замбия	Ncema	Ncema Dam U/S G/W	0,39	1
Замбия	Mutare	Premier Estate	0,46	1
Замбия	Umshagashi	Waterworks	0,54	1
Замбия	Nyahodi	Nyaruwa Flume	0,49	1
Замбия	Hunyani	Mandula Mine Weir	0,30	1
Марокко	Ouergha	Ourtzagh	1,04	2
Марокко	Sebou	Azib Soltane	1,33	2
Марокко	Moulouya	Dar el Caid	0,68	1

Страна	Река	Пост	Фрактальная размерность	Размерность пространства вложения
Марокко	Oum er Rebia	Dechra el Oued	1,58	2
Марокко	Ouergha	M'Jara	1,65	2
Марокко	Sebou	Ain Timedrine	1,54	2
Судан	Nile	Dongola	0,91	1
ЦАР	Oubangui	Bangui	0,62	1
ЮАР	Oranje	Aliwal-Noord	1,29	2
ЮАР	Oranje	Vioolsdrift	1,36	2
Лесото	Tsehlanyane	Oxbow	0,44	1
Лесото	Makhaleng	Molimo-Nthuse	1,42	2

На рис. 2 показано территориальное расположение выбранных водосборов с соответствующими размерностями рядов годового стока. Отмечается группировка размерностей. Для районов с размерностью два следует, что помимо сведений о расходе воды необходимо учесть в модели влияния второго фактора (второй фазовой переменной). Возникает задача его поиска. При анализе климатических условий Африки «напрашивается» гипотеза о том, что испарение (E) и является искомой второй фазовой переменной.

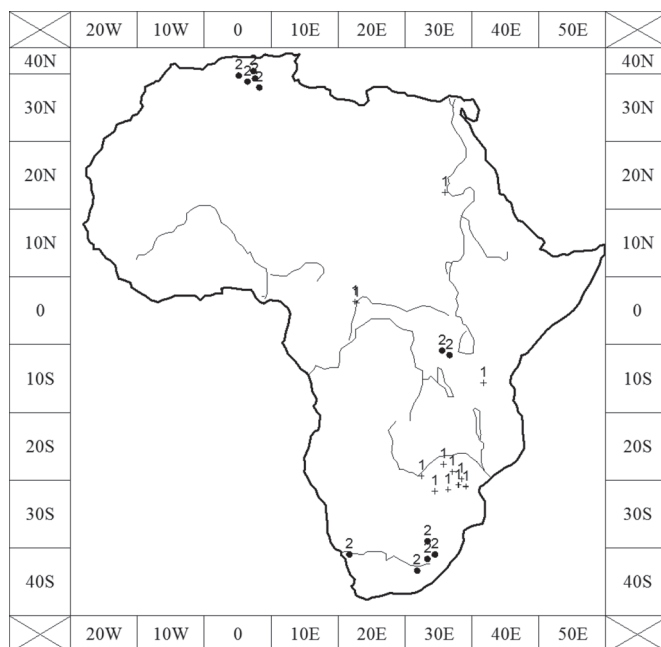


Рис. 2. Распределение размерностей пространства вложения рядов годового стока

В связи с имеющимися данными (ряды стока и осадков), испарение рассчитывалось по уравнению водного баланса; при этом делались некоторые допущения: глубокое залегание подземных вод, т.е. норма многолетних изменений суммарных влагозапасов в речных бассейнах равняется нулю [8].

По полученным рядам испарения так же, как по рядам среднегодовых расходов воды, рассчитывались фрактальные размерности. Результаты представлены в табл. 2. По некоторым рядам испарения не удалось определить фрактальную размерность, так как в процессе вычисления её значение не стабилизировалось. Из табл. 2 видно, что в 12 случаях из 17 размерность пространства вложения для испарения совпадает с таковой для стока, что составляет 70 %. В связи с этим можно принять гипотезу о существенной (даже решающей) роли испарения как второй фазовой переменной для модели формирования годового стока в Африке.

Таблица 2

Размерность пространства вложения для моделей стока и испарения

Страна	Река	Пост	Размерность пространства вложения	
			Q	E
Руанда	Nyabarongo	Kazenze	2	2
Руанда	Nyabarongo	Rusumo	2	1
Руанда	Kagera	Rusumo	2	2
Танзания	Bubu	Bahi	1	2
Замбия	Gwaai	Kamativi G/W	1	1
Замбия	Sabi	Condo D/S G/W	1	1
Замбия	Hunyani	Prince Edward Dam D/S G/W	1	—
Замбия	Ncema	Ncema Dam U/S G/W	1	—
Замбия	Mutare	Premier Estate	1	—
Замбия	Umshagashi	Waterworks	1	—
Замбия	Nyahodi	Nyaruwa Flume	1	—
Замбия	Hunyani	Mandula Mine Weir	1	2
Марокко	Ouergha	Ourtzagh	2	2
Марокко	Sebou	Azib Soltane	2	2
Марокко	Moulouya	Dar el Caid	1	2
Марокко	Oumer Rebia	Dechra el Oued	2	1
Марокко	Ouergha	M'Jara	2	2
Марокко	Sebou	Ain Timedrine	2	2
Судан	Nile	Dongola	1	—
ЦАР	Oubangui	Bangui	1	1
ЮАР	Oranje	Aliwal-Noord	2	2
ЮАР	Oranje	Vioolsdrift	2	2
Лесото	Tsehlanyane	Oxbow	1	—
Лесото	Makhaleng	Molimo-Nthuse	2	—

Выводы

В результате проведенного исследования впервые получены следующие результаты:

1. Оценена устойчивость решений модели формирования речного стока Африки и установлено, что почти на всей рассматриваемой территории наблюдается неустойчивость по третьему моменту.
2. Рассчитаны фрактальные размерности многолетних рядов годового стока и испарения по 24 станциям: в 70 % случаев размерность рядов стока совпадает с размерностью рядов испарения; кроме того, выявлена территориальная группировка размерностей. Таким образом, показана возможность использования испарения в качестве дополнительной переменной в устойчивой модели формирования годового стока в Африке.

Данные выводы открывают возможность разрабатывать для Африки модели прогнозирования стока в виде уравнения ФПК для двухмерной плотности вероятности $p(Q, E)$ [3]. Однако первоочередной задачей является предварительное освоение модели для эволюции одномерного распределения $p(E)$, тем более, что существует практическая необходимость в знании обеспеченных значений испарения как в существующих, так и ожидаемых климатических условиях.

Исследования финансировались Министерством образования и науки РФ при выполнении НИР «Адаптация математических моделей формирования вероятностных характеристик многолетних видов речного стока к физико-географическим условиям России для целей обеспечения устойчивости их решений при моделировании и прогнозировании», № 1413.

Литература

1. Атлас мирового водного баланса. — М.-Л.: Гидрометеиздат, 1974.
2. Владимиров А.М. Гидрологические расчеты. — Л.: Гидрометеиздат, 1990. — 368 с.
3. Коваленко В.В. К методике прогноза двухмерных вероятностных распределений многолетнего стока и испарения. // Метеорология и гидрология, 2014, № 2, с. 78–84.
4. Коваленко В.В. Метод характеристик в частично инфинитной гидрологии. — СПб.: РГГМУ, 2012. — 136 с.
5. Коваленко В.В. Новые явления и закономерности формирования речного стока. — СПб.: РГГМУ, 2013. — 172 с.
6. Коваленко В.В. Обеспечение устойчивости моделирования и прогнозирования речного стока методами частично инфинитной гидрологии. — СПб.: РГГМУ, 2011. — 107 с.
7. Коваленко В.В., Викторова Н.В., Гайдукова Е.В. Моделирование гидрологических процессов. — СПб.: РГГМУ, 2006. — 559 с.
8. Коваленко В.В., Гайдукова Е.В. Влияние климатической нормы приземной температуры воздуха на фрактальную размерность рядов многолетнего речного стока. // Доклады Академии наук, 2011, т. 439, № 6, с. 815–817.
9. Коваленко В.В., Гайдукова Е.В., Викторова Н.В. Практикум по дисциплине «Моделирование гидрологических процессов. Часть II. Стохастические модели (на базе языка C++)». — СПб.: РГГМУ, 2012. — 248 с.
10. Коваленко В.В., Гайдукова Е.В., Громова В.С., Девятков В.С., Хамлили А. Диагностирование неустойчивости формирования и фрактальной размерности многолетних рядов летне-осенней межени восточной сибирки методами частично инфинитной гидрологии. // Ученые записки РГГМУ, 2010, № 13, с. 30–39.
11. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. — М.: Эдиториал УРСС, 2000. — 336 с.

12. Расходы воды избранных рек мира. Том II (часть II). Месячные и годовые расходы воды. — СПб.: Гидрометеиздат, Юнеско, 1993. — 600 с.
13. *Сикан А.В.* Статистические методы обработки гидрологической Информации. — СПб.: РГГМУ, 2007. — 279 с.
14. Earth System Research Laboratory. Physical Sciences Divisions. U.S. Department of Commerce. National Oceanic and Atmospheric Administration, 2013. — Электронный ресурс: [<http://www.esrl.noaa.gov/psd/data.html>].
15. *Kovalenko V., Gaidukova E., Kachalova A.* An opportunity of application of excess factor in hydrology. // Hydrology and Earth System Sciences Discussions, 2012, vol. 9, pp. 13635–13649. — Электронный ресурс: [www.hydrol-earth-syst-sci-discuss.net/9/13635/2012/].
16. *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence. // Lect. Notes in Math. Berlin: Springer. 898 (1981), pp. 336–381.