

Т.Т. Нгуен, В.В. Чукин

МОДЕЛЬ РАССЕЙЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА КАПЛЯХ ВОДЫ И ФРАКТАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛАХ ЛЬДА

T.T. Nguyen, V.V. Chukin

ELECTROMAGNETIC WAVES SCATTERING MODEL ON WATER DROPS AND FRACTAL ICE CRYSTALS

В метеорологических измерительных системах широко используется активное и пассивное дистанционное зондирование атмосферы на основе регистрации рассеянного электромагнитного излучения. Данная статья посвящена описанию созданной численной модели для расчета характеристик рассеяния электромагнитных волн каплями воды и кристаллами льда с учетом их фрактальных свойств.

Ключевые слова: капли воды, кристаллы льда, фракталы, дистанционное зондирование.

Active and passive remote sensing of the atmosphere based on the registration of the scattered electromagnetic radiation are widely used in meteorological measurement systems. This article focuses on the created model to calculate the characteristics of electromagnetic wave scattering by water droplets and ice crystals with regard to their fractal properties.

Key words: water drops, ice crystals, fractals, remote sensing.

Введение

Известно, что электромагнитная волна при взаимодействии с атмосферными частицами возбуждает в них внутреннее поле, излучающееся в виде вторичных волн, а часть падающей электромагнитной волны поглощается частицей. Возбуждаемые в частице волны высших порядков зависят от соотношения радиуса частицы и длины волны падающего излучения. Вторичные волны составляют дифрагированное поле частицы. Следовательно, взаимодействие падающего излучения с атмосферными частицами приводит к дифракции электромагнитных волн, в частности, на сферических частицах. В средней и верхней тропосфере при отрицательных температурах в облаках содержится значительное количество переохлажденных капель, которые с течением времени превращаются в кристаллы льда [6]. В результате формируются кристаллические и смешанные облака, оказывающие существенное влияние на климат Земли путем рассеяния и поглощения электромагнитной энергии, идущей от Солнца и Земли [7, 9–12, 16]. Авторами работы [15] отмечено, что форма и размеры кристаллов льда сильно влияют на радиационный баланс системы Земля-атмосфера. Основы теории рассеяния электромагнитных волн на частицах были разработаны Лявом и Ми [2]. Существует ряд работ, посвященных методикам определения рассеяния электромагнитных волн на атмосферных частицах [17, 18]. В данной работе рассматриваются

математический аппарат моделирования рассеяния электромагнитных волн на каплях воды и кристаллах льда с учетом их фрактальных свойств, алгоритм нахождения коэффициентов Ми и его программная реализация.

Описание модели

Согласно теории Ми имеются следующие выражения для коэффициентов рассеянного поля [2]:

$$a_n = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)},$$

$$b_n = \frac{\psi_n(mx)\psi'_n(x) - m\psi_n(x)\psi'_n(mx)}{\psi_n(mx)\xi'_n(x) - m\xi_n(x)\psi'_n(mx)},$$

где a_n, b_n — коэффициенты рассеянного поля; n — индекс суммирования; m — относительный показатель преломления; $\psi_n(mx), \psi'_n(x)$ — функция Рикатти-Бесселя первого рода и ее производная по аргументу, стоящему в скобках; $\xi_n(mx), \xi'_n(x)$ — функция Рикатти-Бесселя третьего рода и ее производная по аргументу, стоящему в скобках; x — безразмерный параметр дифракции.

Для описания характеристики поглощения и рассеяния электромагнитного излучения сфероидальными частицами любых размеров x и с любым показателем преломления m достаточно знать коэффициенты a_n, b_n и угол рассеяния.

При решении задач дистанционного зондирования атмосферы очень важно знать величины сечения рассеяния, поглощения, ослабления и радиолокационного отражения, а также их факторы эффективности, которые определяются следующими формулами [2]:

$$\sigma_i = \pi r^2 K_i,$$

$$K_p = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2),$$

$$K_{\Pi} = K_o - K_p,$$

$$K_o = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \Re(a_n + b_n),$$

$$K_{\text{отр}} = \frac{2}{x^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1) (a_n - b_n) \right|^2,$$

где σ_i — сечения рассеяния, поглощения, ослабления и радиолокационного отражения; $K_p, K_{\Pi}, K_o, K_{\text{отр}}$ — соответственно факторы эффективности рассеяния, поглощения, ослабления и радиолокационного отражения; r — радиус сфероидальной частицы, м.

Алгоритмы численного моделирования рассеяния на сфероидальных частицах воды и льда реализованы на языке программирования Java. Созданные Java-классы позволяют по частям выполнить поставленную задачу. Входными параметрами для данной модели являются: радиус частицы, угол рассеяния, длина волны, показатель преломления окружающей среды и частицы.

Алгоритм определения коэффициентов Ми состоит из следующих шагов:

- 1) определение числа слагаемых в зависимости от параметра дифракции;
- 2) определение угловых функций по значению угла рассеяния прямой рекурсией;
- 3) определение коэффициентов Ми a_n и b_n , которое представляет собой наиболее важную часть алгоритма. Для этого используется логарифмическая производная, которая вычисляется методом обратной рекурсии. Данный метод обеспечивает более высокую точность расчетов и позволяет рассчитать коэффициенты Ми по формулам:

$$a_n = \frac{\left[\frac{D_n(mx)}{m} + \frac{n}{x} \right] \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{\left[\frac{D_n(mx)}{m} + \frac{n}{x} \right] \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)},$$

$$b_n = \frac{\left[mD_n(mx) + \frac{n}{x} \right] \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{\left[mD_n(mx) + \frac{n}{x} \right] \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)}.$$

Определение коэффициентов Ми по этим формулам удобно тем, что все присутствующие в них параметры или функции можно определить рекурсией, что обеспечивает простоту работы алгоритма.

Блок-схема программы, реализующей алгоритм расчета характеристик рассеяния электромагнитных волн на сферических частицах [5], представлена на рис. 1.

Такое взаимодействие между Java-классами удобно для моделирования рассеяния электромагнитных волн атмосферными частицами с разными диэлектрическими свойствами (показателями преломления) и разными размерами в широком диапазоне длин волн. Большинство расчетов проводится для комплексных чисел, поэтому создание отдельного класса *Complex*, совершающего элементарные математические операции с комплексными числами, упрощает работу и обеспечивает быстроту вычислений при создании его экземпляра.

Класс *Scattering* является родительским и имеет дочерние классы *Mi* и *Rayleigh*. Класс *Mi* осуществляет все расчеты, связанные с математическим аппаратом теории Ми, а класс *Rayleigh* — некоторые приближенные расчеты, основанные на теории Релея. Работа с моделью осуществляется путем создания Java-приложения, которое выводит значения амплитуд электрического вектора и сечений рассеяния, поглощения, ослабления и радиолокационного отражения при заданных входных параметрах.

Также, в данной работе для исследования рассеяния электромагнитных волн на атмосферных частицах используется численная модель диэлектрических свойств воды и льда [4]. Эта модель позволяет осуществить расчет показателя преломления и поглощения атмосферных частиц в широком диапазоне частот электромагнитных волн и температур. На рис. 2 представлена блок-схема наследования классов в модели диэлектрических свойств воды и льда.

Зависимость диэлектрических свойств воды и льда от температуры и частоты электромагнитной волны, описываемая моделью [4], представлена на рис. 3.

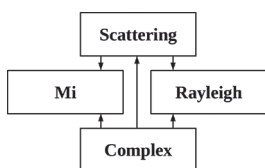


Рис. 1. Блок-схема взаимодействия Java-классов модели рассеяния радиоволн на сферических частицах

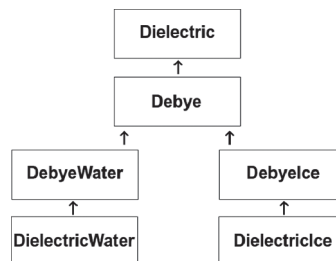


Рис. 2. Блок-схема наследования классов в модели диэлектрических свойств воды и льда

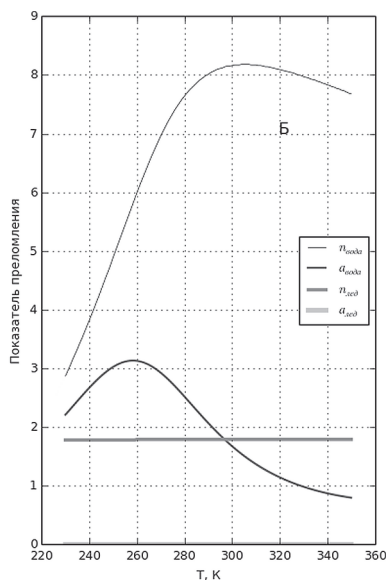
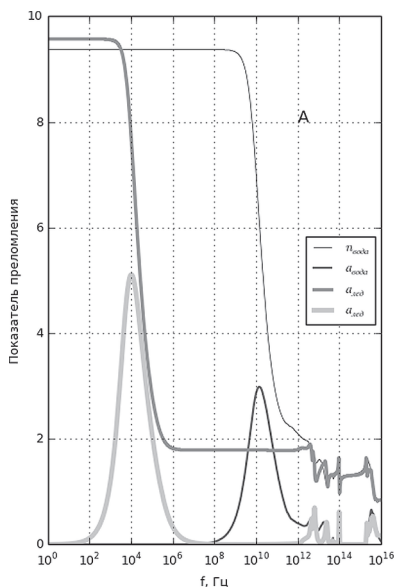


Рис. 3. Зависимость показателей преломления (n) и поглощения (a) льда и воды от частоты электромагнитной волны (f) при постоянной температуре 273,15 К (А) и от температуры (T) при постоянной длине волны (Б)

Результаты моделирования рассеяния волн без учета фрактальных свойств

Точность модели рассеяния электромагнитных волн сферическими атмосферными частицами проверялась путем сравнения с известными литературными источниками. Для сопоставления были использованы данные расчетов по теории Ми из работ [1, 3]. Полученные результаты сопоставления представлены на рис. 4, 5 и 6.

Модель рассеяния электромагнитных волн на сферических частицах воды и льда осуществляет расчет характеристик рассеяния в широком диапазоне радиусов частиц, частот электромагнитных волн и температур. Следует отметить, что модель может с высокой точностью определять коэффициенты a_n и b_n при больших значениях параметра дифракции ($x \leq 4200$).

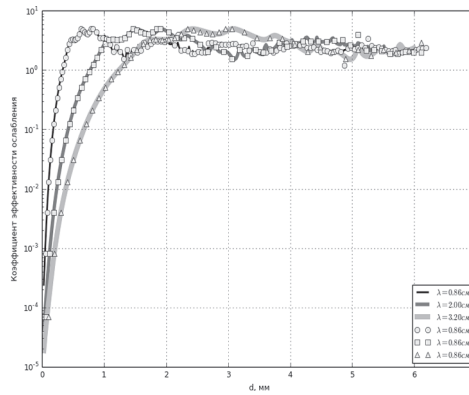


Рис. 4. Зависимость коэффициента эффективности ослабления от диаметра капли воды при температуре 10°C для разных длин волн ($\lambda_1 = 0,86$ см, $\lambda_2 = 2,00$ см, $\lambda_3 = 3,20$ см). Сплошные линии — модельные расчеты, точки — по данным [1]

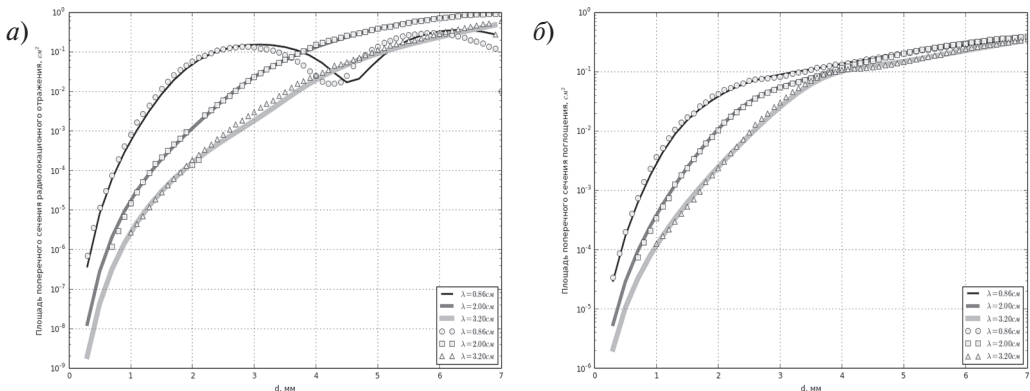


Рис. 5. Зависимость площади поперечного радиолокационного отражения (а) и поглощения (б) от диаметра капли воды при температуре 10°C для разных длин волн ($\lambda_1 = 0,86$ см, $\lambda_2 = 2,00$ см, $\lambda_3 = 3,20$ см). Сплошные линии — модельные расчеты, точки — по данным [1]

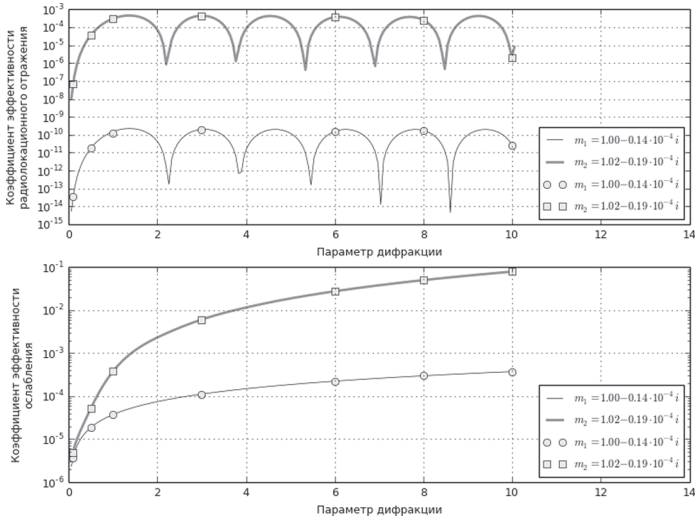


Рис. 6. Зависимость фактора эффективности радиолокационного отражения и ослабления от параметра дифракции для снежинок с разными показателями $m_1 = 1,00 - 0,14 \times 10^{-4}i$ и $m_2 = 1,02 - 0,19 \times 10^{-4}i$. Сплошные линии — модельные расчеты, точки — по данным [3]

Учет фрактальных свойств кристаллов льда

Анализ моделей взаимодействия электромагнитного излучения с аэрозольными частицами показал, что имеется возможность создания численной модели рассеяния волн на кристаллах льда с привлечением математического аппарата теории фрактальных множеств [13].

Учет фрактальных свойств кристаллов льда осуществляется введением понятия эффективной диэлектрической проницаемости (ϵ'_D), зависящей от фрактальной размерности D [14]:

$$\epsilon'_D = (1 - P + 0,58P\epsilon') (1 - P + 0,58P)^{-1},$$

где P определяется по формуле:

$$P = 6Al^{D-3} (\rho_{\text{л}})^{-1}.$$

Значение P зависит от плотности льда, фрактальной размерности кристаллов льда и коэффициента A , который зависит от типа кристаллов льда.

Ниже приведена таблица значений коэффициентов A и фрактальной размерности D некоторых типов кристаллов льда [8].

Для всех указанных в табл. 1 типов кристаллов льда получена зависимость коэффициента рассеяния от размера кристаллов на длине волны 1,6 мкм (3 канал прибора SEVIRI), которая представлена на рис. 7.

Фрактальные характеристики кристаллов льда

Тип кристалла	A	D
иглы	0,1	2,54
пластинки	0,8	2,54
звездочки	0,3	2,75
крупя	56,5	2,95

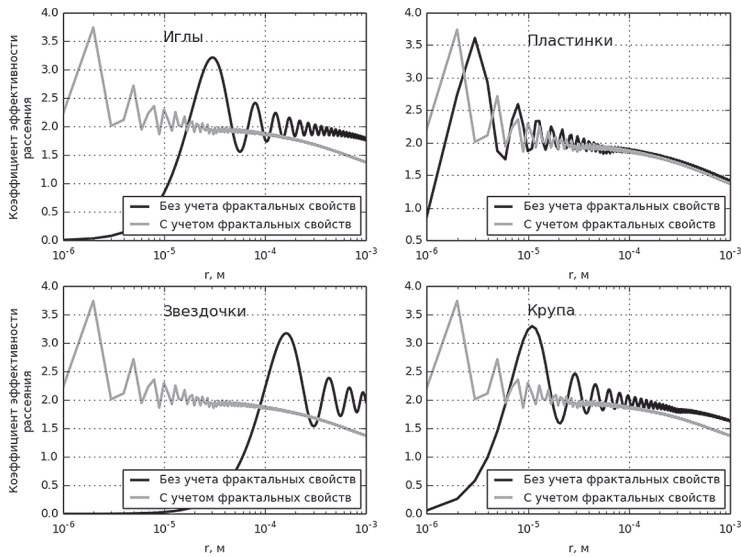


Рис. 7. Зависимость фактора эффективности рассеяния от размера кристаллов разных типов при учете и без учета их фрактальных свойств

Как видно из рис. 7, при больших размерах кристаллов льда рассеяние на фрактальных частицах уменьшается и оказывается меньше, чем на сферических частицах. В большинстве случаев рассеяние на малых фрактальных кристаллах больше, чем на сферических. Однако при учете фрактальных свойств труднее определить тип кристаллов, так как по данным рис. 7 вид кривых для четырех типов кристаллов очень схож.

На рис. 8 представлена зависимость отношения между коэффициентами эффективности рассеяния при учете и без учета фрактальных свойств кристаллов льда.

Исходя из данных рис. 8 можно отметить, что для кристаллов типа звездочек с размером менее 90 мкм наблюдается максимальное различие в их рассеивающих свойствах при учете фрактальных свойств. Можно сделать вывод, что применение модели рассеяния электромагнитных волн на кристаллах льда с учетом их фрактальных свойств позволит улучшить качество оценки параметров кристаллических и смешанных облаков дистанционными методами зондирования атмосферы.

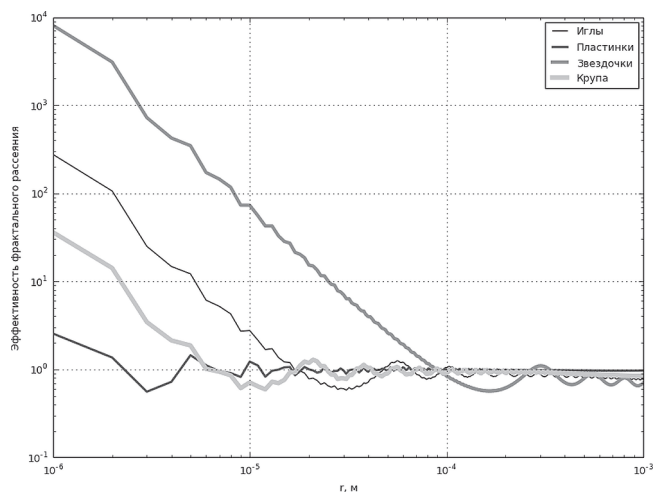


Рис. 8. Отношение коэффициентов эффективности рассеяния на кристаллах льда при учете и без учета фрактальных свойств на длине волны 1,6 мкм

Обсуждение результатов

Представленная модель рассеяния электромагнитных волн основана на теории Ми и учете фрактальных свойств кристаллов льда путем использования понятия эффективной диэлектрической проницаемости ледяных кристаллов. Благодаря заложенным в алгоритмы модели подходам, возможно ее использование в широком диапазоне частот и размеров частиц.

Представляется целесообразным использование модели при расчетах радиационных свойств облаков при построении климатических моделей атмосферы, а также обработке данных дистанционного зондирования атмосферы.

Литература

1. *Абшаев М.Т., Розенберг В.И., Кармов Х.Н.* Поглощение и рассеяние микрорадиоволн сферическими частицами воды и льда. // Труды ВГИ, 1975, вып. 29, с. 40–71.
2. *Борен К., Хафмен Д.* Рассеяние и поглощение света малыми частицами. — М.: Мир, 1986.
3. *Розенберг В.И.* Рассеяние и поглощение атмосферными частицами. — М.: Мир, 1986.
4. *Чукин В.В.* Модель диэлектрических свойств воды и льда. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010616606.
5. *Чукин В.В., Неуен Т.Т.* Численная фрактальная модель диэлектрических свойств кристаллов льда. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012610105.
6. *Чукин В.В., Платонова А.С.* Скорость гомогенного льдообразования в водных растворах. // Ученые записки РГГМУ, 2009, № 9, с. 70–79.
7. *Baran A.J.* From the single-scattering properties of ice crystals to climate prediction: A way forward. // Atmos. Res., 2012, vol. 112, pp. 45–69.
8. *Chukin V.V., Mikhailova D.S., Nikulin V.N.* Two Methods of Determination of Ice Crystal Fractal Dimension. // Science Prospects, 2012, vol. 9(36), pp. 5–7.

9. *Liou K.N.* Influence of cirrus clouds on weather and climate processes: A global perspective. // *Mon. Wea. Rev.*, 1986, vol. 114, pp. 1167–1199.
10. *Liou K.N., Takano Y., Yang P.* Light scattering and radiative transfer by ice crystal clouds: Applications to climate research. Chapter 15, *Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements, and Geophysical Applications*. Eds. M.I. Mishchenko et al. — Academic Press, 2000, pp. 417–449.
11. *Liou K.N., Takano Y., Yang P., Gu Y.* Radiative transfer in cirrus clouds: Light scattering and spectral information. *Cirrus*. Eds. D. Lynch et al. — Oxford University Press, New York, 2001, pp. 265–296.
12. *Lynch D.K., Sassen K., Starr D.O., Stephens G.* *Cirrus*. — Oxford University Press, 2002. — 504 p.
13. *Mandelbrot B.B.* The fractal geometry of nature. — Freeman, 1982. — 468 p.
14. *Maxwell-Garnett J.C.* Colours in metal glasses and metallic films. // *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1904, vol. 203, iss. 359–371.
15. *McFarquhar G.M., Junshik U., Freer M., Baumgardner D., Kok G.L., Mace G.* Importance of small ice crystals to cirrus properties: Observations from the Tropical Warm Pool International Cloud Experiment (TWP-ICE). // *Geophys. Res. Lett.*, 2007, vol. 34, iss. L13803. — DOI:10.1029/2007GL02986.
16. *Stephens G.L., Tsay S.-C., Stackhouse Jr. P.W., Flatau P.J.* The relevance of the microphysical and radiative properties of cirrus clouds to climate and climatic feedback. // *J. Atmos. Sci.*, 1990, vol. 47, pp. 1742–1754.
17. *Wendisch M., Yang P.* *Theory of Atmospheric Radiative Transfer: A Comprehensive Introduction*. — Wiley, 2012. — 321 p.
18. *Wiscombe W.J.* Improved Mie scattering algorithms. // *Applied Optics*, vol. 19, iss. 9, pp. 1505–1509.