В.В. Коваленко, Е.В. Гайдукова, Ф.Л. Соловьев, С.Э. Бонгу, А. Джалалванд

О ВОЗМОЖНОСТИ УЧЕТА ИСПАРЕНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ МНОГОЛЕТНЕГО РЕЧНОГО СТОКА (НА ПРИМЕРЕ ЗАПАДНОЙ АФРИКИ)

V.V. Kovalenko, E.V. Gaidukova, F.L. Solovyev, S.E. Bongu, A. Jalalvand

THE POSSIBILITY OF ACCOUNTING EVAPORATION AT MODELING OF FORMATION OF RIVER FLOW (ON THE EXAMPLE OF WEST AFRICA)

Рассматривается один из возможных подходов к обеспечению устойчивости статистических моментов вероятностных распределений многолетнего речного стока путем частичного расширения фазового пространства модели его формирования. В его основе лежит переход к условным распределениям, ранее апробированный для физико-географических условий России.

Ключевые слова: кривая обеспеченности, безусловная обеспеченность, многолетнее испарение, условная обеспеченность.

One of the possible approaches to ensure the sustainability of the statistical moments of probability distributions of river flow by expansion of the phase space of the model form is considered. It is based on the transition to conditional distributions, previously approved for the physical and geographical conditions of Russia.

Keywords: the curve of probability, absolute probability, the norm of evaporation, the conditional probability.

Проблемная ситуация и возможный путь ее преодоления

В последние десятилетия в Российском государственном гидрометеорологическом университете получены результаты, указывающие на то, что статистические моменты вероятностных распределений многолетних видов речного стока могут быть неустойчивыми. Имеется в виду неустойчивость решения модели формирования стока в виде системы уравнений для начальных моментов m_n ($n = \overline{1,4}$):

$$dm_1/dt = -\left(\bar{c} - 0{,}5G_{\tilde{c}}\right)m_1 - 0{,}5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N};$$
$$dm_2/dt = -2\left(\bar{c} - G_{\tilde{c}}\right)m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_1 + G_{\tilde{N}};$$
$$dm_3/dt = -3\left(\bar{c} - 1{,}5G_{\tilde{c}}\right)m_3 + 3\bar{N}m_2 - 7{,}5G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_2 + 3G_{\tilde{N}}m_1;$$
$$dm_4/dt = -4\left(\bar{c} - 2G_{\tilde{c}}\right)m_4 + 4\bar{N}m_3 - 14G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_3 + 6G_{\tilde{N}}m_2, \qquad (1)$$

где $c = 1/(k\tau) = \bar{c} + \tilde{c}$; $\bar{N} = \dot{X}/\tau = \bar{N} + \tilde{N}$ ($\bar{c}$ и $\bar{N}$ — математические ожидания; $\tilde{c}$ и $\tilde{N}$ — белые шумы с интенсивностями $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$ и взаимной интенсивностью $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$); k – коэффициент стока; τ – время релаксации бассейна; $\dot{X}$ — осадки.

Из системы (1) видно, что при $\bar{c} < 0{,}5nG_{\tilde{c}}$ производная $dm_n/dt > 0$, то есть $m_n \to \infty$. Это и есть формальный признак неустойчивости. Если обозначить $\beta = G_{\tilde{c}}/\bar{c}$, то неустойчивость для момента n-го порядка m_n возникает при $\beta > 2/n$ (m_3: $\beta > 2/3$, m_2: $\beta > 1$, m_1: $\beta \to 2$). Чем старше момент, тем меньшая относительная интенсивность шума $G_{\tilde{c}}$ требуется для его неустойчивости. Неустойчивость — индикатор того, что бассейны, в которых она имеет место, формируют сток по более сложной схеме, чем это следует из уравнения Пирсона. Например, распределения плотности вероятности двумодальны или имеют «толстый хвост». В последнем случае модель перестает контролировать (статистически предсказывать) появление значительных расходов воды (выбросов). Формально это означает, что при $G_{\tilde{c}} \approx \bar{c}$ мультипликативная составляющая в системе (1) стремится к нулю и при прогнозах для определения прогнозных моментов $m_n^{\text{пр}}$ производится операция деления на 0 (а «на ноль делить нельзя»).

Для преодоления возникшей проблемы в РГГМУ была разработана методология частично инфинитного моделирования, суть которой заключается в следующем. Неустойчивость рассматривается как атрибут процессов развития, а так как развитие системы означает появление (зарождение) у нее новых свойств (фазовых переменных), то включение в модель формирования стока новых переменных (наряду с расходом воды) уменьшает мультипликативный шум за счет частичного перераспределения внешнего воздействия на внутреннюю реакцию бассейна. Вместо одномерного уравнения ФПК применяется n-мерное

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial\left(A_i p\right)}{\partial Y_i} + \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial^2\left(B_{ij} p\right)}{\partial Y_i \partial Y_j}, \tag{2}$$

где p — плотность вероятности; $\vec{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3, \ldots Y_n)$ вектор состояния; A_i, B_{ij} – коэффициенты сноса и диффузии.

Устойчивость моментов в расширенной (за счет включения в уравнение испарения) модели ФПК (2) будет в случае сжимаемости частично инфинитной среды для двумерного распределения:

$$\operatorname{div}\vec{A} = \sum \partial A_i / \partial Q_i = -\left(\bar{c}_Q - 0{,}5G_{\tilde{c}_Q}\right) - \left(\bar{c}_E - 0{,}5G_{\tilde{c}_E}\right) < 0, \tag{3}$$

где $\bar{c}_E$ и $G_{\tilde{c}_E}$ — математическое ожидание и интенсивность шума мультипликативной составляющей модели испарения.

Из выражения (3) следует, что учет дополнительной фазовой переменной в виде испарения увеличивает шансы на сжимаемость, если, конечно, и для нее нет тенденции к неустойчивости ($G_{\tilde{c}_E} \to \bar{c}_E$). Чтобы проверить это утверждение (см. [1, 2, 3]), выражение (3) было приведено к виду (с учетом того, что $\beta = G_{\tilde{c}}/\bar{c}$):

$$\operatorname{div}\vec{A} = -\bar{c}_Q\left(1 - 0{,}5\beta_Q\right) - \bar{c}_E\left(1 - 0{,}5\beta_E\right). \tag{4}$$

Результаты вычисления β_Q и β_E для ЕТР показали, что β_Q уменьшается с юга на север ($\beta_Q = 1{,}93$, р. Кума – ст-ца Александрийская, 44° с.ш.; $\beta_Q = 0{,}25$, р. Пеза – д. Игумново, 66° с.ш.), а β_E — увеличивается (для тех же бассейнов — с 0 до 0,87). Таким образом, каждая из переменных (Q и E) стабилизирует другую (тем в большей степени, чем неустойчивая последняя), то есть действует компенсационный механизм, обеспечивающий статистическую устойчивость совместных распределений стока и испарения.

Исходная информация и предлагаемая методика упрощенного учета испарения

Для обоснованного усложнения моделей формирования многолетнего стока Западной Африки необходимо проверить как минимум два условия: 1) наличие речных бассейнов с фрактальной размерностью больше 1 (размерность пространства вложения 2); 2) наличие зон неустойчивости по статистическим моментам. Проверка первого условия проводилась методами фрактальной диагностики [4], а второго — с помощью полученной ранее в РГГМУ формулы

$$\beta = 2k\ln r + 2, \tag{5}$$

где k — коэффициент стока (испарения); r — коэффициент автокорреляции стока (испарения) при годовой сдвижке. Результаты проверки этих условий представлены на рис. 1.

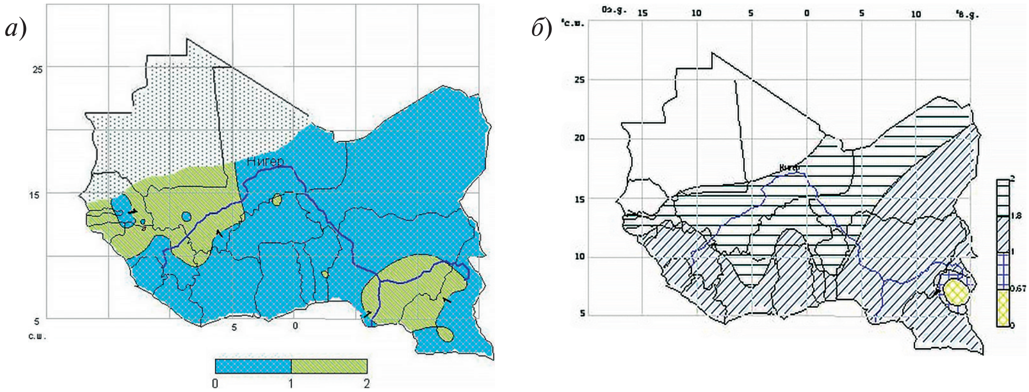

Рис. 1. Размерности пространства вложения рядов годового стока (*а*) и зоны неустойчивости статистических моментов (*б*)

Таким образом, имеются все предпосылки для перехода к двумерному распределению плотности вероятности $p(Q, E)$. Для этого необходимо иметь кроме рядов стока еще ряды испарения. На рис. 2 показаны центры водосборов, по которым выполнялись расчеты (см. табл.). Ряды испарения генерировались по формуле Тюрка [5]:

$$E = P \Big/ \sqrt{0{,}9 + \frac{P^2}{\left(300 + 25T + 0{,}05T^3\right)^2}}, \tag{6}$$

где E — суммарное годовое испарение, мм/год; P — годовое количество осадков, мм/год; T — среднегодовая температура воздуха, °С.

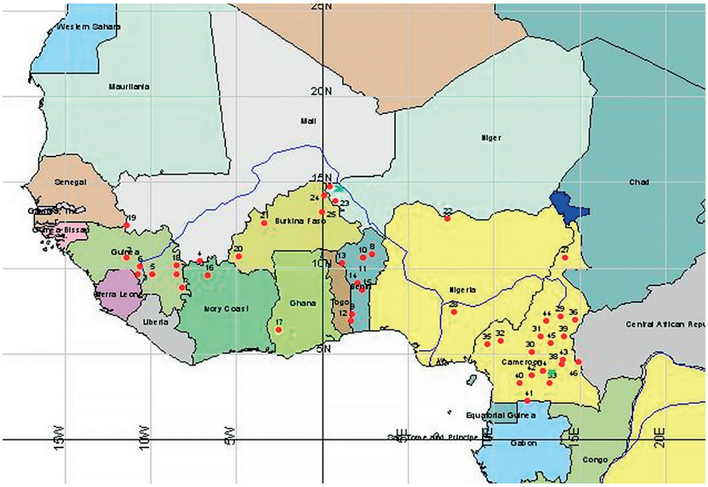

Рис. 2. Распределение исследуемых водосборов по территории Западной Африки

Ряды стока и испарения (1951–1990) подверглись стандартной процедуре статистической обработки (исследование на однородность, наличие маловодного и многоводного периодов, определение расчетных статистических характеристик). По имеющимся совместным рядам слоя стока и испарения строились эмпирические двумерные гистограммы (примеры см. рис. 3).

Наличие эмпирических двумерных гистограмм создает возможности для разработки различных двумерных вариантов уравнения (2) и способов их решения. В частности, для случайных установившихся процессов предложен двумерный аналог модели Пирсона для $p(Q, E)$ [1]. Она представляет собой уравнение в частных производных первого порядка, а его решением методом характеристик служит двумерная поверхность в трехмерном пространстве $p(Q, E)$ [6].

В инженерной гидрологии широко применяется понятие кривой обеспеченности $p(Q)$. В одномерном случае распределение $p(Q)$ легко преобразуется в кривую $p(Q)$, понятие же «двумерная обеспеченность» не применяется. Поэтому, на первый взгляд, многомерные распределения имеют широкую область применения в теоретической гидрологии, но в проектной практике их использование для задания расходов требуемой обеспеченности затруднительно (по крайней мере, такого опыта у проектировщиков нет). Ниже описан возможный полиатив по использованию распределений $p(Q, E)$ для получения одномерных кривых обеспеченности с более устойчивыми статистическими моментами.

Идея заключается в переходе от безусловных распределений $p(Q)$ [или $p(Q)$] к условным, в которых условием служит информация об испарении, получаемая из двумерных распределений $p(Q, E)$. На эллипсах рассеивания (рис. 4) выбирается диапазон ΔE, включающий в себя значение нормы испарения $\bar{E}$, и отсекается от остального поля точек. (При пяти столбцах гистограммы по оси испарения отсекаются крайние.) По точкам, попавшим в диапазон ΔE, строятся условные кривые обеспеченности $p(Q/\Delta E)$. В результате этой процедуры происходят как негативные, так и позитивные последствия.

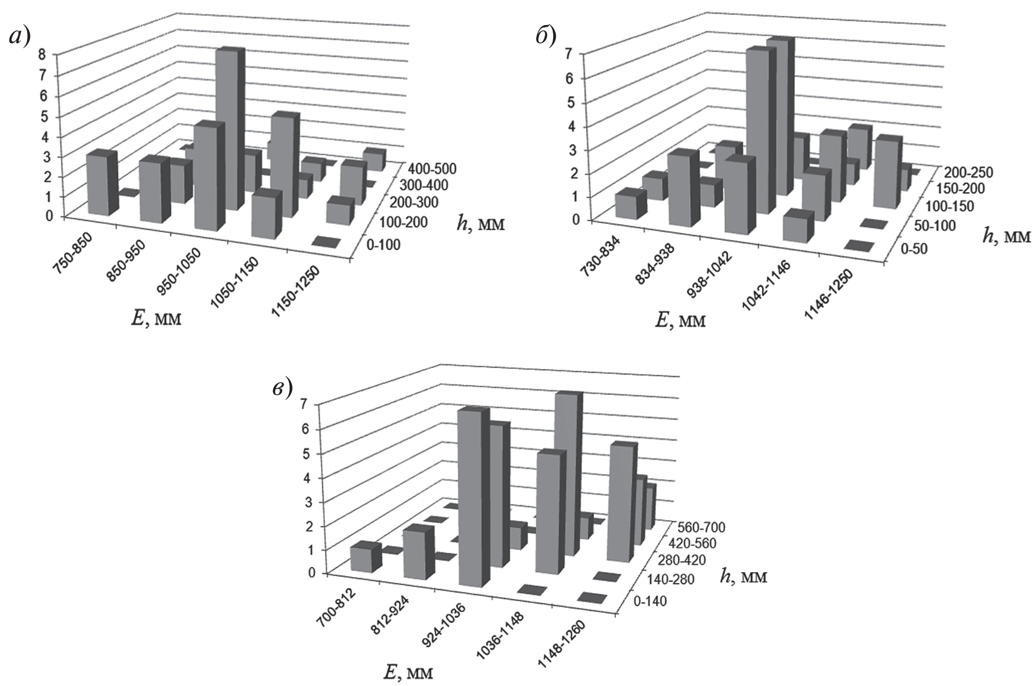

Рис. 3. Двумерные гистограммы годовых значений испарения и речного стока:
а — р. Alibori – ст. Route Kandi-Banikoara Amont; *б* — р. Alibori – ст. Route Kandi-Banikoara Aval;
в — р. Faleme – ст. Gourbassy

1. Происходит усечение ряда расходов воды за счет маловероятных значений расхода и испарения. Конечно погрешность определения нормы, коэффициентов вариации Cv и асимметрии Cs при этом увеличивается. Например, при $Cv = 0,3$ и уменьшении объема выборки в два раза погрешность определения Cv увеличивается с 9,53 до 13,5 %, то есть на 30 %.
2. Однако применение условных распределений открывает возможность корректного прогнозирования в зонах с неустойчивым формированием стока. Природу этой корректности можно пояснить на примере уравнения для первого момента из системы (1). Для равновесного климатического сценария можно принять, что $dm_1^{\text{пр}}/dt = 0$. Тогда

$$m_1^{\text{пр}} = \frac{-0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N}}{\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}}}. \qquad (7)$$

Если $\beta = G_{\tilde{c}}/\bar{c} \to 2$, то надо делить на величину, близкую к нулю. Если мы находимся в неустойчивых южных регионах ЕТР, где $k = 0,05$, то $\bar{c} = 20$, а $G_{\tilde{c}}$ близка к 40. Даже если β далек от двух, то все равно из-за неизбежных погрешностей при параметризации мы имеем малую разность двух неточных величин. Это делает расчеты очень неточными (для старших моментов ситуация только усугубляется).

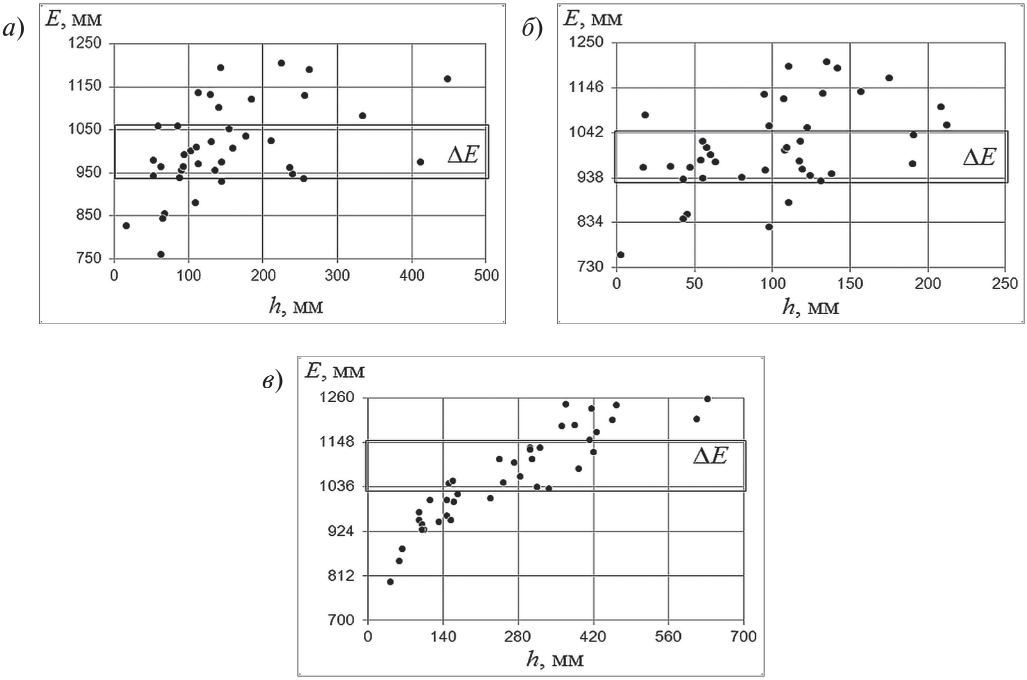

Рис. 4. Эллипсы рассеивания: *а* — р. Alibori – ст. Route Kandi-Banikoara Amont; *б* — р. Alibori – ст. Route Kandi-Banikoara Aval; *в* — р. Faleme – ст. Gourbassy

Таким образом, эффект от применения условных распределений (по сравнению с неустойчивыми безусловными) достигается за счет того, что мы, отбрасывая члены рядов с большими испарениями, уменьшаем интенсивность мультипликативного шума $G_{\tilde{c}}$, оставляя неизменным параметр $\bar{c}$, то есть увеличиваем разность $(\bar{c} - 0{,}5G_{\tilde{c}})$. (По существу, таким же путем, правда неявно, идет и классическая гидрология, вообще выбрасывая из рассмотрения четвертый момент m_4, связанный с эксцессом и интенсивностью $G_{\tilde{c}}$, а значит, и с «поднятием хвоста» распределения $P(Q)$. Так как она не имеет дело с генетическими моделями (1), то проблемы неустойчивости в рассматриваемом нами смысле для нее вообще не существует. Еще следует заметить, что если в модели (1) в качестве внешнего воздействия возьмем не просто $\bar{N} \sim \dot{X}$, а $\bar{N} \sim \dot{X} - E$, то $\bar{c} \to 1$, и «шуметь» практически «нечему», так как $G_{\tilde{c}} \to 0$, $\beta \to 0$ [7].)

На рис. 5 приведен пример, показывающий, что проэкстраполированный в зону малых обеспеченностей «хвост» условного распределения быстрее приближается к оси стока, чем безусловный. Объективную картину скорости этого приближения дает таблица результатов вычисления слоя стока 0,1-, 1- и 10-процентной обеспеченности по безусловным и условным распределениям (в таблице: откл. = (безусл. − усл.)/усл.). Отклонения встречаются и минусовые, но в целом (среднем арифметическом) условные распределения имеют меньшие значения, причем тем меньше, чем меньше обеспеченность.

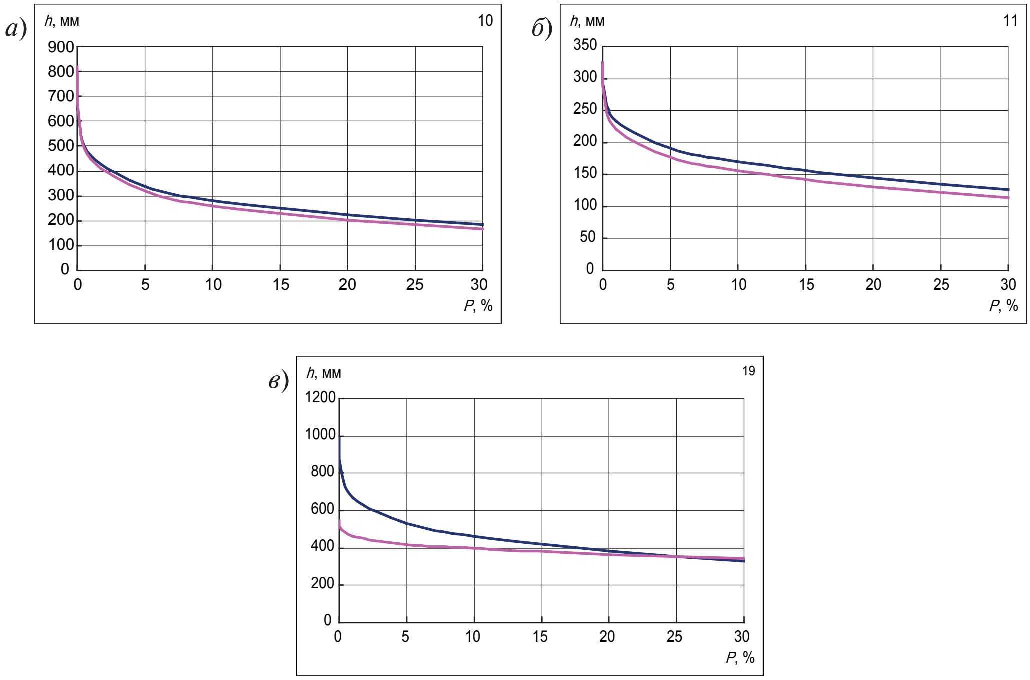

Рис. 5. Безусловные и условные кривые обеспеченностей:
а — р. Alibori – ст. Route Kandi-Banikoara Amont; *б* — р. Alibori – ст. Route Kandi-Banikoara Aval;
в — р. Faleme – ст. Gourbassy

Сопоставление безусловных и условных обеспеченных значений стока

№ поста	Река	Станция	Обеспеченность, %								
			0,1			1			10		
			безусл.	усл.	откл., %	безусл.	усл.	откл., %	безусл.	усл.	откл., %
1	Tinkisso	Dabola	1401	1213	13	1052	940	11	668	627	6
3	Niger	Faranah	1735	1984	−14	1512	1660	−10	1225	1288	−5
4	Milo	Kankan	1090	923	15	978	848	13	821	738	10
5	Niandan	Baro	1164	1200	−3	1016	1052	−4	812	844	−4
6	Niger	Kouroussa	1340	1092	18	1040	895	14	707	657	7
7	Sankarani	Mandiana	1003	837	17	802	702	12	581	544	6
8	Irane	Koutakoukrou	543	732	−35	398	480	−21	238	230	3
9	Couffo	Lanhounta	680	374	45	444	274	38	210	164	22
10	Alibori	Route Kandi-Banikoara Amont	627	634	−1	461	449	3	282	260	8
11	Alibori	Route Kandi-Banikoara Aval	282	275	3	233	221	5	170	156	8
12	Mono	Athieme	764	462	40	601	383	36	395	283	28

Окончание табл.

№ поста	Река	Станция	Обеспеченность, %								
			0,1			1			10		
			безусл.	усл.	откл., %	безусл.	усл.	откл., %	безусл.	усл.	откл., %
14	Oueme	Pont De Save	548	297	46	423	253	40	277	195	30
15	Oueme	Bonou	666	128	81	462	128	72	253	128	49
16	Bagoe	Tombougou 1	1709	1069	37	1267	898	29	819	702	14
18	Sankarani	Gouala	1164	992	15	865	744	14	538	469	13
19	Faleme	Gourbassy	837	507	39	667	463	31	463	397	14
20	Comoe	Diarabakoko	446	429	4	352	328	7	241	214	11
21	Black Volta	Boromo	73	56	24	62	50	19	47	42	10
22	Maradi	Madarounfa	148	184	−24	110	131	−20	68	76	−12
23	Dargol	Kakassi	73	63	14	60	51	14	43	36	16
24	Garouol	Dolbel	148	165	−12	110	118	−8	69	70	−1
25	Sirba	Garbe-Kourou	57	43	24	48	34	29	36	24	34
26	Garouol	Alcongui	34	43	−27	23	29	−30	12	15	−34
27	Tsanaga	Bogo	1022	386	62	672	316	53	324	236	27
28	Bini	Berem	685	653	5	652	635	3	601	597	1
29	Vina	Lahore	897	859	4	878	852	3	825	817	1
30	Ndjeke	Ngongon	517	560	−8	497	513	−3	453	445	2
31	Mape	Magba	1057	1022	3	998	962	4	906	873	4
32	Noun	Bafoussam	941	847	10	901	835	7	827	794	4
33	Dja	Somalomo	709	597	16	616	529	14	502	445	11
34	Nyong	Ayos	460	484	−5	447	469	−5	413	430	−4
36	Mbere	Mbere	897	1058	−18	763	869	−14	607	659	−8
37	Nyong	Akonolinga	454	468	−3	443	456	−3	413	423	−2
38	Kadei	Batouri	605	564	7	552	514	7	487	456	6
39	Lom	Betare-Oya	783	881	−13	695	759	−9	595	624	−5
40	Nyong	Kaya	561	564	0	540	542	0	495	492	1
41	Ntem	Ngoazik	814	860	−6	722	769	−7	603	643	−7
42	Nyong	Olama	848	950	−12	750	775	−3	611	578	5
43	Kadei	Pana	549	549	0	496	489	1	430	418	3
44	Djerem	Mbakaou	961	1022	−6	878	933	−6	763	809	−6
45	Mbam	Goura	712	720	−1	692	694	0	644	636	1
46	Logone	Moundou	670	780	−16	632	690	−9	554	566	−2
Среднее откл., %			17			14			10		

Выводы

Таким образом, в Западной Африке, как и на юге ЕТР, отмечается неустойчивость статистических моментов и огромные территории с фрактальной размерностью больше единицы. Поведение условных и безусловных распределений также идентично: чем меньше обеспеченность, тем больше расходы у безусловных кривых по сравнению с условными. К этому следует добавить, что испарение в Западной Африке формируется более устойчиво, чем сток (аналогичная картина складывается в целом для регионов с теплым климатом, например в Иране). Методика перехода к условным распределениям $p(Q/\Delta E)$ от двумерных $p(Q, E)$ применима и для других регионов, в частности в Южной Африке и Иране, так как формирование стока повсеместно происходит в режиме марковских случайных процессов.

Литература

1. *Коваленко В.В.* Обеспечение устойчивости моделирования и прогнозирования речного стока методами частично инфинитной гидрологии. — СПб.: РГГМУ, 2011. — 107 с.
2. *Коваленко В.В., Гайдукова Е.В., Соловьев Ф.Л., Чистяков Д.В.* Частично инфинитное расширение фазового пространства модели формирования многолетнего речного стока для статистически устойчивого прогнозирования катастроф // Естеств. и технич. науки. 2009. № 2. — С. 193–199.
3. *Соловьев Ф.Л.* Повышение устойчивости вероятностных распределений многолетнего годового стока при прогнозировании долгосрочных его изменений (на примере Европейской территории России): Автореф. дис. ... канд. тех. наук, спец. 25.00.27. — СПб.: РГГМУ, 2009. — 131 с.
4. *Коваленко В.В., Гайдукова Е.В., Арман К.Б.Г.* Прогнозирование изменений фрактальной размерности многолетнего речного стока // География и природные ресурсы. 2008. № 4. — С. 136–143.
5. *Гайдукова Е.В., Диавара Х., Бонгу Э.С.* Критический анализ методов расчета суммарного испарения для речных бассейнов Африки // Теория и практика современной науки: XVI Междунар. научно-практ. конф. / Науч.-инф. издат. центр «Институт стратегических исследований». — М.: Изд-во «Ин-т стратег. иссл.», 2014. — С. 531–537.
6. *Коваленко В.В.* Метаморфоз понятий частично инфинитной гидрологии в контексте деструкции онтологии М. Хайдеггером. — СПб.: РГГМУ, 2015. — 132 с.
7. *Коваленко В.В.* О влиянии коэффициента эксцесса на зависимость фрактальной размерности рядов многолетнего стока от климатической нормы приземной температуры воздуха // Учен. зап. РГГМУ. 2013. № 32. — С. 17–24.

Исследования выполнены при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № госрегистрации 01 20014 58678).