

## ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЗМА МНОГОЛЕТНИХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ КАСПИЙСКОГО МОРЯ

*А.В. Фролов*

Институт водных проблем РАН, anatolyfrolov@yandex.ru

Предложена усовершенствованная модель Каспийского моря, учитывающая нелинейные зависимости слоя и объема оттока морской воды в залив Кара-Богаз-Гол от уровня воды в море. В этой модели испарение с акватории Каспия впервые было рассмотрено как сумма стохастической и детерминированной компонент. Получена плотность распределения уровня моря в виде решения соответствующего уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова. Исследованы условия формирования двух видов плотности распределения вероятности уровня Каспия — бимодальной и одномодальной. Получен практически важный вывод о том, что в современных условиях благодаря оттоку морской воды в залив Кара-Богаз-Гол, несмотря на зависимость слоя испарения с акватории Каспия от уровня моря, плотность распределения вероятности уровня остается одномодальной.

*Ключевые слова:* уровень Каспийского моря, плотность распределения вероятности, уравнение Фоккера — Планка — Колмогорова, нелинейная гидрологическая система, бимодальность.

## FEATURES OF THE MECHANISM OF THE LONG-TERM FLUCTUATIONS IN THE CASPIAN SEA LEVEL

*A.V. Frolov*

Water Problems Institute of RAS

An improved model of the Caspian Sea is proposed, taking into account the nonlinear dependencies of the layer and volume of seawater outflow into Kara-Bogaz-Gol Bay on the water level in the sea. In this model, evaporation from the Caspian waters was first considered as the sum of the stochastic and deterministic components. The probability density function (p.d.f.) of CSL is obtained as the solution of the Fokker – Planck – Kolmogorov equation. The conditions for the formation of the bimodal or unimodal probability density distribution of the Caspian Sea level fluctuations were studied. The practically important conclusion was obtained that under current conditions due to the outflow of seawater to Kara-Bogaz-Gol Bay, despite the dependence of the evaporation layer from the Caspian waters on sea level, the level probability distribution density remains unimodal.

*Keywords:* level of the Caspian Sea, probability density function, the Fokker – Planck – Kolmogorov equation, nonlinear hydrological system, bimodality.

### Введение

Уровеньный режим Каспийского моря — крупнейшего в мире внутреннего водоема на Земле — был и остается актуальным предметом гидрологических исследований на протяжении многих десятилетий. Расчет характеристик современного и будущего режима Каспия необходим для научного обеспечения проектов хозяйственного освоения моря и его побережий, особенно в связи с добычей углеводородов. Многолетние колебания уровня Каспийского моря (УКМ) имеют стохастический, вероятностный характер, что характерно также практически для всех гидрометеорологических процессов. Полное решение проблемы прогноза

многолетних колебаний уровня Каспия должно быть получено в рамках глобальной проблемы прогноза климатических изменений [2, 8, 9, 19]. На современном этапе с учетом необходимости обеспечения решения прикладных задач для расчетов характеристик УКМ приходится применять теоретико-вероятностный подход, предложенный С.Н. Крицким и М.Ф. Менкелем в 1940 г. и впервые опубликованный в 1946 г. [6].

Ключевым моментом в изучении многолетних колебаний УКМ как стохастического процесса является обоснование типа и параметров плотности распределения вероятности (ПРВ) уровня. Поскольку ПРВ находится на основе математической модели колебаний УКМ, особое значение приобретает полнота учета этой моделью особенностей формирования уровня моря. В наших исследованиях мы используем динамико-стохастическую модель колебаний УКМ, учитывающую стохастическую природу моделируемого процесса и динамическую составляющую, формируемую соответствующим физическим механизмом. Многолетние колебания УКМ рассматриваются как выходной процесс динамической системы, на вход которой поступают стохастические входные процессы — основные составляющие водного баланса водоема, речной приток, осадки и испарение. Динамика этой системы описывается уравнением водного баланса водоема.

Несомненным достоинством динамико-стохастических моделей является их физическая обоснованность, что дает достаточные основания считать смоделированный процесс адекватным реальному. Другая причина для предпочтения динамико-стохастического моделирования колебаний уровней озер перед чисто стохастическим моделированием — возможность получать оценку реакции уровней озер на изменения составляющих водного баланса. Такие изменения могут быть вызваны, в частности, влиянием климата, а также прямым техногенным воздействием на водный баланс озер — изъятиями из речного притока, прекращением и возобновлением оттока из проточных озер, изменением морфометрических характеристик озер и прочими подобными причинами.

Цель данного исследования заключается в оценке влияния обратных связей в механизме колебаний УКМ на формирование основной характеристики уровня моря — плотности распределения вероятности уровня.

### **Современное представление о механизме формирования многолетних колебаний УКМ**

Каспийское море совместно с водным балансом естественно рассматривать как гидрологическую систему с входными и выходными процессами. К входным процессам относятся речной и подземный приток. Осадки и испарение обычно относят к входным процессам. Испарение, однако, в общем случае может состоять из двух компонент: первая, функционально зависящая от глубины (уровня) моря, относится к выходным процессам; вторая, стохастическая — к входным процессам, поскольку формируется случайным образом гидрометеорологическими условиями конкретных лет. Осадки и испарение часто объединяют в один процесс — разность между слоями испарения и осадков, называемую эффективным

(«видимым») испарением. Для краткости в дальнейшем эффективное испарение будем называть просто испарением. Выходными процессами каспийской гидрологической системы являются, во-первых, собственно колебания уровня Каспия, во-вторых, отток из моря в залив Кара-Богаз-Гол и испарение с морской акватории, функционально зависимые от уровня воды в море.

В механизме, формирующем колебания уровня моря, предполагается наличие положительных и отрицательных обратных связей, действующих прямо противоположно: отрицательная обратная связь демпфирует колебания уровня моря, положительная обратная связь усиливает.

*Первая отрицательная обратная связь*, образованная строго монотонно возрастающей зависимостью площади морской акватории от уровня воды в водоеме, была впервые выделена С.Н. Крицким и М.Ф. Менкелем [6]. Обычно демпфирующее действие этой обратной связи объясняют следующим образом. При повышении уровня воды в море, с увеличением площади акватории, объем испаряющейся воды увеличивается, а при понижении уровня вследствие уменьшения площади акватории — уменьшается. Заметим, что такое объяснение несколько неполное, поскольку зависимость площади зеркала моря от уровня действует как отрицательная обратная связь и при нулевом испарении, что возможно, например, для проточного озера. Поэтому определяющим признаком отрицательной обратной связи в данном случае выступает именно монотонно возрастающая зависимость площади зеркала водоема от уровня воды, участие же испарения не является обязательным. При немонотонной зависимости площади акватории от уровня (например, для водоемов с «нависающими» берегами типа «бакинского стаканчика»), возможно формирование на некотором интервале отметок уровня положительной обратной связи (см., например, [14, 17]).

В модели колебаний УКМ, разработанной С.Н. Крицким и М.Ф. Менкелем, учитывалась единственная обратная связь — отрицательная, вызванная переменностью площади зеркала моря.

*Вторая отрицательная обратная связь* формируется зависимостью оттока морской воды в залив Кара-Богаз-Гол от уровня воды в море [13—15]. Вид этой зависимости в прошлом веке неоднократно и в разной степени менялся. Наиболее существенные изменения произошли в 1992 г. после разрушения дамбы, возведенной в 1980 г. в проливе, соединяющем море и залив. Произошел размыв пролива, вследствие чего его поперечное сечение увеличилось примерно в два раза. Современная оценка зависимости оттока морской воды в залив Кара-Богаз-Гол от уровня воды в Каспии приведена на рис. 1 (кривая 1).

Из рис. 1 видно (кривая 1), что демпфирование колебаний уровня моря зависимостью оттока в залив от УКМ происходит в ограниченном диапазоне отметок — примерно от  $-28,0$  до  $-26,5$  м БС.

*Третья обратная связь* в механизме колебаний уровня Каспия — положительная — была обнаружена М.Г. Хубларяном и В.И. Найденовым [17]. Положительная обратная связь направлена на дестабилизацию уровня моря. Эта связь формируется совместным действием зависимостей слоя испарения и площади акватории от уровня моря. Впервые необходимость учета зависимости испарения от уровня

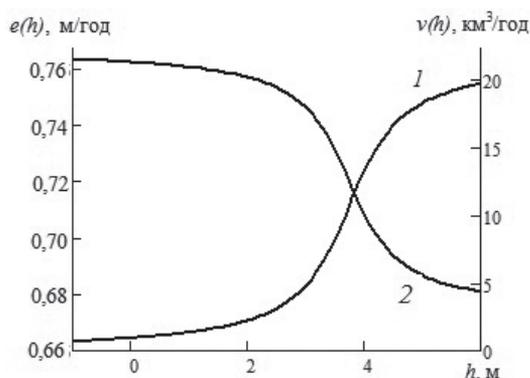


Рис. 1. Зависимости объема оттока морской воды в залив Кара-Богаз-Гол от уровня Каспия (1) и слоя испарения с акватории Каспия от уровня моря (2).

Уровень здесь и в дальнейшем отсчитывается от отметки  $-31,0$  м БС.

воды в Каспии была отмечена в монографии [7]. Экспериментально зависимость испарения с поверхности Каспия от уровня моря была установлена Г.Н. Паниным [11]. Например, в теплый период (апрель — август) испарение с мелководного Северного Каспия (средняя глубина 4,4 м) намного больше испарения со Среднего и Южного Каспия (средняя глубина равна 192 и 345 м соответственно), причем в отдельные месяцы — в несколько раз. По данным Г.Н. Панина [11, с. 76], в мае слой испарения с Северного Каспия в 2—3 раза больше, чем со Среднего и Южного Каспия, — приблизительно 100, 35 и 42 мм/мес соответственно.

В работе [17] впервые была предложена модель колебаний уровней бессточных водоемов с учетом зависимости испарения от уровня моря. Положительная обратная связь формируется на интервале отметок уровня, на котором при повышении уровня увеличение площади зеркала оказывается недостаточным для увеличения объема испарения из-за уменьшения слоя испарения с увеличением глубины водоема (см. рис. 1, кривая 2).

Таким образом, согласно современным представлениям, в механизме формирования колебаний УКМ присутствуют три обратных связи — две отрицательные и одна положительная.

Модели с единственной отрицательной обратной связью изучены достаточно подробно [10].

Влияние различных видов обратных связей на плотность распределения вероятностей уровня моря исследуем на основе применения динамико-стохастической модели колебаний УКМ.

### Основные уравнения и соотношения в модели уровня режима Каспия

Многолетние колебания уровня Каспия описываются уравнением водного баланса моря:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{q(t)}{F(h)} - \frac{v(h)}{F(h)} - e(t, h), \quad (1)$$

где  $h$  — уровень воды в Каспии;  $q(t) = \langle q \rangle + \tilde{q}(t)$  — суммарное поступление воды в море (речной и подземный приток — для краткости будем называть просто притоком);  $\langle q \rangle$  — среднее притока;  $\tilde{q}(t)$  — флуктуации притока относительно среднего, моделируемые марковской последовательностью;  $v(h)$  — объем оттока морской воды из Каспия в залив Кара-Богаз-Гол;  $e(t, h) = e_{Det}(h) + e_{Stoch}(t)$  — испарение с поверхности моря,  $e_{Det}(h)$  — детерминистическая компонента;  $e_{Stoch}(t)$  — стохастическая компонента;  $F(h)$  — зависимость площади поверхности моря от уровня  $h$ ;  $t$  — время (число лет).

Использование в модели колебаний УКМ испарения в виде суммы двух компонент — стохастической и детерминистической — производится впервые.

Для реального диапазона вариаций УКМ оценка  $F(h)$  близка к линейной [7, 15, 18]:

$$F(h) = a + bh, \quad (2)$$

где  $a = 330 \cdot 10^9 \text{ м}^2$ ,  $b = 14 \cdot 10^9 \text{ м}$ .

Для режима оттока в залив, установившегося после разрушения в 1992 г. дамбы в проливе, соединяющем море и залив, зависимость  $v(h)$  между оттоком морской воды в залив Кара-Богаз-Гол от уровня Каспия принимаем в виде монотонно неубывающей функции

$$v(h) = k \arctg[l(h - A)] + B, \quad (3)$$

где  $k$ ,  $l$ ,  $A$  и  $B$  — числовые коэффициенты.

Для детерминированной зависимости испарения с поверхности моря от уровня моря используем нелинейную зависимость, аналогичную (3):

$$e_{Det}(h) = m \arctg[n(h - C)] + D, \quad (4)$$

где  $m$ ,  $n$ ,  $C$  и  $D$  — числовые коэффициенты.

Функция (3) в отличие от функции (4) — монотонно возрастающая с увеличением  $h$ .

Зависимости 1 и 2 на рис. 2 приведены для коэффициентов  $k = -0,03 \text{ м/год}$ ,  $l = 1,5 \text{ м}^{-1}$ ,  $A = 3,75 \text{ м}$ ,  $B = 0,72 \text{ м/год}$ ,  $m = 7 \text{ км}^3/\text{год}$ ,  $n = 1,6 \text{ м}^{-1}$ ,  $C = 7,5 \text{ м}$  и  $D = 10,7 \text{ км}^3/\text{год}$ .

Уравнение (1) перепишем в виде

$$\frac{dh(t)}{dt} = f(h) + g(h) \cdot \tilde{q}(t),$$

где с учетом (2) — (4)

$$f(h) = \frac{\langle q \rangle}{F(h)} - e(h) - \frac{v(h)}{F(h)}, \quad g(h) = 1/F(h).$$

Таким образом, колебания УКМ описываются нелинейным стохастическим уравнением. Исследованию свойств динамики таких систем в настоящее время уделяется большое внимание (см., например, [1, 3, 5, 16]).

Согласно [12], автокоррелированный процесс  $\tilde{q}(t)$  заменяется на гауссов белый шум с коэффициентом интенсивности  $N_0$ :

$$N_0 = 4 \int_0^{\infty} k(\tau) d\tau,$$

где  $k(\tau)$  — ковариационная функция процесса  $\tilde{q}(t)$ .

Решение уравнение Фоккера — Планка — Колмогорова для плотности вероятности  $p(h)$ , отвечающее динамическому уравнению (4), для стационарного режима и при граничных условиях нулевого потока описывается выражением

$$p(h) = \frac{c}{g(h)} \exp \left[ \frac{2}{N_0} \int_0^h \frac{f(x)}{g^2(x)} dx \right], \quad (5)$$

где  $c$  — нормировочный коэффициент, определяемый из условия

$$\int_0^{+\infty} p(h) dh = 1.$$

Интеграл в уравнении (5) берется аналитически, однако, поскольку полученное выражение оказалось весьма громоздким, оно из-за экономии места здесь не приводится.

Кроме модели (1), для решения поставленной задачи оценки роли обратных связей в механизме колебаний УКМ, нами был применен метод имитационного моделирования колебаний УКМ.

Для этого использовалось дискретное уравнение водного баланса

$$h_t = h_{t-1} + \frac{q_{t-1}}{F_{t-1}} - e(t-1, h_{t-1}) - \frac{v(h_{t-1})}{F_{t-1}},$$

где функции  $F(h_t)$ ,  $e(t)$ , и  $v(h_t)$  определялись зависимостями (2), (3) и (4), соответственно;  $t$  — в этом случае дискретное время (число лет):  $t = 0, 1, \dots, N$ .

Суммарный приток в море моделировался марковской последовательностью

$$q_t = r_q q_{t-1} + w_t,$$

где  $r_q = 0,36$  — коэффициент автокорреляции притока,  $w_t$  — белый шум с известными средним и дисперсией.

Белый шум генерировался стандартным датчиком псевдослучайных гауссовых чисел. Начальные значения уровня и притока задавались равными 3,0 м (над отметкой  $-31,0$  БС) и 275 км<sup>3</sup>/год соответственно. Длина последовательностей годовых значений притока и слоя испарения (стохастической компоненты) принималась равной  $10^4$ , что обеспечивало необходимую точность при построении гистограмм уровня Каспия для исследуемых вариантов водного баланса моря.

### Результаты моделирования плотности распределения вероятности уровня Каспия

На рис. 2 приведены ПРВ УКМ для случаев бессточного (без оттока в Кара-Богаз-Гол) и проточного (с оттоком в Кара-Богаз-Гол) Каспия.

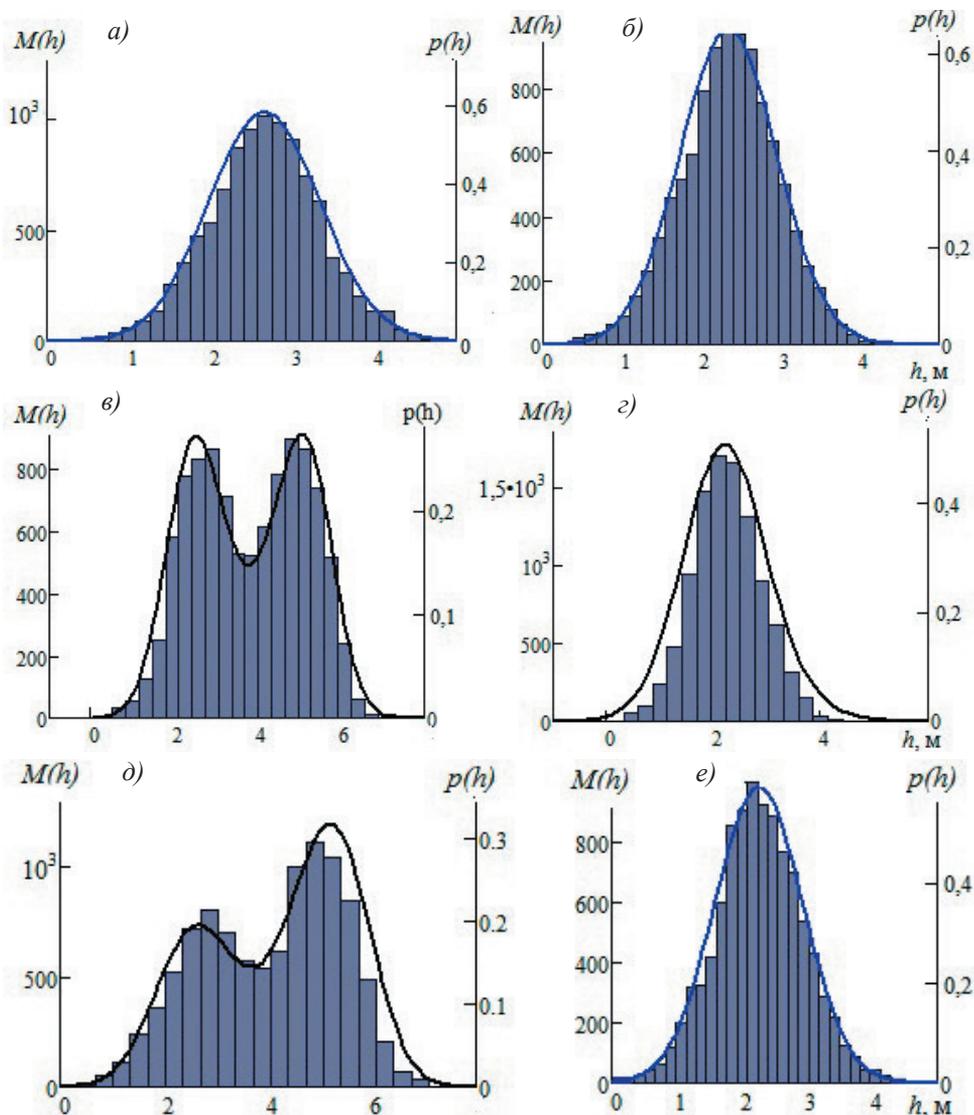


Рис. 2. Плотность распределения вероятности УКМ для бессточного Каспия (без оттока в залив Кара-Богаз-Гол) (а, в, д) и для модели проточного Каспия (с оттоком в залив Кара-Богаз-Гол) (б, г, е).

Варианты испарения:  $e_{Stoch}(t)$  – (а и б);  $e_{Det}(h)$  – (в и г);  $e_{Stoch}(t) + e_{Det}(h)$  – (д и е). Столбики — результаты имитационного моделирования; кривые — результаты, отвечающие модели (1);  $M(h)$  — частота.

Статистические параметры притока для вариантов расчетов принимались одинаковыми: среднее равно  $275 \text{ км}^3/\text{год}$ , дисперсия —  $2500 (\text{км}^3/\text{год})^2$  [10]. Как следует из рис. 2, в случае действия детерминированной компоненты испарения  $e_{Det}(h)$  ПРВ уровня бессточного Каспия приобретает бимодальную форму (см. рис. 2 в, д). В случае же включения еще одной отрицательной обратной связи — действия зависимости оттока в Кара-Богаз-Гол — ПРВ УКМ становится одно-модальной. В случае только стохастического испарения  $e_{Stoch}(t)$  ПРВ УКМ имеет одномодальный вид независимо от проточности Каспия.

Проведенные расчеты демонстрируют существенное влияние включения в механизм колебаний уровня моря детерминированной компоненты в испарении на дисперсию УКМ. Поскольку эта компонента образует положительную обратную связь в механизме колебаний УКМ, то ее действие направлено на увеличение размаха колебаний уровня моря. Наиболее выражено увеличение дисперсии УКМ при отсеченном заливе Кара-Богаз-Гол: от  $0,46$  до  $1,77 \text{ м}^2$ . При оттоке морской воды в залив дисперсия УКМ возрастает в меньшей степени: от  $0,38$  до  $0,46 \text{ м}^2$ . Это вполне понятно, поскольку отрицательная обратная связь, образованная зависимостью (3) оттока в залив от уровня моря, заметно нейтрализует действие положительной обратной связи, вызванной зависимостью испарения (4) от уровня моря.

### Выводы

Наличие в испарении с акватории Каспия функционально зависящей от уровня компоненты необходимо учитывать при построении плотности распределения вероятности уровня моря. В случае проточного Каспия и двухкомпонентного испарения  $e_{Stoch}(t) + e_{Det}(h)$  ПРВ УКМ близка к плотности нормального распределения. При этом дисперсия УКМ в общем случае отличается от ее значения, отвечающего чисто стохастическому испарению,  $e_{Stoch}(t)$ . Переход Каспия в режим бессточного водоема, например, при высоком уровне (выше отметки  $-26 \text{ м БС}$ ) может привести к бимодальности ПРВ УКМ.

Детальная разработка нелинейной модели многолетних колебаний УКМ еще предстоит. В частности, необходимо оценить диапазон отметок уровня, в котором зависимость испарения от уровня Каспия может изменяться вследствие изменений климата.

*Работа выполнена в рамках темы № 0147-2019-0001(№ государственной регистрации АААА-А18-118022090056-0) Государственного задания ИВП РАН (в части имитационного моделирования уровня режима Каспия) и при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-17-00215) (в части построения усовершенствованной нелинейной динамико-стохастической модели колебаний уровня Каспия).*

**Список литературы**

1. Голицын Г.С. Статистика и динамика природных процессов и явлений / Серия «Синергетика». № 68. М.: КРАСАНД, 2013. 398 с.
2. Голицын Г.С., Раткович Д.Я., Фортус М.И., Фролов А.В. О современном подъеме уровня Каспийского моря // Водные ресурсы. 1998. Т. 25. С.133—139.
3. Демченко П.Ф., Кислов А.В. Стохастическая динамика природных объектов. М.: ГЕОС, 2010. 189 с.
4. Добровольский С.Г. Климатические изменения в системе «гидросфера-атмосфера». М.: ГЕОС, 2002. 230 с.
5. Долгоносов Б.М. Нелинейная динамика экологических и гидрологических процессов. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 440 с.
6. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Некоторые положения статистической теории колебаний уровней естественных водоемов и их применение к исследованию режима Каспийского моря / В сб.: Труды Первого совещания по регулированию стока. М.—Л.: изд-во АН СССР, 1946. С.76—93.
7. Крицкий С.Н., Коренистов Д.В., Раткович Д.Я. Колебания уровня Каспийского моря. М.: Наука, 1975. 157 с.
8. Малинин В.Н. Проблема прогноза уровня Каспийского моря. СПб: изд-во РГГМИ, 1994. 60 с.
9. Малинин В.Н., Гордеева С.М., Гурьянов Д.В. Малопараметрическая модель увлажнения Северо-Западного региона России для условий современных изменений климата // Ученые записки РГГМУ. 2014. № 36. С. 35—49.
10. Музылев С.В., Привальский В.Е., Раткович Д.Я. Стохастические модели в инженерной гидрологии. М.: Наука, 1982. 184 с.
11. Панин Г.Н. Испарение и теплообмен Каспийского моря. М.: Наука, 1987. 88 с.
12. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Советское радио, 1977. 488 с.
13. Фролов А.В. Динамико-стохастические модели многолетних колебаний уровня проточных озер. М.: Наука, 1985. 103 с.
14. Фролов А.В. Моделирование многолетних колебаний уровня Каспийского моря: теория и приложения. М.: ГЕОС, 2003. 174 с.
15. Фролов А. В. Моделирование влияния оттока в залив Кара-Богаз-Гол на плотность распределения вероятности уровня Каспийского моря // Математическое моделирование и численные методы. 2016. № 3 (11). С. 79—92.
16. Хорстемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы / Пер. с англ. М.: Мир, 1987.— 397 с.
17. Хублярян М.Г., Найденов В.И. О тепловом механизме колебаний уровня водоемов // Доклады АН СССР. 1991. Т. 319, № 6. С. 1438—1444.
18. Frolov A.V. The Caspian Sea as Stochastic Reservoir / Hydrological Models for Environmental Management / Eds.: L.Gottschalk et al. Dordrecht – Boston – London: Kluwer Acad. Publishers, 2002. P. 91—108.
19. Semenov V.A., Nikitina N.G., Mokhov I.I. Atlantic Multidecadal Variability and hydrological cycle in the Caspian Sea watershed // Research Activities Atmos. Ocean. Modelling. Rep. № 43. WCRP Rep. № 10/2013. 2013. P. 7.15 — 7.16.