

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа дисциплины

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования по направлению подготовки

**05.03.05 «Прикладная гидрометеорология»**

Направленность (профиль):  
**Прикладная гидрология**

Уровень:  
**Бакалавриат**


Форма обучения  
**Очная/заочная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП

 Сакович В.М.

Председатель УМС  
 И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета РГГМУ  
"19" мая 2021 г., протокол № 8

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры  
"05" мая мая 2021 г., протокол № 10  
Зав. кафедрой  Зайцева И.В.

Автор-разработчик:  
 Фадеев С.Н.

Санкт-Петербург 2021

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Цель** освоения дисциплины – приобретение студентом комплекса знаний в области теории вероятностей и математической статистики, позволяющего эффективно изучать дисциплины, предусмотренные образовательной программой по направлению подготовки 05.03.04 – «Гидрометеорология», и использующие математические методы и факты; формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его специализации и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда; обучение студентов строгому логическому мышлению при анализе ситуаций, возникающих в реальных задачах метеорологии с учетом их профильной направленности.

### Задачи:

- приобретение студентом базовых знаний в области теории вероятностей и математической статистики, необходимых для решения профессиональных задач.
- приобретение студентами навыков определения и ранжирования информации, требуемой для решения задач вероятностного моделирования в реальных исследованиях климатической системы, в метеорологических прогнозах, в обеспечении хозяйственной деятельности;
- формирование навыков поиска информации для решения задач гидрометеорологии с учетом вероятностного механизма генезиса анализируемых данных.

## 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» для направления подготовки 05.03.04 – «Гидрометеорология» относится к дисциплинам базовой части математического и естественнонаучного цикла. Дисциплина изучается в 4-м семестре очной формы обучения.

Для освоения данной дисциплины, необходимо обладать базовыми знаниями (общее среднее образование), а также освоить учебный материал предшествующей дисциплины «Математика».

Знания и практические навыки, полученные по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», используются в изучении дисциплины «Статистические методы анализа гидрометеорологической информации», «Климатология», «Методы статистической обработки гидрологической информации», «Случайные процессы в гидрологии»

## 3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций: ОПК-1.

Таблица 1.

### Общепрофессиональные компетенции

| Код и наименование общепрофессиональной компетенции                             | Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции                                      | Результаты обучения   |
|---|--|---|
| ОПК-1. Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые | ОПК-1.1. Проводит формализацию и решение профессиональных задач на основе базовых знаний математического цикла | <i>Знать:</i> базовые принципы и понятия теории вероятностей и математической статистики необходимые для формализации и решения |

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p>знания естественнонаучного и математического циклов при решении задач профессиональной деятельности</p> |  | <p>профессиональных задач.<br/> <i>Уметь:</i> применять базовые знания дисциплины при решении задач гидрометеорологии с учетом их профильной направленности<br/> <i>Владеть:</i> навыками применения базовых знаний и методов вероятностного и статистического характера при решении профессиональных задач.</p> |
|--|--|--|

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

Таблица 2.

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

| Объём дисциплины   | Всего часов          |                        |
|--|----------------------|------------------------|
|  | Очная форма обучения | Заочная форма обучения |
| <b>Объем дисциплины</b>  | <b>72</b>            | <b>72</b>              |
| <b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b> | <b>28</b>            | <b>8</b>               |
| в том числе:   | -                    |                        |
| лекции   | <b>14</b>            | <b>4</b>               |
| занятия семинарского типа:   |                      |                        |
| практические занятия   | <b>14</b>            | <b>4</b>               |
| лабораторные занятия   |                      |                        |
| <b>Самостоятельная работа (далее – СРС) – всего:</b>   | <b>44</b>            | <b>64</b>              |
| в том числе:   | -                    |                        |
| курсовая работа  |                      |                        |
| контрольная работа   |                      |                        |
| подготовка к зачету  |                      |                        |
| <b>Вид промежуточной аттестации</b>  | <b>зачет</b>         |                        |

## 4.2. Структура дисциплины

Таблица 3.

Структура дисциплины для очной формы обучения

| №            | Раздел / тема дисциплины                        | Семестр | Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час. |                      |           | Формы текущего контроля успеваемости | Формируемые компетенции | Индикаторы достижения компетенций |
|--------------|---|---------|--|----------------------|-----------|--------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
|              |   |         | Лекции   | Практические занятия | СРС       |                                      |                         |                                   |
| 1            | Основные понятия теории вероятностей.           | 4       | 2  | 4                    | 8         | Контрольная работа                   | ОПК-1                   | ОПК-1. 1                          |
| 2            | Случайные величины                              | 4       | 4  | 4                    | 10        | Контрольная работа                   | ОПК-1                   | ОПК-1.1                           |
| 3            | Математическая статистика и её основные задачи. | 4       | 4  | 2                    | 10        | Расчётное задание                    | ОПК-1                   | ОПК-1.1                           |
| 4            | Проверка статистических гипотез.                | 4       | 2  | 2                    | 8         | Расчётное задание                    | ОПК-1                   | ОПК-1. 1                          |
| 5            | Регрессионный и корреляционный анализ.          | 4       | 2  | 2                    | 8         | Расчётное задание                    | ОПК-1                   | ОПК-1.1                           |
| <b>ИТОГО</b> |   | -       | <b>14</b>  | <b>14</b>            | <b>44</b> | <b>Зачет</b>                         | -                       | -                                 |

Таблица 4.

## Структура дисциплины для заочной формы обучения

| №            | Раздел / тема дисциплины  | Год | Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час. |                      |     | Формы текущего контроля успеваемости и | Формируемые компетенции | Индикаторы достижения компетенций |
|--------------|---|-----|--|----------------------|-----|--|-------------------------|-----------------------------------|
|              |   |     | Лекции   | Практические занятия | СРС |  |                         |                                   |
| 1            | Основные понятия теории вероятностей; случайные величины; математическая статистика и её основные задачи. | 3   | 2  | 2                    | 32  | Контрольная работа                     | ОПК-1                   | ОПК-1. 1                          |
| 2            | Проверка статистических гипотез; регрессионный и корреляционный анализ.                                   | 3   | 2  | 2                    | 32  | Контрольная работа                     | ОПК-1                   | ОПК-1.1                           |
| <b>ИТОГО</b> |   | -   | 4  | 4                    | 64  | <b>Зачет</b>                           | -                       | -                                 |

**4.3. Содержание разделов/тем дисциплины*****Основные понятия теории вероятностей***

Предмет теории вероятностей и ее роль в естествознании. Выдающийся вклад отечественных ученых в обоснование и развитие теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями. Вероятность событий и способы ее определения.

Алгебра событий. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Правило сложения вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности и теорема гипотез (Байеса).

Независимые испытания. Схема испытаний Бернулли, формула Бернулли.

***Случайные величины.***

Случайные величины, определение и примеры случайных величин. Функция распределения, её свойства. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, их свойства. Понятие о биномиальном законе распределения и распределении Пуассона.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства. Понятие о начальных и центральных моментах. Функции случайных величин.

Нормальный закон распределения, его роль и место в теории вероятностей. Равномерный и показательный (экспоненциальный) законы распределения. Понятие о распределениях хи-квадрат и Стьюдента.

Системы случайных величин (случайные векторы). Дискретные и непрерывные системы случайных величин. Законы распределения системы. Свойства законов распределения. Независимость случайных величин. Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент и коэффициент корреляции, их свойства. Условные законы распределения. Условное математическое ожидание.

Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме. Теорема Муавра-Лапласа

#### ***Математическая статистика и её основные задачи.***

Предмет, задачи и основные понятия математической статистики. Выборочный метод. Вариационный ряд и выборочная функция распределения. Группированная выборка, гистограмма. Состоятельные и несмещенные оценки параметров распределений.

Оценивание параметров закона распределения. Общие требования к оценкам. Состоятельные, несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии. Метод моментов. Оценивание числовых характеристик системы двух случайных величин.

Доверительный интервал и доверительная вероятность. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормально распределенной случайной величины.

#### ***Проверка статистических гипотез***

Проверка статистических гипотез, примеры. Общая схема проверки гипотез. Критическая область, уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Гипотезы о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин.

Проверка гипотез о виде закона распределения. Критерии Колмогорова и Пирсона.

#### ***Регрессионный и корреляционный анализ.***

Задача регрессии. Выборочный коэффициент корреляции. Оценивание коэффициентов и функции регрессии по методу наименьших квадратов. Построение доверительных интервалов для коэффициентов и значений функции регрессии.

### **4.4. Содержание занятий семинарского типа**

Таблица 5.

Содержание практических занятий для очной формы обучения

| <b>№ темы дисциплины</b> | <b>Тематика практических занятий</b>   | <b>Всего часов</b> | <b>В том числе часов практической подготовки</b> |
|--------------------------|--|--------------------|--|
| <b>1</b>                 | Классическая и геометрическая вероятности, операции над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности и теорема Байеса, схема Бернулли. | <b>2</b>           | <b>0</b>   |
| <b>1</b>                 | Контрольная работа   | <b>2</b>           | <b>0</b>   |
| <b>2</b>                 | Дискретные случайные величины, непрерывные случайные величины, законы  | <b>2</b>           | <b>0</b>   |

|          |  |          |          |
|----------|--|----------|----------|
|          | распределения. Моменты случайных величин; системы случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей  |          |          |
| <b>2</b> | Контрольная работа   | <b>2</b> | <b>0</b> |
| <b>3</b> | Состоятельные, несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, доверительный интервал и доверительная вероятность.  | <b>2</b> | <b>0</b> |
| <b>4</b> | Критическая область, уровень значимости, ошибки первого и второго рода, гипотезы о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин. Проверка гипотез о виде закона распределения. Критерии Пирсона и Колмогорова. | <b>2</b> | <b>0</b> |
| <b>5</b> | Задача регрессии. Выборочный коэффициент корреляции. Оценивание коэффициентов и функции регрессии по методу наименьших квадратов.  | <b>2</b> | <b>0</b> |

## Содержание практических занятий для заочной формы обучения

| № темы дисциплины | Тематика практических занятий   | Всего часов | В том числе часов практической подготовки |
|-------------------|---|-------------|---|
| 1                 | Классическая и геометрическая вероятности, операции над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и теорема Байеса, схема Бернулли; понятие случайной величины, законы распределения и моменты случайных величин | 2           | 0   |
| 2                 | Критическая область, уровень значимости, ошибки первого и второго рода, гипотезы о равенстве математических ожиданий, проверка гипотез о виде закона распределения, регрессионный и корреляционный анализ   | 2           | 0   |

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические и учебные материалы необходимые для самостоятельной работы могут быть найдены на электронном ресурсе <https://cloud.rshu.ru/>

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля - 60
- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий – 10;
- максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации - 30;

#### 6.1. Текущий контроль

Типовые задания, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

#### Контрольная работа №1 Основные понятия теории вероятностей ВАРИАНТ № 1

1) На складе имеется 10 кинескопов, 6 из них изготовлены заводом N. Найти вероятность того, что среди 4-х наудачу взятых кинескопов окажется не менее трёх, изготовленных заводом N.

2) По мишени производят три выстрела. Вероятности попадания в мишень при каждом выстреле соответственно равны 0,8; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что в мишени будет ровно одна пробоина.

3) На двух станках обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака для станка № 1 равна 0,05, для станка № 2 – 0,06. Обработанные детали собирают в одном месте, причем со станка № 1 втрое меньше, чем со станка № 2. Вычислить вероятность того, что наудачу взятая деталь будет с дефектом.

4) В условиях задачи 3) извлеченная деталь оказалась с дефектом. Найти вероятность



того, что деталь обработана на втором станке.

5) В среднем 5% станков нуждаются в регулировке. Какова вероятность того, что из семи станков один нуждается в регулировке?

#### ВАРИАНТ № 2

1) Из десяти билетов пять выигрышных. Приобретается четыре билета. Какова вероятность того, что все приобретенные билеты выигрышные?

2) При включении стартера двигатель начинает работать с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что для ввода двигателя в работу придется включать зажигание больше двух раз.

3) Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов в отношении 3:7. При этом первый цех дает 4% брака, а второй – 3%. Найти вероятность того, что взятая наугад болванка содержит дефект.

4) В условиях задачи 3) оказалось, что болванка содержит дефект. Найти вероятность того, что болванка отлита во втором цехе.

5) Какова вероятность шесть раз попасть в цель, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6 и производится 12 независимых выстрелов? Найти наивероятнейшее число попаданий.

### Контрольная работа №2

#### Случайные величины

##### ВАРИАНТ 1

1) Случайная величина  $X$  распределена равномерно с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной 12. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал  $[3, 9)$ .

2) Случайная величина  $X$  распределена по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0.5e^{-0.5t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания  $X$  в интервал  $[0, 2)$ .

3) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания  $X$  на интервал  $[0, 5)$ .

4) Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех выдает за смену  $n=1000$  изделий, из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 970 доброкачественных изделий.

##### ВАРИАНТ 2

1) Плотность распределения случайной величины задана законом

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -4, \\ Const, & -4 \leq x < 4 \\ 0, & x \geq 4. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания в интервал  $[-5, 2)$ .

2) Случайная величина  $X$  распределена по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \mu e^{-\mu t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение меньшее, чем ее математическое ожидание.

3) Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины  $X$  от проектной по абсолютной величине меньше 0.6 мм. Считая, что  $X$  распределена по нормальному закону с дисперсией  $0.25 \text{ мм}^2$ , найти процент годных деталей среди изготовленных.

4) Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и с дисперсией  $2.25 \text{ мм}^2$ . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.99 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится  $n=10000$  шариков. Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.05. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и сыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.99 он не оказался переполненным.

### Контрольная работа №1 для студентов заочной формы обучения

#### ВАРИАНТ №1

1) В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Из ящика вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.

2) В квадрат со стороной  $a$  вписана окружность. Какова вероятность того, что точка, появляющаяся случайным образом в пределах квадрата, окажется внутри круга?

3) В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку вызывают 9 студентов. Найти вероятность того, что среди вызванных студентов окажется 5 отличников.

4) Круговая мишень состоит из 3-х зон. Вероятность попадания в I-ю зону - 0,15, во II-ю зону - 0,23, в III-ю зону - 0,17. Какова вероятность промаха?

5) В пирамиде установлено 5 винтовок, из которых 3 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

6) Для исследования доходов населения города отобрано 1000 человек. Получено следующее распределение жителей по месячному доходу (тыс.руб)

| Доход $x_i$<br>тыс.руб. | Менее 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 | Свыше 20 |
|-------------------------|---------|-----|------|-------|-------|----------|
| Число жителей<br>$n_i$  | 116     | 196 | 278  | 189   | 147   | 74       |

Определить средний месячный доход жителей города и границы в которых с вероятностью 0.99 заключен средний доход.

#### ВАРИАНТ №2

- 1) Брошен игральный кубик. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.
- 2) В броневом щите размером  $2\text{м} \times 1\text{м}$  имеется невидимая для противника амбразура размером  $0,1\text{м} \times 0,1\text{м}$ . Найти вероятность того, что пуля, попавшая в щит, попадает в амбразуру.
- 3) В группе из 30 слушателей на контрольной работе 6 слушателей получили оценку отлично, 10 слушателей - оценку хорошо. 9 слушателей – оценку удовлетворительно. Какова вероятность того, что все 3 слушателя, вызванных к доске, имеют неудовлетворительные оценки по контрольной работе?
- 4) Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень соответственно равны 0,7 и 0,8, производят по одному выстрелу по общей мишени. Определить вероятность поражения мишени.
- 5) В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 13 стандартных, во 2-й коробке - 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

6) Для исследования доходов населения города отобрано 1000 человек. Получено следующее распределение жителей по месячному доходу (тыс.руб)

| Доход $x_i$<br>тыс.руб. | Менее 4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 | Свыше 20 |
|-------------------------|---------|-----|------|-------|-------|----------|
| Число жителей<br>$n_i$  | 90      | 210 | 270  | 182   | 160   | 88       |

Определить средний месячный доход жителей города и границы в которых с вероятностью 0.95 заключен средний доход.

## Контрольная работа №2 для студентов заочной формы обучения

### ВАРИАНТ №1

- 1) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания  $X$  на интервал  $[0, 5)$ .
- 2) Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.
- 3) Цех выдает за смену  $n=1000$  изделий, из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 970 доброкачественных изделий.
- 4) Имеются статистические данные по количеству обращений в пункты обслуживания и ремонта. По критерию  $\chi^2$ , проверить гипотезу о том, что количество обращений имеет распределение Пуассона. *Указание:* в качестве параметра  $a$  в распределении Пуассона взять выборочное среднее.

| Число обращений за 1 час                      | 0  | 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 |
|---|----|----|----|----|---|---|---|
| Количество пунктов с данным числом обращений. | 15 | 35 | 20 | 16 | 9 | 4 | 1 |

- 5) В таблице приведены данные: суточная выработка продукции  $Y$  (тонны) и величина основных производственных фондов  $X$  (млн. руб.) для совокупности 50 однотипных предприятий. Построить уравнение линейной регрессии  $y(x), x(y)$ .

| Величина<br>ОФП,<br>млн. руб. | Середины<br>интервалов | Суточная выработка продукции, тонны |       |       |       |       | Годовая<br>средняя,<br>$\bar{y}_i$ , т. |
|-------------------------------|------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|---|
|                               |                        | 7-11                                | 11-15 | 15-19 | 19-23 | 23-27 |   |
|                               | $y_i$<br>$x_i$         |                                     |       |       |       |       |   |
| 20 - 24                       |                        | 2                                   | 1     | 0     | 0     | 0     |   |
| 24 - 28                       |                        | 3                                   | 6     | 4     | 0     | 0     |   |
| 28 - 32                       |                        | 0                                   | 3     | 11    | 7     | 0     |   |
| 32 - 36                       |                        | 0                                   | 1     | 2     | 6     | 2     |   |
| 36 - 40                       |                        | 0                                   | 0     | 0     | 1     | 1     |   |

#### ВАРИАНТ №2

- 1) Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины  $X$  от проектной по абсолютной величине меньше 0.6 мм. Считая, что  $X$  распределена по нормальному закону с дисперсией  $0.25 \text{ мм}^2$ , найти процент годных деталей среди изготовленных.
- 2) Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и с дисперсией  $2.25 \text{ мм}^2$ . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.99 попадет данная случайная величина в результате испытания.
- 3) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится  $n=10000$  шариков. Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.05. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и ссыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.99 он не оказался переполненным.
- 4) Имеются статистические данные по количеству обращений в пункты обслуживания и ремонта. По критерию  $\chi^2$ , проверить гипотезу о том, что количество обращений имеет распределение Пуассона. *Указание:* в качестве параметра  $a$  в распределении Пуассона взять выборочное среднее.

| Число обращений<br>за 1 час                         | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 |
|---|----|----|----|----|----|---|---|
| Количество пунктов с<br>данным числом<br>обращений. | 12 | 20 | 28 | 18 | 15 | 5 | 2 |

- 5) В таблице приведены данные: суточная выработка продукции  $Y$  (тонны) и величина основных производственных фондов  $X$  (млн. руб.) для совокупности 50 однотипных предприятий. Построить уравнение линейной регрессии  $y(x)$ ,  $x(y)$ .

| Величина<br>ОФП,<br>млн. руб. | Середины<br>интервалов | Суточная выработка продукции, тонны |       |       |       |       |
|-------------------------------|------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|                               |                        | 7-11                                | 11-15 | 15-19 | 19-23 | 23-27 |
|                               | $y_i$<br>$x_i$         |                                     |       |       |       |       |
|                               |                        |                                     |       |       |       |       |

|         |  |   |   |    |   |   |
|---------|--|---|---|----|---|---|
| 16 - 20 |  | 2 | 1 | 0  | 0 | 0 |
| 20 - 24 |  | 3 | 6 | 4  | 0 | 0 |
| 24 - 28 |  | 0 | 3 | 11 | 7 | 0 |
| 28 - 32 |  | 0 | 1 | 2  | 6 | 2 |
| 32 - 36 |  | 0 | 0 | 0  | 1 | 1 |

### Варианты расчетных заданий

**Расчётное задание №1:** Математическая статистика и её основные задачи.

1) Из генеральной совокупности извлечена выборка значений признака  $X$

|               |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$           | 3,5 | 3,8 | 4,0 | 4,7 | 5,1 | 5,8 | 6,1 |
| частота $n_i$ | 2   | 3   | 5   | 3   | 4   | 2   | 1   |

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для математического ожидания признака  $X$  в предположении, что признак распределен по нормальному закону.

2) Для исследования доходов населения города сделана выборка из  $n$  жителей. В приведенных таблицах распределение жителей по месячному доходу (тыс.руб). Определить границы в которых с вероятностью заключен средний доход заключен жителей города с доверительными вероятностями 0.95 и 0.99.

|                           |            |     |      |       |       |          |
|---------------------------|------------|-----|------|-------|-------|----------|
| Доход $x_i$<br>тыс.руб.   | Менее<br>4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 | Свыше 20 |
| Число<br>жителей<br>$n_i$ | 116        | 196 | 278  | 189   | 147   | 74       |

**Расчётное задание № 2:** Проверка статистических гипотез

Дана группированная выборка. Все интервалы имеют одинаковую длину  $h = 0,4$  и начинаются с точки  $x = 6,4$ . В каждый интервал попали следующие количества наблюдений:

6, 5, 12, 16, 22, 29, 37, 43, 48, 39, 19, 19, 8, 6.

Задание:

- 1) По заданной группированной выборке найти оценки математического ожидания и дисперсии. Построить гистограмму и график оценочной функции плотности вероятности.
- 2) Рассчитать критерий Пирсона. По таблицам найти критическое значение критерия Пирсона для заданного уровня значимости. Проверить гипотезу о том, что выборка извлечена из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону.

**Расчётное задание № 3:** «Регрессионный и корреляционный анализ»

Дана таблица экспериментальных данных исследования зависимости  $x$  от  $y$ :

|   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x | 1     | 1,2   | 1,4   | 1,6   | 1,8   | 2     | 2,2   | 2,4   | 2,6   | 2,8   | 3     |
| y | 14,68 | 16,46 | 17,32 | 18,04 | 19,01 | 19,71 | 20,51 | 22,08 | 22,68 | 24,01 | 24,52 |

Задание:

- 1) Используя метод наименьших квадратов, найти оценки коэффициентов и функции линейной регрессии:  $y = ax + b$ .
- 2) Построить доверительные интервалы для коэффициентов и функции регрессии (при доверительной вероятности 0,95).
- 3) С уровнем значимости 0.05 проверить гипотезу о сильной корреляционной связи величин  $x$ ,  $y$ .

## 6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **зачет**.

Форма проведения **зачета**: устно.

- 1) **Перечень вопросов для подготовки к зачету** (формируемые компетенции ОПК-1) : Предмет и основные понятия теории вероятностей (случайный эксперимент, пространство элементарных исходов, случайное событие). Примеры.
- 2) Операции над случайными событиями (сложение, умножение). Несовместные события. Достоверное, невозможное, противоположное событие. Примеры.
- 3) Статистическое определение вероятности. Примеры.
- 4) Классическое определение вероятности. Примеры.
- 5) Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них.
- 6) Аксиомы теории вероятностей. Теорема сложения вероятностей.
- 7) Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей.
- 8) Полная группа событий. Формула полной вероятности.
- 9) Полная группа событий. Формула Байеса.
- 10) Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
- 11) Случайные величины. Функция распределения и её свойства. Вероятность попадания случайной величины в интервал.
- 12) Дискретная случайная величина, её ряд распределения и функция распределения.
- 13) Непрерывная случайная величина. Плотность вероятности и функция распределения непрерывной случайной величины, их свойства.
- 14) Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
- 15) Дисперсия, среднеквадратическое отклонение случайной величины и их свойства.
- 16) Начальные и центральные моменты случайной величины.
- 17) Биномиальный закон распределения, математическое ожидание и дисперсия.
- 18) Закон распределения Пуассона, математическое ожидание и дисперсия.
- 19) Равномерный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
- 20) Показательный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
- 21) Нормальный закон распределения, плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия.
- 22) Нормальный закон распределения. Функция распределения, функция Лапласа и её свойства. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в интервал. Правило "трёх сигм".
- 23) Системы случайных величин. Функция распределения системы двух случайных величин и её свойства. Независимость случайных величин.
- 24) Двумерная дискретная случайная величина и её матрица распределения. Независимость случайных величин.
- 25) Двумерная непрерывная случайная величина. Двумерная плотность вероятности и её свойства. Независимость случайных величин.

- 26) Условные законы распределения (условный ряд распределения, условная плотность вероятности).
- 27) Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции, их свойства. Зависимость и коррелированность.
- 28) Условное математическое ожидание и функция регрессии.
- 29) Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли.
- 30) Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа.
- 31) Математическая статистика и её основные задачи. Выборка. Выборочная функция распределения. Гистограмма.
- 32) Оценка параметра. Общие требования к оценкам (несмещённость, эффективность и состоятельность).
- 33) Выборочные моменты. Метод моментов для оценивания параметров распределения.
- 34) Несмещённая оценка математического ожидания.
- 35) Несмещённая оценка дисперсии.
- 36) Доверительный интервал и доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой случайной величины.
- 37) Проверка статистических гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости. Область допустимых значений и критическая область. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий.
- 38) Проверка гипотезы о виде закона распределения (критерий Пирсона  $\chi^2$ ).

#### **Примеры практических заданий к зачету (формируемые компетенции ОПК-1)**

- 1) Из колоды карт в 36 листов вытаскивают две карты. Какова вероятность, что карты одной масти, разных мастей?
- 2) Бросается два игральных кубика. Найти вероятность того что сумма выпавших очков будет меньше 6.
- 3) В партии из 15 деталей пять бракованных. Какова вероятность, что из трех извлеченных деталей одна окажется бракованной?
- 4) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что из двух купленных билетов хотя бы один окажется выигрышным.
- 5) Ребенок, не умеющий читать, рассыпал карточки, буквы на которых составляют слово «карта», после чего сложил их в случайном порядке. Определить вероятность того, что у него снова получится слово «карта».
- 6) Функция распределения случайной величины задана выражением
 
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{25}, & 0 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$
- 7) Найти вероятность попадания случайной величины в интервал (3, 6), математическое ожидание, дисперсию.
- 8) В некотором испытании событие А появляется с вероятностью 1/4. Определить вероятность того, что в пяти испытаниях событие А появится:
  - а) ровно два раза;
  - б) ровно один раз;
  - в) хотя бы один раз.
- 9) В партии изделий 2% бракованных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий отобранных для контроля ровно 2 бракованных, хотя бы одна бракованная (для вычисления можно использовать распределение Пуассона)
- 10) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение меньше, чем ее математическое ожидание.

11) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина) 2 м. и с дисперсией  $D=0.25\text{см}^2$ . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который случайная величина попадет с вероятностью 0.9973.

12) Рассматривается случайная величина  $X$  – число выпадений шестерки при ста бросаниях игрального кубика. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который данная случайная величина попадет с вероятностью 0.95.

### 6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 7.

Распределение баллов по видам учебной работы для очной формы обучения

| Вид учебной работы, за которую ставятся баллы | Баллы      |
|---|------------|
| Посещение лекционных занятий                  | 10         |
| Контрольная работа №1                         | 15         |
| Контрольная работа №2                         | 15         |
| Расчетное задание №1                          | 10         |
| Расчетное задание №2                          | 10         |
| Расчетное задание №3                          | 10         |
| Промежуточная аттестация                      | 30         |
| <b>ИТОГО</b>                                  | <b>100</b> |

Таблица 8.

Распределение баллов по видам учебной работы для заочной формы обучения

| Вид учебной работы, за которую ставятся баллы | Баллы      |
|---|------------|
| Посещение лекционных занятий                  | 10         |
| Контрольная работа №1                         | 30         |
| Контрольная работа №1                         | 30         |
| Промежуточная аттестация                      | 30         |
| <b>ИТОГО</b>                                  | <b>100</b> |

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 9.

Балльная шкала итоговой оценки на зачете

| Оценка    | Баллы  |
|-----------|--------|
| Зачтено   | 40-100 |
| Незачтено | 0-39   |

### 7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», <https://cloud.rshu.ru/>



## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

#### **Основная литература**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юрайт, 2014.
2. Гмурман В.Е. Руководства к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособ/ В.Е. Гмурман.- 1-е изд.,перераб.-М. : Юрайт, 2014.

#### **Дополнительная литература**

1. Малугин В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры – Электрон. текстовые данные. – М. : Юрайт, 2018. – 470 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/BE46BF55-72D8-4CA9-BC2B-DE8491F3EFB6/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika#page/1>.
2. Загребавев А.М. Элементы теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов – Электрон. текстовые данные. – М. : Юрайт, 2018. – 159 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/293903BB-D076-4656-97A2-1245E39724C0/elementy-teorii-veroyat-nostey-i-matematicheskoy-statistiki#page/1>.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учебное пособие для ВУЗов. - М.: Высшая школа, 2000.

### **8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"**

- 1) <http://eqworld.ipmnet.ru> – Мир математических уравнений.
- 2) <https://rosstat.gov.ru> – Федеральная служба государственной статистики.

### **8.3. Перечень программного обеспечения**

1. Операционная система MS Windows
2. Пакет MS Office.

### **8.4. Перечень информационных справочных**

1. СПС Консультант Плюс;

### **8.5. Перечень профессиональных баз данных**

1. Электронно-библиотечная система eLibrary <https://www.elibrary.ru/>
2. Электронно-библиотечная система ЛАНЬ <https://lanbook.ru/>
3. Образовательная платформа Юрайт <https://urait.ru/library/vo>

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

**Учебная аудитории для проведения занятий лекционного типа** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации: портативным компьютером (ноутбуком), переносным экраном, мультимедиа-проектором.

**Учебная аудитории для проведения занятий семинарского типа** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации: портативным компьютером (ноутбуком), переносным экраном, мультимедиа-проектором.

**Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации: портативным компьютером (ноутбуком), переносным экраном, мультимедиа-проектором.

**Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации: портативным компьютером (ноутбуком), переносным экраном, мультимедиа-проектором.

**Помещение для самостоятельной работы** – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации. Самостоятельная работа проводится в читальном зале библиотеки, а также в лаборатории гидрологических расчетов, укомплектованной: компьютерами, копировально-множительной техникой, мультимедиа оборудованием (переносные проектор, экран).

## **10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

## **11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий**

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.