

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа дисциплины

ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования по направлению подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль):

Физические исследования природных процессов

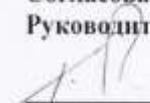
Уровень:

Бакалавриат

Форма обучения

Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП

 Бобровский А.П.

Председатель УМС

 И.И. Палкин

Рекомендована решением
Учебно-методического совета

19 мая 2021 г., протокол № 08

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

05 мая 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Зайцева И.В.

Авторы-разработчики:

 Герасименко Н.И.

 Петрова В.В.

Санкт-Петербург 2021

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины «Векторный и тензорный анализ» – научить студентов свободно владеть дифференциальными операциями теории поля, необходимыми при дальнейшем изучении теоретических курсов физики.

Задачи дисциплины:

приобрести навыки работы с векторами и тензорами в различных системах координат;

научиться вычислять криволинейные, поверхностные и объемные интегралы, используя формулы Гаусса-Остроградского, Грина и Стокса;

научиться применять аппарат векторного и тензорного анализа в физических задачах; получить начальные сведения из дифференциальной геометрии.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» для направления подготовки 03.03.02–физика относится к дисциплинам основной части блока 1 дисциплины (модуля).

Дисциплина изучается студентами в 3 семестре, трудоемкость 108 акад.часов, 3 з.е.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить дисциплины модулей: «Аналитическая геометрия», «Математический анализ».

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» является базовой для освоения дисциплин «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Линейные и нелинейные уравнения физики».

3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций:

УК-1, ОПК-1

Универсальные компетенции.

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	УК-1.1. Знать: <u>Основы анализа задачи</u> Уметь: <u>Ранжировать информацию</u> Владеть: <u>способом поиска информации</u> УК-1.2. <u>Знать:</u> – основные понятия дисциплины «Векторный и тензорный анализ»; <u>Уметь:</u> – решать практические задачи математическими методами дисциплины «Векторный и тензорный анализ»;

		<p>Владеть:</p> <p>– навыками решения уравнений, моделирующих различные прикладные задачи, используя методы дисциплины «Векторный и тензорный анализ»</p>
--	--	--

Общепрофессиональные компетенции

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции	Результаты обучения
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1 Применяет основные законы математических и естественных наук для решения профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.2 Выявляет взаимосвязь основных законов естественных наук, общие подходы и концепции.</p>	<p>Знать: _Законы сохранения_ следующие из теоремы Гаусса-Остроградского.</p> <p>Уметь: _Находить уравнения баланса используя теорему Стокса</p> <p>Владеть: _Методом расщепления_ для дифференциальных операторов _в комплексной плоскости.</p>

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Таблица 4.

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

Объем дисциплины 2016, 2017, 2018,2019,2020,2021	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем дисциплины	108		
Контактная работа с обучающимися преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	42		
в том числе:	-	-	-
лекции	14		
занятия семинарского типа:			
практические занятия	28		
лабораторные занятия			
Самостоятельная работа (далее – СРС) – всего:	66		
в том числе:	-	-	-
курсовая работа			
контрольная работа			
Вид промежуточной аттестации	зачет		

4.2. Структура дисциплины

Таблица 5.

Структура дисциплины для очной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
1	Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.	3	5	10	20	Письменный опрос	УК-1, ОПК-1	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1-2
2	Скалярное и векторное поле.	3	4	10	20	Письменный опрос	УК-1, ОПК-1	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1-2
3	Основные свойства группы.	3	5	8	26	Письменный опрос	УК-1, ОПК-1	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1-2
ИТОГО			14	28	66	зачет	-	-

4.3. Содержание разделов/тем дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание
Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.	Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс. Абсолютные и относительные тензоры. Ранг тензора. Абсолютный скаляр. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор. Смешанный тензор. Равенство тензоров. Нуль-тензор. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Символы Кронекера, Леви-Чивита. Абсолютное дифференциальное исчисление. Ковариантное дифференцирование.
Скалярное и векторное поле.	Скалярное и векторное поле. Векторный элемент линии и длина дуги. Криволинейные интегралы. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности. Поверхностные интегралы. Градиент, дивергенция и ротор. Полный дифференциал, полная производная и производная по направлению. Производные высших порядков по направлению. Ряд Тейлора. Оператор Лапласа. Операции второго порядка. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.
Основные свойства группы.	Определение и основные свойства группы. Замкнутость. Ассоциативный закон. Обратный элемент. Перестановочные элементы. Коммутативные операции. Коммутативные группы. Конечная и бесконечная группы. Законы сокращения. Подгруппы. Несобственные и собственные подгруппы. Теорема Лагранжа. Циклические группы. Порядок элемента группы. Произведения подмножеств. Смежные классы. Сопряженные элементы и подгруппы. Нормальные делители. Фактор-группы. Центр. Нормализаторы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп Аддитивные группы.

4.4. Содержание занятий семинарского типа

Содержание практических занятий для очной формы обучения

№ темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов	В том числе часов практической подготовки
1	Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.	10	
2	Скалярное и векторное поле.	10	
3	Основные свойства группы.	8	

5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://window.edu.ru/>
2. MOODLE.

5.1. Текущий контроль

Письменный контроль.

а). Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

Задание:

Дана функция $u(M) = u(x; y; z)$ и точки M_1, M_2 . Вычислить:

- 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2 ;
- 2) $\text{grad}u(M_1)$.

Вариант 1.

$$x^2y + y^2z + z^2x, \quad (1; -1; 2), \quad (3; 4; -1)$$

Вариант 2.

$$5x^3z^2, \quad (2; 1; -1), \quad (4; -3; 0)$$

Вариант 3.

$$\ln(x^2 + y^2 + z^2), \quad (-1; 2; 1) \quad (3; 1; -1)$$

5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы

Решить следующие задания.

Вычислить криволинейный интеграл.

Вариант 1.

$\int_L (x^2 - y)dx - (x - y^2)dy$, где L – дуга окружности $x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$ между точками $A(5; 0)$ и $B(0; 5)$ при положительном направлении обхода (против часовой стрелки).

Вариант 2.

$\int_L (x + y)dx - (x - y)dy$, где L контур треугольника с вершинами $O(0; 0), A(1, 1), B(0, 1)$.

Вариант 3.

$\int_L (x + 2y)dx + 3x dy$, где L контур треугольника с вершинами $O(0; 0), A(2, 1), B(0, 1)$.

5.3 Промежуточный контроль

Решение задач

Образцы тестов, заданий

Задание:

Задания для контроля

Вычислить решение системы уравнений методом Крамера

$$\begin{array}{l}
 1. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 = -1. \end{cases} \\
 \left. \begin{array}{cc} 1 & 2 \end{array} \right\}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 2. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -6. \end{cases} \\
 \left. \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \right\}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 3. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7. \end{cases} \\
 \left. \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля - 60;

- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий - 10;

максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации - 30;

- максимальное количество дополнительных баллов - 5

6.1. Текущий контроль

Типовые задания, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **зачет**.

Форма проведения зачета: устный опрос по теоретическим вопросам.

Перечень вопросов для подготовки к зачету

УК-1

ОПК-1

1. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.
2. Символы Кронекера, Леви-Чивита.
3. Скалярное и векторное поле.
4. Векторный элемент линии и длина дуги.
5. Криволинейные интегралы. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности. Поверхностные интегралы.
6. Градиент, дивергенция и ротор.
7. Полный дифференциал, полная производная и производная по направлению.
8. Производные высших порядков по направлению.
9. Ряд Тейлора. Оператор Лапласа.
10. Операции второго порядка. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса.
11. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.

Перечень практических заданий к зачету:

Образцы тестов, заданий

Задание:

1) найти поток векторного поля \mathbf{a} через замкнутую поверхность $S = S_1 + S_2$ (выбирается внешняя нормаль к S);

2) вычислить циркуляцию векторного поля \mathbf{a} по контуру Γ , образованному пересечением поверхностей S_1 и S_2 (направление обхода должно быть выбрано так, чтобы область, ограниченная контуром Γ , находилась слева);

Вариант 1.

$$\mathbf{a} = (3y - 5x)\mathbf{i} + (6x + 5y)\mathbf{j} + (4z - xy + 4)\mathbf{k}, S_1: x^2 + y^2 = (z+1)^2, S_2: z = 1.$$

Вариант 2.

$$\mathbf{a} = (x - y)\mathbf{i} + (2x + y)\mathbf{j} + (x^2 + 2z + 4)\mathbf{k}, \quad S_1 : x^2 + y^2 = (z + 2)^2, S_2 : z = -4.$$

6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 14.

Распределение баллов по видам учебной работы

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение лекционных занятий	10
Письменный опрос	30
Зачет	30
...	
Промежуточная аттестация	30
ИТОГО	100

Таблица 15.

Распределение дополнительных баллов

Дополнительные баллы (баллы, которые могут быть добавлены до 100)	Баллы
Участие в НИРС*	2
Участие в Олимпиаде*	2
Активность на учебных занятиях*	1
ИТОГО	5

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 16.

Балльная шкала итоговой оценки на зачете

Оценка	Баллы
Зачтено	40-100
Незачтено	0-39

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Векторный и тензорный анализ».

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Петрушко И.М., Гуличев Н.В., Попов Л.Г., Янченко А.Я. Курс высшей математики. Кратные интегралы. Векторный анализ – СПб, Изд. «Лань», 2008. 320 с.
2. Каргаполов М.И. Основы теории групп – СПб, Изд. «Лань», 2009. 288 с.

Дополнительная литература

1. . . *Ляпин Е.С., Айзенштат А.Я., Лесохин М.М.* Упражнения по теории групп – СПб, Изд. «Лань», 2010. 277 с.
2. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. СПб, Изд. «Лань», 2009, 2080 с.

1 8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234983>

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222878>>.

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=264983>

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=272878>>.

8.3. Перечень программного обеспечения

Windows, MatLab

8.4. Перечень информационных справочных систем

не используется

8.5. Перечень профессиональных баз данных

Moodle

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Аудитория для проведения лекционных и практических занятий.
2. Компьютерный класс.
3. Мультимедийный проектор.

10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на 2022/2023
учебный год без изменений.

Протокол заседания кафедры высшей математики и теоретической механики
от 15.06.2022 №11