

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования по направлению подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль):

Физические исследования природных процессов

Уровень:

Бакалавриат

Форма обучения

Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП



Бобровский А.П.

Председатель УМС



И.И. Палкин

Рекомендована решением
Учебно-методического совета

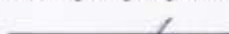
19 мая 2021 г., протокол № 08

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

05 мая 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Зайцева И.В.

Авторы-разработчики:



Герасименко Н.И.



Петрова В.В.

Санкт-Петербург 2021

1. Цель и задачи освоения дисциплины Цель дисциплины – ознакомление обучающихся с основами математического аппарата теории вероятностей и математической статистики, необходимого для решения теоретических и практических задач, которые связаны с вероятностными (стохастическими) и статистическими моделями.

Основные задачи дисциплины:

- получить знания основ теории вероятностей и математической статистики;
- получить навыки вычисления вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, использования методов математической статистики.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» для направления подготовки 03.03.02–физика относится к дисциплинам основной части блока 1 дисциплины (модуля).

Дисциплина изучается студентами в 4 семестре, трудоемкость 72 акад.часов, 2 з.е.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить дисциплины модулей: «Линейная алгебра», «Математический анализ».

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является базовой для освоения дисциплин «Численные методы и математическое моделирование», «Линейные и нелинейные уравнения физики».

3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций:

УК-1, ОПК-1

Универсальные компетенции.

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	УК-1.1. Знать: _Основы анализа задачи_____ Уметь: _Ранжировать информацию_____ Владеть: _способом поиска информации_____ УК-1.2. <u>Знать:</u> – основные понятия дисциплины ТВ и МС; <u>Уметь:</u> – решать практические задачи математическими методами дисциплины ТВиМС; Владеть: – навыками решения

		уравнений, моделирующих различные прикладные стохастические задачи, _
--	--	---

Общепрофессиональные компетенции.

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции	Результаты обучения
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет основные законы математических и естественных наук для решения задач профессиональной деятельности. ОПК-1.2 Выявляет взаимосвязь основных законов естественных наук, общие подходы и концепции.	Знать: _Законы распределения стандартного типа. Основные понятия теории меры. Распределение Дирака Р-адические меры. Уметь: _строить вероятностные пространства. Владеть: _Неколмогоровскими вероятностными моделями.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет _2_ зачетные единицы, _72_ академических часа.

Таблица 4.

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

Объем дисциплины 2016, 2017, 2018,2019,2020,2021	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем дисциплины	72		
Контактная работа с обучающимися преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	28		
в том числе:	-	-	-
лекции	14		
занятия семинарского типа:			
практические занятия	14		
лабораторные занятия			
Самостоятельная работа (далее – СРС) – всего:	44		
в том числе:	-	-	-
курсовая работа			
контрольная работа			
Вид промежуточной аттестации	зачет		

4.2. Структура дисциплины

Таблица 5.

Структура дисциплины для очной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
1	Основные определения.	4	7	7	22	Письменный опрос	УК-1, ОПК-1	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1-2
2	Статистические оценки.	4	7	7	22	Письменный опрос	УК-1, ОПК-1	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, ОПК-1.1, ОПК-1-2
	ИТОГО	72	14	14	44	зачет	-	-

4.3. Содержание разделов/тем дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание
Основные определения.	Основные определения. Аксиоматика теории вероятностей. Использование простейших комбинаторных методов. Виды случайных величин. Вероятностные характеристики случайных величин. Числовые характеристики распределений случайных величин. Виды случайных векторов. Вероятностные характеристики случайных векторов. Распределения случайных векторов. Числовые характеристики случайных векторов. Многомерное нормальное распределение и его свойства. Типы и модели случайных процессов. Вероятностные характеристики случайных процессов и их свойства. Спектральное разложение. Системы случайных процессов и их характеристики. Динамические системы. Матрица вероятностей перехода. Матрица многошаговых вероятностей перехода. Предельные вероятности. Стационарное распределение. Состояния цепи Маркова.
Статистические оценки	Статистические оценки вероятностных характеристик. Погрешности статистических оценок. Смещение. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Критерии согласия. Оценки математического ожидания, дисперсии. Задачи оценивания параметров функциональной зависимости. Регрессия. Оценки параметров регрессии. Принцип максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Основные принципы статистической обработки экспериментальных данных. Основные определения. Типы входящих потоков. Стационарное решение. Среднее время ожидания. Заданная вероятность отказа. Формулы Эрланга. Показатели эффективности. Оптимальное число линий. Виды систем массового обслуживания. Простейшая игра. Стратегические игры. Понятие стратегии. Целевая функция. Функция потерь. Оптимальные стратегии. Критерии оптимальности.

4.4. Содержание занятий семинарского типа

Содержание практических занятий для очной формы обучения

№ темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов	В том числе часов практической подготовки
1	Основные определения.	7	
2	Статистические оценки	7	

5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://window.edu.ru/>
2. MOODLE.
3. Cloud.rshu.ru

5.1. Текущий контроль

Письменный контроль.

а). Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

Задание:

Вариант 1.

Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 4 + 3x - x^2, & -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{7e^{x-4} + 3e^{x+1}}{7e^{x-4} + 3e^{x+1}}, & -1 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

1. Найти интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте совместно графики $f(x)$ и $F(x)$.
2. Найти математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX , моду MoX , медиану MeX .
3. Вычислить вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $1 < X < 3$.

Вариант 2.

Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \frac{e^4 + 1 - e^{x+3} - e^{1-x}}{2e^4 + 6}, & -3 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

1. Найти интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте совместно графики $f(x)$ и $F(x)$.
2. Найти математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX , моду MoX , медиану MeX .
3. Вычислить вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $-2 < X < 0$.

5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы

Решить следующие задания.

Вариант 1.

Три стрелка стреляют по цели. Вероятности попадания равны для 1-го стрелка 0.231, для 2-го 0.421, для 3-го 0.312. Первый стрелок сделал 2 выстрела, второй и третий по одному. Найти вероятность, что

- 1) нет ни одного попадания
- 2) имеется 4 попадания
- 3) имеется 1 попадание

- 4) имеется 2 попадания
- 5) имеется 3 попадания
- 6) хотя бы 1 попадание
- 7) первый стрелок попал хотя бы 1 раз
- 8) первый не попал ни разу, но имеется 1 попадание
- 9) третий попал и имеется 2 попадания
- 10) все стрелки хотя бы 1 раз промахнулись

Вариант 2.

Для освещения коридора установили 4 лампы: две на 60 вт, одну на 40 вт и одну на 25 вт. Вероятность, что в течение месяца сгорит лампа на 60 вт равна 0.431, на 40 вт равна 0.354, на 25 вт равна 0.226. Найти вероятность, что за месяц

1. ни одна лампа не сгорит
2. сгорят все лампы
3. сгорит 1 лампа
4. сгорят 2 лампы
5. сгорят 3 лампы
6. сгорит хотя бы одна лампа
7. сгорит хотя бы одна лампа на 60 вт
8. все лампы на 60 вт уцелеют, но одна из ламп сгорит
9. сгорит лампа на 25 вт и ещё одна
10. сгорят более половины ламп

5.3 Промежуточный контроль

Тестирование, решение задач

Образцы тестов

1	Из каждой из двух колод вынимают по одной карте. События А – «карта из первой колоды - туз» и В – «карта из второй колоды - дама» являются	несовместными независимыми совместными зависимыми
---	---	---

2	Страхуется 1000 автомобилей, считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0.07. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 80, следует использовать...	формулу Пуассона интегральную формулу Муавра-Лапласа формулу Байеса формулу полной вероятности
13	Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,8 и 0,9 соответственно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена, равна ...	0,72 0,998 0,28 0,98

Задание:

Вариант 1.

Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	0.111	1.221	2.333	3.721	4.558	5.146	-2.351	-1.441	-0.677	-0.023
p	0.123	0.087	0.103	0.111	0.067	0.103	0.088	0.043	0.112	0.163

Найти математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX .

Вычислить вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $-1 < X < 1$.

Вариант 2.

Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	0.234	2.344	-0.656	0.031	-1.451	2.483	1.243	3.122	-2.123	4.556
p	0.093	0.117	0.103	0.111	0.067	0.083	0.088	0.043	0.112	0.183

Найти математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX .

Вычислить вероятности событий а) $X < 1$ б) $X > 0$ в) $-1 < X < 2$.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля - 60;

- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий - 10;
максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации - 30;

- максимальное количество дополнительных баллов - 5

6.1. Текущий контроль

Типовые задания, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **зачет**.

Форма проведения **зачета** устный опрос по теоретическим вопросам.

Перечень вопросов для подготовки к зачету

УК-1

ОПК-1

1. Основные определения.
2. Статистические оценки вероятностных характеристик.
3. Погрешности статистических оценок. Смещение.
4. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
5. Критерии согласия. Оценки математического ожидания, дисперсии.
6. Задачи оценивания параметров функциональной зависимости.
7. Регрессия. Оценки параметров регрессии.
8. Принцип максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов.
9. Основные принципы статистической обработки экспериментальных данных.
10. Типы входящих потоков. Стационарное решение.
11. Среднее время ожидания. Заданная вероятность отказа.
12. Формулы Эрланга. Показатели эффективности.
13. Оптимальное число линий. Виды систем массового обслуживания.
14. Простейшая игра. Стратегические игры.
15. Понятие стратегии. Целевая функция.
16. Функция потерь. Оптимальные стратегии. Критерии оптимальности.

Перечень практических заданий к зачету:

УК-1

ОПК-1

Вариант 1.

Задание 1. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	0.111	1.221	2.333	3.721	4.558	5.146	-2.351	-1.441	-0.677	-0.023
p	0.123	0.087	0.103	0.111	0.067	0.103	0.088	0.043	0.112	0.163

Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднеквадратическое отклонение SX .

Вычислите вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $-1 < X < 1$.

Задание 2. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 4 + 3x - x^2 \\ 7e^{x-4} + 3e^{x+1}, & -1 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

4. Найдите интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте совместно графики $f(x)$ и $F(x)$.
5. Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX , моду MoX , медиану MeX .
6. Вычислите вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $1 < X < 3$.

Вариант 2.

Задание 1. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	0.234	2.344	-0.656	0.031	-1.451	2.483	1.243	3.122	-2.123	4.556
p	0.093	0.117	0.103	0.111	0.067	0.083	0.088	0.043	0.112	0.183

Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX .

Вычислите вероятности событий а) $X < 1$ б) $X > 0$ в) $-1 < X < 2$.

Задание 2. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \frac{e^4 + 1 - e^{x+3} - e^{1-x}}{2e^4 + 6}, & -3 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

4. Найдите интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте совместно графики $f(x)$ и $F(x)$.
5. Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX , моду MoX , медиану MeX .
6. Вычислите вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $-2 < X < 0$.

Вариант 3.

Задание 1. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	2.121	3.453	-2.566	0.009	1.322	-3.453	-1.321	3.544	4.642	-1.457
p	0.083	0.213	0.103	0.011	0.067	0.083	0.088	0.043	0.212	0.097

Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX .

Вычислите вероятности событий а) $X < 1$ б) $X > 0$ в) $-2 < X < 2$.

Задание 2. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \frac{e^4 + 1 - e^{x+1} - e^{3-x}}{2e^4 + 6}, & -1 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

1. Найдите интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте совместно графики $f(x)$ и $F(x)$.
2. Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX , моду MoX , медиану MeX .
3. Вычислите вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $0 < X < 1$.

Вариант 4.

Задание 1. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	2.543	1.456	-3.567	-1.292	0.391	0.986	1.432	3.451	4.009	-0.392
p	0.111	0.093	0.103	0.111	0.037	0.083	0.188	0.043	0.112	0.119

Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX .

Вычислите вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 0$ в) $-1 < X < 3$.

Задание 2. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{5x}{36} \cdot 3 \sqrt{\frac{(x-4)^2}{2}}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

1. Найдите интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте совместно графики $f(x)$ и $F(x)$.
2. Найдите математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SX , моду MoX , медиану MeX .
3. Вычислите вероятности событий а) $X < 2$ б) $X > 1$ в) $1 < X < 3$.

6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 14.

Распределение баллов по видам учебной работы

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение лекционных занятий	10
Письменный опрос	30

Зачет	30
...	
Промежуточная аттестация	30
ИТОГО	100

Таблица 15.

Распределение дополнительных баллов

Дополнительные баллы (баллы, которые могут быть добавлены до 100)	Баллы
Участие в НИРС*	2
Участие в Олимпиаде*	2
Активность на учебных занятиях*	1
ИТОГО	5

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 16.

Балльная шкала итоговой оценки на зачете

Оценка	Баллы
Зачтено	40-100
Незачтено	0-39

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 2006.
2. *Королев В.Ю.* Теория вероятностей и математическая статистика -М.: ТК Велби, 2006.
3. *Боровков А.А.* Математическая статистика - СПб, Изд. «Лань», 2009, 704 с.
4. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математической статистики: учебное пособие – М: ИД Юрайт, 2011 – 479 с.

Дополнительная литература

1. *Палий И.А.* Задачник по теории вероятностей. Учебное пособие - М., Наука, 2005.
2. Курс высшей математики, Теория вероятностей. Под ред. *И.М.Петрушко* - СПб, Изд. «Лань», 2008, 352 с.
3. *Туганбаев А.А, Крупинин В.Г.* Теория вероятностей и математическая статистика - СПб, Изд. «Лань», 2009, 704 с.
4. *Гмурман В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие – М: ИД Юрайт, 2010 – 404 с.

- 1 8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234983>

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222878>>.

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=264983>

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=272878>>.

8.3. Перечень программного обеспечения

Windows, MatLab

8.4. Перечень информационных справочных систем

не используется

8.5. Перечень профессиональных баз данных

Moodle

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Аудитория для проведения лекционных и практических занятий.
2. Компьютерный класс.
3. Мультимедийный проектор.

10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на 2022/2023
учебный год без изменений.

Протокол заседания кафедры высшей математики и теоретической механики
от 15.06.2022 №11