

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра метеорологических прогнозов

Рабочая программа дисциплины  
**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования по направлению подготовки / специальности

**03.03.02 «Физика»**

Направленность (профиль) / Специализация:

**Физика**

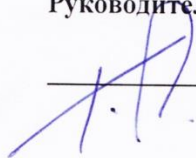
Уровень:

**Бакалавриат**

Форма обучения

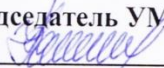
**Очная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП



Бобровский А.П.

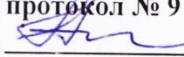
Председатель УМС РГГМУ



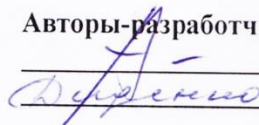
Палкин И.И.

Рекомендовано решением  
Учено методического совета РГГМУ  
19 мая 2021 г., протокол № 8

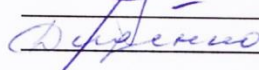
Рассмотрено и утверждено на заседании кафедры  
04 мая 2021 г., протокол № 9

Зав. кафедрой  Анискина О.Г.

Авторы-разработчики:



Погорельцев А.И.

 Диденко К.А.

Санкт-Петербург 2021

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год без изменений\*

**Протокол заседания кафедры** \_\_\_\_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_ №\_\_

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год с изменениями (см. лист изменений)\*\*

**Протокол заседания кафедры** \_\_\_\_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_ №\_\_

\*Заполняется при ежегодном пересмотре программы, если в неё не внесены изменения

\*\* Заполняется при ежегодном пересмотре программы, если в неё внесены изменения

### 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Цель** освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» – формирование у студентов комплекса знаний в области современного использования численных методов, вычислительной техники и программных средств как применительно к решению прикладных и теоретических задач физики атмосферы и мониторинга окружающей среды, так и для рассмотрения физических задач более широкого профиля.

#### Задачи:

- изучение формирования у студентов комплекса знаний в области современного использования численных методов, вычислительной техники и программных средств как применительно к решению прикладных и теоретических задач физики атмосферы и мониторинга окружающей среды, так и для рассмотрения физических задач более широкого профиля;
- получение практических навыков работы с важнейшими пакетами прикладных программ, реализующих эти методы и алгоритмы.

### 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование» для направления 03.03.02 – Физика относится к базовой части блока дисциплин. Читается в 5 и 6 семестрах для очной формы обучения.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить разделы дисциплин: «Общая физика», «Геофизика», «Теория колебаний и волн».

Параллельно с дисциплиной «Численные методы и математическое моделирование» изучаются такие дисциплины, как: «Линейные и нелинейные уравнения физики», «Электродинамика».

Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование» является базовой для освоения дисциплин: «Вычислительная физика (практикум на ЭВМ)», «Математическое моделирование переноса загрязнений в атмосфере», «Математическое моделирование антропогенных воздействий на водные экосистемы» «Геофизическая гидродинамика».

### 3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций:

ОПК-1.2; ОПК-2.1; ПК-1.1; ПК-1.2

Таблица 1.

#### Общепрофессиональные компетенции

| Код и наименование общепрофессиональной компетенции                                                                                    | Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции                 | Результаты обучения                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен применять базовые знания в области математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности | ОПК-1.2. Видит взаимосвязь основных законов естественных наук, общие подходы и концепции. | Знать:<br>– особенности машинной арифметики и проблемы, возникающие при численной реализации методов решения прикладных задач на компьютерах; |

|                                                                                                                                             |                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                             |                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы программирования и основные элементы языка Фортран.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять математический аппарат линейной алгебры и математической физики, используемый при разработке методов и построении численных алгоритмов решения прикладных и теоретических задач физики атмосферы.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методами построения алгоритмов, применяемыми для решения задач математической физики.</li> </ul>                                                                                                                     |
| ОПК-2 Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные | ОПК-2.1. Применяет разработанные методики для проведения физических исследований. | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– численные методы, используемые для решения нестационарных уравнений гидродинамики атмосферы.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать стандартные пакеты прикладных программ, разработанные для решения задач линейной алгебры, математической физики и статистической обработки данных наблюдений.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками составления драйверов для обращения к стандартным пакетам прикладных программ (SLATEC, IMSL и др.) для решения задач моделирования, аппроксимации и интерполяции, анализа данных.</li> </ul> |

Таблица 2.

## Профессиональные компетенции

| Код и наименование профессиональной компетенции                                                    | Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции                                                                                                                                                | Результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1 Способен использовать специализированные знания в области физики для решения профессиональных | ПК-1.1. Анализирует физическую сущность процессов, происходящих в экосфере Земли, и применяет физические законы к решению задач в области гидрометеорологии, экологии.                                               | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы теории возмущений и ее применение для решения задачи о вертикальной структуре ВГВ при наличии фонового потока и диссипации.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать методы теории возмущений, и функции Грина для решения уравнений, описывающих распространение ВГВ.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методами комплексных амплитуд при решении задачи о вертикальной структуре ВГВ в коротковолновом (WKBJ) приближении.</li> </ul> |
|                                                                                                    | ПК-1.2. Использует специальные знания математики при решении физических задач гидрометеорологии и экологии, производит оценочные расчеты, строит математические модели процессов и понимает границы их применимости. | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– физическую и математическую постановки задачи о распространении в атмосфере внутренних гравитационных волн (ВГВ);</li> <li>– методы и принципы построения алгоритмов, применяемые для решения задач линейной алгебры и математической физики.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– реализовывать на Фортране методы решения</li> </ul>                                                                                                                                                    |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>нестационарных задач гидродинамики, исследовать их на устойчивость и использовать простейшие методы компьютерной графики для представления результатов расчетов.</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– представлением о важнейших проблемах физики атмосферы, решение которых возможно только методом математического моделирования и вычислительного эксперимента.</li> </ul> |
|--|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часа.

Таблица 3.

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах 2021 года набора

| Объём дисциплины                                                                                     | Всего часов                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
|                                                                                                      | Очная форма обучения                          |
| <b>Объем дисциплины</b>                                                                              | <b>252</b>                                    |
| <b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b> | <b>98</b>                                     |
| в том числе:                                                                                         | -                                             |
| лекции                                                                                               | <b>42</b>                                     |
| Занятия семинарского типа:                                                                           |                                               |
| Практические занятия                                                                                 | <b>56</b>                                     |
| Лабораторные занятия                                                                                 |                                               |
| <b>Самостоятельная работа</b><br>(далее – СРС) – <b>всего:</b>                                       | <b>154</b>                                    |
| в том числе:                                                                                         | -                                             |
| Курсовая работа                                                                                      |                                               |
| Контрольная работа                                                                                   |                                               |
| <b>Вид промежуточной аттестации</b>                                                                  | <b>5 сем – Зачет</b><br><b>6 сем -экзамен</b> |

## 4.2. Структура дисциплины

Таблица 4.

Структура дисциплины для очной формы обучения 2021 года набора

| № | Раздел / тема дисциплины                                                                                                                       | Семестр | Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час. |                      |     | Формы текущего контроля успеваемости     | Формируемые компетенции  | Индикаторы достижения компетенций         |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------|----------------------|-----|------------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------|
|   |                                                                                                                                                |         | Лекции                                                             | Практические занятия | СРС |                                          |                          |                                           |
| 1 | <u>Математическое моделирование, численный эксперимент. Требования, предъявляемые к численным алгоритмам. Особенности машинной арифметики.</u> | 5       | 2                                                                  | 2                    | 10  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 2 | <u>Основы программирования на Фортране, элементы языка.</u>                                                                                    | 5       | 2                                                                  | 2                    | 10  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 3 | <u>Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.</u>                                                                             | 5       | 2                                                                  | 4                    | 10  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 4 | <u>Обусловленность вычислительной задачи, матричная норма и анализ ошибок.</u>                                                                 | 5       | 2                                                                  | 4                    | 10  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 5 | <u>Интерполяция</u>                                                                                                                            | 5       | 2                                                                  | 4                    | 10  | Вопросы на                               | ОПК-1;                   | ОПК-1.2;                                  |

|    |                                                                                                   |   |   |   |    |                                          |                          |                                           |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|----|------------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------|
|    | <u>и численное интегрирование.</u>                                                                |   |   |   |    | лекции, практическое занятие.            | ОПК-2;<br>ПК-1           | ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2             |
| 6  | <u>Аппроксимация данных наблюдений.</u>                                                           | 5 | 2 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 7  | <u>Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.</u>          | 5 | 2 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 8  | <u>Численные методы решения граничных задач.</u>                                                  | 5 | 2 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 9  | <u>Численные методы решения нестационарных задач гидродинамики</u>                                | 6 | 2 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 10 | <u>Гармонические колебания и плоские волны, метод комплексных амплитуд.</u>                       | 6 | 4 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 11 | <u>Уравнение вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн (ВГВ).</u>                 | 6 | 4 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |
| 12 | <u>Теория возмущений, WKBJ решение задачи о вертикальной структуре ВГВ, поправки к решению за</u> | 6 | 4 | 4 | 10 | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1;<br>ОПК-2;<br>ПК-1 | ОПК-1.2;<br>ОПК-2.1;<br>ПК-1.1;<br>ПК-1.2 |

|    |                                                                                                                              |   |    |    |     |                                          |                    |                                  |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----|----|-----|------------------------------------------|--------------------|----------------------------------|
|    | <u>счет диссипации.</u>                                                                                                      |   |    |    |     |                                          |                    |                                  |
| 13 | <u>Дисперсионное и поляризационные соотношения для ВГВ, закон сохранения волнового действия, понятие групповой скорости.</u> | 6 | 4  | 4  | 10  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1; ОПК-2; ПК-1 | ОПК-1.2; ОПК-2.1; ПК-1.1; ПК-1.2 |
| 14 | <u>Моделирование общей циркуляции атмосферы, взаимодействие волн со средним потоком.</u>                                     | 6 | 4  | 4  | 12  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1; ОПК-2; ПК-1 | ОПК-1.2; ОПК-2.1; ПК-1.1; ПК-1.2 |
| 15 | <u>Анализ экспериментальных данных с целью выявления скрытых периодичностей.</u>                                             | 6 | 4  | 4  | 12  | Вопросы на лекции, практическое занятие. | ОПК-1; ОПК-2; ПК-1 | ОПК-1.2; ОПК-2.1; ПК-1.1; ПК-1.2 |
|    | <b>ИТОГО</b>                                                                                                                 | - | 42 | 56 | 154 | -                                        | -                  | -                                |

### 4.3. Содержание разделов/тем дисциплины

#### **4.3.1 Математическое моделирование, численный эксперимент. Требования, предъявляемые к численным алгоритмам. Особенности машинной арифметики.**

Основные области применения вычислительной техники, математическое моделирование и вычислительный эксперимент, инженерные, научные и экономические задачи, понятие математической модели, статические и динамические модели. Важнейшие современные проблемы, решение которых возможно только методом математического моделирования и/или вычислительного эксперимента. Различные виды погрешности (неустраняемая, дискретизации и округления). Устойчивый и неустойчивый алгоритм, понятие условной устойчивости, экономичные алгоритмы.

Машинная арифметика и ошибки вычислений, машинное представление вещественных и целых чисел, арифметика с плавающей точкой, мантисса и показатель, машинный эпсилон, свойства вычислений с плавающей точкой.

#### ***4.3.2 Основы программирования на Фортране, элементы языка***

Операторы, объекты данных, имена, выражения и операции, ввод-вывод данных, обработка программ, элементы программирования, алгоритм и программа, базовые структуры алгоритмов (блок операторов и конструкций, ветвление, цикл, условный и безусловный переходы), использование функций и подпрограмм, передача параметров, работа с файлами.

#### ***4.3.3 Численное решение систем линейных алгебраических уравнений***

Различные способы решения систем линейных алгебраических уравнений, преимущества прямых методов, хранимая, разреженная и ленточная матрицы, вектор ошибки и невязка, понятие вырожденности матрицы, векторные нормы, метод последовательного исключения Гаусса, треугольное (LU) разложение матрицы, главные элементы.

#### ***4.3.4 Обусловленность вычислительной задачи, матричная норма и анализ ошибок***

Плохо обусловленные или некорректно поставленные задачи, понятие близости матрицы к вырожденной, число обусловленности, матричная норма, методы оценки числа обусловленности.

#### ***4.3.5 Интерполяция и численное интегрирование***

Интерполирующая функция, эрмитов интерполянт, полиномиальная интерполяция, кусочно-полиномиальная интерполяция, формула Ньютона-Лейбница, методы построения квадратур, простейшие одномерные квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона), базис Лагранжа, правила Гаусса, понятие правил открытого типа, основные свойства правил Гаусса, правила Гаусса-Кронрода, оценка погрешности, вычисление интегралов в нерегулярных случаях.

#### ***4.3.6 Аппроксимация данных наблюдений***

Метод наименьших квадратов, метод ортогональных проекций, метод наименьших квадратов с весами, аппроксимация данных с использованием других норм, статистические критерии при исследовании данных наблюдений, стандартное отклонение, доверительные интервалы, график невязок, ковариационная матрица. Нормальные уравнения, ортогональные факторизации, QR-факторизация, преобразование Хаусхолдера, понятие почти вырожденной матрицы, вычисление собственных значений, сингулярное (SVD) разложение, псевдо-обратная матрица, аппроксимация по методу наименьших квадратов с использованием SVD разложения.

#### ***4.3.7 Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений***

Решение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ), интегральные кривые, семейство решений ОДУ, начальная точка, дискретизация задачи, уравнения высокого порядка и системы уравнений, устойчивые и неустойчивые уравнения и численные методы, жесткие дифференциальные уравнения, метод Эйлера, точность и устойчивость численных методов, глобальная ошибка, локальная и распространяемая

ошибки, множитель перехода, стратегия выбора шага интегрирования, анализ устойчивости для систем ОДУ, порядок метода численного интегрирования, неявные методы и их устойчивость, многошаговые и многозначные методы.

#### ***4.3.8 Численные методы решения граничных задач***

Формулировка граничной (краевой) задачи, метод суперпозиции, метод прогонки (аналитической факторизации), метод построения функции Грина, определитель Вронского, достоинства и недостатки различных методов решения граничных задач.

#### ***4.3.9 Численные методы решения нестационарных задач гидродинамики***

Нестационарная (смешанная) граничная задача, уравнения мелкой воды, адвекция, адаптация (взаимное приспособление полей ветра и массы или давления) и диффузия, проблема дискретизации (метод сеток), конечно-разностная аппроксимация, аналитическое решение линейного уравнения адвекции, пространственная дискретизация, вычислительная дисперсия и ошибки аппроксимации, согласованность, сходимость и устойчивость численных схем, схемы интегрирования по времени, критерий устойчивости Куранта-Фридриха-Леви, свойства схем на примере уравнения колебаний, свойства схем интегрирования эволюционных уравнений на примере линейного уравнения адвекции.

#### ***4.3.10 Гармонические колебания и плоские волны, метод комплексных амплитуд***

Гармонические (монохроматические) колебания и плоские волны, временной и пространственный профиль волны, волновое число, круговая частота и фазовая скорость, длина волны и период, амплитуда, полная и начальная фазы волны, волновое уравнение.

Комплексная амплитуда гармонической волны, формула Эйлера, волновое уравнение Гельмгольца, правила осреднения нелинейных по амплитуде волны выражений, использование метода комплексных амплитуд при рассмотрении нелинейных функций.

#### ***4.3.11 Уравнение вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн (ВГВ)***

Линеаризованная система уравнений, описывающая ВГВ, переход к комплексным амплитудам и сведение системы уравнений к одному ОДУ второго порядка для возмущения вертикальной скорости, исключение первой производной по высоте с помощью замены зависимой переменной.

#### ***4.3.12 Теория возмущений, WKBJ решение задачи о вертикальной структуре ВГВ, поправки к решению за счет диссипации***

Коротковолновое приближение, введение малого параметра, решение нулевого порядка, учитывающее переменный по высоте фоновый поток, поправки первого порядка, обусловленные диссипацией.

#### ***4.3.13 Дисперсионные и поляризационные соотношения для ВГВ, закон сохранения волнового действия, понятие групповой скорости***

Дисперсионное соотношение для ВГВ, поляризационные соотношения, уравнение сохранения плотности волновой энергии, обмен энергией между волной и средним потоком, плотность волнового действия, закон сохранения волнового действия, групповая скорость.

#### **4.3.14 Моделирование общей циркуляции атмосферы, взаимодействие волн со средним потоком**

Атмосферные волны глобального масштаба, приближенные уравнения для описания крупномасштабных движений атмосферы, лог-изобарическая система координат, уравнение сохранения энергии в различных системах координат, понятие доступной потенциальной энергии. Прогностические и диагностические уравнения, используемые при моделировании общей циркуляции атмосферы. Метод расщепления Марчука-Странга. Разбиение движений на зональноосредненные (среднезональные) и отклонения от них, зональные гармоники, планетарные волны, уравнения для средних величин и возмущений, вихревые потоки и взаимодействия.

#### **4.3.15 Анализ экспериментальных данных с целью выявления скрытых периодичностей**

Преобразование Фурье. Граничная частота и частота Найквиста. Маскировка частот и влияние конечности длины выборки. Сглаживание и фильтрация. Анализ данных с пропусками, периодограммы Ломба-Скаргла. Вейвлет преобразование. Пространственно-временной спектральный анализ глобальных распределений метеорологических полей.

### **4.4. Содержание занятий семинарского типа**

Таблица 5.

Содержание практических занятий для очной формы обучения

| <b>№ темы дисциплины</b> | <b>Тематика практических занятий</b>                                                                                                                | <b>Всего часов</b> | <b>В том числе часов практической подготовки</b> |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|--------------------------------------------------|
| <b>1</b>                 | Вычисление машинного эпсилон.                                                                                                                       | 2                  | 4                                                |
| <b>2</b>                 | Настройка пакета прикладных программ SLATEC для работы на персональном компьютере. Организация ввода-вывода данных. Запись в файлы прямого доступа. | 2                  | 4                                                |
| <b>3</b>                 | Опыт работы с программой SGEFS из пакета SLATEC для решения системы линейных алгебраических уравнений.                                              | 4                  | 4                                                |
| <b>4</b>                 | Методы вычисления (оценки) числа обусловленности матрицы.                                                                                           | 4                  | 4                                                |
| <b>5</b>                 | Вычисление кубических интерполянтов Эрмита. Опыт работы с программами PCHEV, PCHEZ, Q1DA и QK15 из пакета SLATEC.                                   | 4                  | 4                                                |
| <b>6</b>                 | Решение нормальной системы уравнений задачи аппроксимации по методу наименьших квадратов с использованием сингулярного разложения матрицы.          | 4                  | 4                                                |

|    |                                                                                                                                                                                                                        |   |   |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|
| 7  | Опыт работы с программами RKFS45, DOPRI5 и DGEAR из пакета IMSL и SDRIV2 из пакета SLATEC.                                                                                                                             | 4 | 4 |
| 8  | Построение функции Грина для задачи о вертикальной структуре ВГВ в атмосфере.                                                                                                                                          | 4 | 4 |
| 9  | Опыт использования различных схем интегрирования по времени уравнения адвекции.                                                                                                                                        | 4 | 4 |
| 10 | Правила осреднения нелинейных слагаемых, возникающих в задачах о взаимодействии волн со средним потоком.                                                                                                               | 4 | 4 |
| 11 | Вывод уравнения вертикальной структуры ВГВ.                                                                                                                                                                            | 4 | 4 |
| 12 | Вывод поправок к ВКБ решению за счет диссипации. Опыт использования теории возмущений.                                                                                                                                 | 4 | 4 |
| 13 | Вывод уравнения сохранения волновой энергии в терминах возмущения геопотенциала с использованием поляризационных соотношений. Получение выражения для групповой скорости на основе дисперсионного соотношения для ВГВ. | 4 | 4 |
| 14 | Получение выражения для групповой скорости на основе дисперсионного соотношения для ВГВ.                                                                                                                               | 4 | 4 |
| 15 | Анализ скрытых периодичностей временных рядов с использованием метода Скаргла-Ломба и вейвлет преобразования Морле.                                                                                                    | 4 | 4 |

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

В течение семестра студент обязан самостоятельно прорабатывать материал, для чего рекомендуется изучить основную и дополнительную литературу, презентации практических работ. Освоение материалом и выполнение практических работ проходит при регулярных, по возможности, консультациях с преподавателем, для чего студенту предоставлена возможность использовать удаленный доступ (Интернет).

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля - 75;
- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий - 10;
- максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации – 15.

### 6.1. Текущий контроль

Типовые задания, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

## **6.2. Промежуточная аттестация**

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **зачет в 5-ом учебном семестре для очной формы обучения.**

Форма проведения зачета: устно по билетам.

**Перечень вопросов для подготовки к зачету:**

ОПК-1.2:

1. Понятие жестких дифференциальных уравнений. Методы их численного интегрирования.
2. Глобальная ошибка, локальная и распространяемая ошибки, множитель перехода, стратегия выбора шага интегрирования, анализ устойчивости для систем ОДУ.

ОПК-2.1:

3. В чем преимущество прямых методов решения задачи аппроксимации по методу наименьших квадратов?
4. В чем заключаются преимущества использования сингулярного разложения матриц?

ПК-1.1:

5. Формулировка (граничных) краевых задач. Метод суперпозиции.
6. Метод аналитической факторизации (прогонки).
7. Метод построения функции Грина для дифференциального оператора граничной задачи.
8. Построение функции Грина для уравнения вертикальной структуры внутренних гравитационных волн.

ПК-1.2:

9. В чем заключаются особенности машинной арифметики? Понятия машинного эпсилон.
10. Метод последовательного исключения Гаусса. LU разложение матриц.
11. Что характеризует число обусловленности? Понятие вырожденности матриц.
12. Полиномиальная интерполяция. Понятия Эрмитовых интерполянтов и кубических сплайнов.
13. Численные оценки определенных интегралов.
14. Взятие интегралов с особенностями, от быстро осциллирующих функций.
15. Метод наименьших квадратов, нормальная система уравнений.
16. Ортогональные преобразования. Как работает преобразование Хаусхолдера?
17. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Задача Коши.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **экзамен в 6 учебном семестре для очной формы обучения.**

Форма проведения экзамена: устно по билетам.

**Перечень вопросов для подготовки к экзамену:**

ОПК-1.2:

1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Основные понятия (погрешность, устойчивость). Важнейшие проблемы, решение которых возможно только с помощью численного моделирования.
2. Элементы языка Фортран (операторы, объекты данных, выражения и операции, ввод/вывод данных). Программирование на Фортране (алгоритм и программа, базовые структуры алгоритмов, использование функций и подпрограмм).

3. Статистические критерии при аппроксимации данных по методу наименьших квадратов.
4. Точность и устойчивость численных методов решения ОДУ. Порядок метода численного интегрирования.
5. Неявные и многошаговые методы интегрирования ОДУ, их устойчивость. Порядок и погрешность многошаговых методов.
6. Численные методы решения граничных задач (суперпозиции и прогонки).
7. Свойства разностных схем интегрирования по времени на примере уравнения колебаний (трехуровневые схемы). Вычислительные моды и способы их подавления.
8. Гармонические колебания и плоские волны. Волновое уравнение.
9. Свойства разностных схем интегрирования по времени на примере уравнения колебаний (двухуровневые схемы).
10. Метод комплексных амплитуд. Правила осреднения нелинейных членов.
11. Конечно-разностная аппроксимация дифференциальных уравнений. Вычислительная дисперсия и ошибки аппроксимации.
12. Распространение внутренних гравитационных волн в медленно меняющейся среде (ВКБ решение).

#### ОПК-2.1:

13. Интерполяция и аппроксимация. Основные понятия. Полиномиальная интерполяция.
14. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяционные полиномы Эрмита. Кубические сплайны.
15. Обусловленность вычислительной задачи. Некорректно поставленные задачи. Число обусловленности.
16. Конечно-разностные схемы интегрирования эволюционных уравнений гидротермодинамики на примере линейного одномерного уравнения адвекции (схема Мацуно).
17. Конечно-разностные схемы интегрирования эволюционных уравнений гидротермодинамики на примере линейного одномерного уравнения адвекции (схема Лакса-Вендрофа).
18. Функция Грина дифференциального оператора граничной задачи (на примере оператора вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн).
19. Поляризационные соотношения для внутренних гравитационных волн. Выражения для плотности волновой энергии и волнового потока энергии через возмущение геопотенциала.

#### ПК-1.1:

20. Уравнения гидротермодинамики атмосферы. Динамическая группа. Гидростатическое и геострофическое приближения: физический смысл и границы применимости.
21. Уравнения гидротермодинамики атмосферы. Термодинамическая группа. Понятие потенциальной температуры, связь с энтропией. Адиабатическое приближение. Адиабатические инварианты.
22. Уравнения мелкой воды. Основные процессы, существенные для корректного описания атмосферных движений.
23. Дисперсионное соотношение для внутренних гравитационных волн. Понятие групповой скорости.
24. Уравнения сохранения энергии для внутренних гравитационных волн при наличии диссипации (вязкость, теплопроводность) и фонового потока со сдвигом. Закон сохранения волнового действия.

#### ПК-1.2:

25. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях (подынтегральная функция с особенностью, быстро осциллирующие и экспоненциальные функции).
26. Особенности машинной арифметики. Представление чисел с плавающей точкой. Основные понятия (усечение, округление, машинный эпсилон).
27. Вычисление несобственных интегралов.
28. Аппроксимация данных по методу наименьших квадратов. Основные понятия (модельные функции, параметры модели, невязки). Использование других норм.
29. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Преимущества прямых методов решения. Векторные нормы.
30. Матричная норма и анализ ошибок. Оценка числа обусловленности.
31. Вычисление собственных значений матрицы. Сингулярное разложение.
32. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Уравнения высокого порядка и системы ОДУ.
33. Устойчивые и неустойчивые ОДУ. Жесткие уравнения. Разностная схема Эйлера.
34. Метод последовательного исключения Гаусса для решения линейных систем с хранимыми матрицами. LU-разложение матрицы.
35. Нормальные уравнения метода наименьших квадратов. Ортогональные факторизации.
36. Преобразование Хаусхолдера. QR-факторизация матрицы.
37. Численные оценки определенных интегралов. Простейшие одномерные квадратурные формулы.
38. Квадратурные правила Гаусса и Гаусса-Кронрода.
39. Уравнение вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн.
40. Корректность, устойчивость и сходимость схем интегрирования нестационарных краевых задач.

### 6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 6.

Распределение баллов по видам учебной работы в 5 семестре

| Вид учебной работы, за которую ставятся баллы | Баллы        |
|-----------------------------------------------|--------------|
| Посещение лекционных занятий                  | 0-10         |
| Контрольное расчётное задание №1              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №2              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №3              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №4              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №5              | 0-15         |
| Промежуточная аттестация                      | 0-15         |
| <b>ИТОГО</b>                                  | <b>0-100</b> |

Таблица 7.

Распределение баллов по видам учебной работы в 6 семестре

| Вид учебной работы, за которую ставятся баллы | Баллы        |
|-----------------------------------------------|--------------|
| Посещение лекционных занятий                  | 0-10         |
| Контрольное расчётное задание №1              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №2              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №3              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №4              | 0-15         |
| Контрольное расчётное задание №5              | 0-15         |
| Промежуточная аттестация                      | 0-15         |
| <b>ИТОГО</b>                                  | <b>0-100</b> |

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 8.

Балльная шкала итоговой оценки на зачете

| Оценка     | Баллы  |
|------------|--------|
| Зачтено    | 40-100 |
| Не зачтено | 0-39   |

Таблица 9.

Балльная шкала итоговой оценки на экзамене

| Оценка              | Баллы  |
|---------------------|--------|
| Отлично             | 85-100 |
| Хорошо              | 65-84  |
| Удовлетворительно   | 40-64  |
| Неудовлетворительно | 0-39   |

## 7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ».

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Основная литература

1. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений.- М.: Мир. 1980. 280 с.
2. *На Ц.* Вычислительные методы решения прикладных граничных задач.- М.: Мир. 1982. 296 с.
3. *Каханер Д., Моулер К., Нэш С.* Численные методы и программное обеспечение.- М.: Мир. 2001. 576 с.
4. *Репинская Р.П., Анискина О.Г.* Конечно-разностные методы в гидродинамическом моделировании атмосферных процессов.- Санкт-Петербург: РГГМУ, 2002, 174 с.
5. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование.- М.: Физматгиз. 2005. 320 с.

#### Дополнительная литература

1. *Курганский М.В.* Введение в крупномасштабную динамику атмосферы (адиабатические инварианты и их применение).- Санкт-Петербург: Гидрометеиздат. 1993. 168 с.
2. Модели общей циркуляции атмосферы.- под редакцией Ю. Чанга. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 352 с.
3. *Холтон Дж.Р.* Динамическая метеорология стратосферы и мезосферы.- Л.: Гидрометеиздат. 1979. 224 с.
4. *Durran D.R.* Numerical methods for wave equations in geophysical fluid dynamics. Texts in Applied mathematics vol. 32. Springer-Verlag, New York, USA, 1999, 465 p.
5. *Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченкова Н.В.* Вычислительные методы для инженеров.- М.: Высшая школа. 1994. 544 с.
6. *Бидлингмайер Е.Р., Погорельцев А.И.* Численное моделирование трансформации

акустико-гравитационных волн в температурные и вязкие волны в атмосфере//Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, 1992, Т. 28, № 1, С. 64-74.

7. Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д. Численные методы прогноза погоды.- Л.: Гидрометеиздат, 1989, 376 с.
8. Самарский А.А. Введение в численные методы.- М.: Наука. 1987. 288 с.

#### 8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

1. [http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f\\_src/slatec/slatec.html](http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f_src/slatec/slatec.html)
2. <http://apps.nrbook.com/fortran/index.html>
3. <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>

#### 8.3. Перечень программного обеспечения

1. windows 7 48818295 20.07.2011
2. office 2010 49671955 01.02.2012
3. windows 7 48130165 21.02.2011
4. office 2010 49671955 01.02.2012
5. windows 7 48130165 21.02.2011
6. office 2010 49671955 01.02.2012
7. Пакет программ SLATEC (в свободном доступе)
8. GNU Fortran - компилятор (свободно распространяемое программное обеспечение).
9. GRADS - система анализа и представления данных (свободно распространяемое программное обеспечение).

### 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лаборатория моделирования средней и верхней атмосферы, в которой используются персональные компьютеры и рабочие станции.

### 10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

### 11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.