

Закрытое акционерное общество  
«Институт телекоммуникаций»

*На правах рукописи*

Истомин Иннокентий Евгеньевич

ГЕОИНФОРМАЦИОННАЯ МЕТОДИКА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ОЦЕНКИ  
РИСКОВОЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ОБСТАНОВКИ В ЛОКАЛЬНЫХ  
АКВАТОРИЯХ АРКТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ДЛЯ  
ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ АРКТИЧЕСКОГО СУДОХОДСТВА

Специальность: 1.6.20 – Геоинформатика, картография

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Биденко Сергей Иванович

Санкт-Петербург, 2026

## Оглавление

<b>Оглавление .....</b>	<b>2</b>
<b>Условные обозначения.....</b>	<b>5</b>
<b>Введение .....</b>	<b>8</b>
<b>Глава 1. Анализ предметной области рискового арктического судоходства и постановка задач исследования .....</b>	<b>14</b>
1.1. Характеристика акватории АЗРФ как пространства морской деятельности... 14	14
1.2. Морское судоходство и другая хозяйственная активность в акватории АЗРФ .....	23
1.3. Основные характеристики Обской Губы.....	33
1.4. Проблемные вопросы контроля и регулирования РАС .....	38
1.5. Постановка задач исследования .....	46
Выводы по главе 1 .....	47
<b>Глава 2. Разработка геомодели системы рискового арктического судоходства в аспекте природных, хозяйственных и социальных дискурсов территориальной действительности .....</b>	<b>50</b>
2.1. Подходы к построению модели представления и функционирования системы рисковых морских арктических грузоперевозок .....	50
2.2. Геоинформационное представление системы РАС и транспортно-логистической обстановки в акватории Карского моря.....	53
2.2.1. Структура геомодели транспортно-логистической обстановки .....	53
2.2.2. Состав модели МСТS (обстановки) в территориальной системе воинских морских арктических грузоперевозок.....	59
2.2.3. Содержание модели территориальной транспортной обстановки в арктической зоне .....	68
2.3. Аналитические зависимости расчета параметров компонентов модели РАС. 73	73
2.3.1. Математическая модель оценки параметрических георисков .....	73
2.3.1.1. Определение верхней и нижней границы оценки георисков. ....	74
2.3.1.2. Верхняя и нижняя границы оценки для нормального процесса. ....	78

2.3.2. Основные математические закономерности в геосреде (рисковой арктической акватории).....	82
2.3.2.1. Уравнение Навье — Стокса для несжимаемой жидкости. ....	82
2.3.2.2. Уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана). ....	84
2.3.2.3. Граничные и начальные условия.....	87
2.3.2.4. Приближение Буссинеска. ....	87
2.3.2.5. Постановка численной задачи. ....	90
Выводы к главе 2.....	91
<b>Глава 3. Разработка геоинформационной методики территориального анализа, оценки и прогнозирования обстановки в системе РАС.....</b>	<b>93</b>
3.1. Методические основы геоконтроллинга территориальной активности.....	95
3.1.1. Геоинформационный метод создания (отображения) пространственной информации .....	97
3.1.2. Геоинформационный метод использования пространственной информации .....	98
3.2. Структура методики.....	106
3.2.1. Оценка краткосрочных георисков арктического судоходства.....	107
3.2.2. Оценка долгосрочных георисков арктического судоходства.....	118
3.2.3. Интегральная методика оценки георисков арктического судоходства... ..	124
3.3. Программная методика пространственного анализа рисков арктических акваторий и выработки пространственно-содержательных рекомендаций по безопасности арктической навигации.....	130
3.3.1. Модуль «Оценка ГеоРисков».....	132
3.3.2. Модуль интегральной оценки георисков.....	135
Выводы по главе 3.....	150
<b>Заключение.....</b>	<b>152</b>
<b>Список использованных источников.....</b>	<b>154</b>
<b>Приложение А Детализированный математический аппарат содержательного описания геомодели системы РАС .....</b>	<b>169</b>
А.1. Вывод аналитических оценок георисков .....	169

А.2. Численная аппроксимация уравнений мелкой воды .....	190
<b>Приложение Б Детализированная описание расчётов волновых рисков для акватории Обской губы .....</b>	<b>197</b>
Б.1. Оценка краткосрочных георисков в акватории Обской губы .....	197
Б.2. Оценка долгосрочных георисков в акватории Обской губы.....	203
Б.3. Оценка георисков для всего пространства акватории Обской губы .....	210

## Условные обозначения

ААНИИ	ФГБУ «Арктический и Антарктический научно-исследовательский институт» Росгидромета России
АЗРФ	Арктическая зона Российской Федерации
а/л	атомный ледокол
алк	атомный лихтеровоз-контейнеровоз
АМА	арктическая морская активность
АТА	арктическая территориальная активность
ГИз	геоизображение
ГИС	геоинформационная система
ГИТ	геоинформационная технология
ГМИ	гидрометеорологическая информация
ГМО	гидрометеорологическое обеспечение
ГМОб	гидрометеорологическое обстановка
ГМП	гидрометеорологические прогнозы
ГМС	гидрометеорологическая служба
ГМУ	гидрометеорологические условия
ГМЦ	гидрометеорологический центр
ГР	георегион
ГС	геосистема
ДЗЗ	дистанционное зондирование Земли
ЗП	земная поверхность
ИМС	интегрированная мостиковая система
ИНС	искусственная нейронная сеть
лк	ледокол
Л-Об	ледовая обстановка
Лог-Об	логистическая обстановка
МНК	морская навигационная карта

НГГМИ	навигационно-гидрографическая и гидрометеорологическая информация
НГГМО	навигационно-гидрографическое и гидрометеорологическое обеспечение
НГИ	навигационно-гидрографическая информация
НГО	навигационно-гидрографическое обеспечение
НС	нейронная сеть
НСТ	нейросетевая технология
ОЗ	опасная зона
ОПЯ	опасные природные явления
ОС	окружающая среда
ОЯ	опасное явление
ООЯ	особо опасное явление
ПЗ	поверхность Земли
РАС	рисковое Арктическое судоходство
Росгидромет	Федеральная служба по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды Министерства природных ресурсов и экологии (Минприроды) РФ
СГММ	система гидрометеорологического мониторинга
СЛО	Северный ледовитый океан
СМП	Северный морской путь
СНО	средства навигационного оборудования
СОО	система освещения обстановки
СППР	система поддержки принятия решения
ТХА / ТХД	территориальная хозяйственная активность / деятельность
УГМС	управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды
ФГУ	физико-географические условия
ФСОО	функциональная система освещения обстановки

ХГУ	хозяйственно-географические условия
ЦМК	цифровая морская карта
ЦММ	цифровая модель местности
ЦМР	цифровая модель рельефа
ЭК	электронная карта
ЭСНИУ	электронная система навигации, информации и управления
BackProp	back error propagation algorithms – алгоритм обратного распространения ошибки
SOM	self-organization maps – самоорганизующиеся карты – карты Кохонена

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Акватория Арктической зоны Российской Федерации (АЗРФ) занимает значительное географическое пространство северной приполярной зоны и характеризуется сложными природными условиями и географическими факторами. Глобальность арктической зоны требует больших объемов разнородных данных о природных, хозяйственно-экономических и социальных процессах, протекающих в этом географическом пространстве.

Более 80% данных о физико-географических и хозяйственно-географических условиях акватории АЗРФ, арктической территориальной активности (АТА) составляет динамическая геопространственная информация (ГИ), требующая соответствующих специальных геоинформационных методов ее обработки, представления и анализа.

Низкие температуры, мелководность, ледовитость, изменчивость рельефа дна, слабая изученность, недостаточная инфраструктурная оборудованность, отсутствие полнофункциональной системы освещения обстановки в акватории АЗРФ обуславливает значительные риски арктической территориальной активности, одной из основных составляющих которой является судоходство и транспортная логистика.

Риски любого судоходства во многом связаны с запасом чистой воды под килем судна, т. е. с глубинами или уровнем моря района плавания. На уровень моря локальной акватории в конкретный момент времени оказывают влияние такие гидрометеорологические (ГМ-) факторы, как ветровые сгонно-нагонные и приливные явления, осадки, течения и т.д. Морские риски арктической навигации наряду с ГМ-факторами уровня моря во многом сопряжены с ледовитостью, мелководностью акватории, изменчивостью ее рельефа дна, так как затрудняют маневры судна для выхода на безопасные глубины плавания. Поэтому традиционные методы анализа и прогнозирования уровня моря требуют определенной территориально направленной трансформации для учета

особенностей физико-географических условий (ФГУ) ледовитых, с изменяющимся рельефом дна, мелководных арктических морей.

Существующие общие геоинформационные методы представления и использования ГИ также нуждаются в Арктик-ориентированной адаптации для поддержки специальных процедур, связанных с обеспечением безопасности арктической навигации, т. к. не учитывают особые характерные территориальные, физико-географические и ГМ-факторы Арктической зоны.

Налицо проблемный вопрос, связанный с адаптацией существующего модельно-методического аппарата анализа и прогнозирования рискованной навигационной ситуации к особенностям арктического района плавания. Существующие вероятностно-статистические методы прогнозирования ГМ-ситуации ограничены общими математическими постановками и требуют своей территориально-ситуационной специализации и адаптации применительно к условиям арктических морей

Требуют своего разрешения противоречия, связанные с моделированием геоситуации в системе рискованного арктического судоходства (РАС) и решением методических задач оперативной оценки ГМ- и ситуационных рисков арктических акваторий и выработки рекомендаций по обеспечению безопасной навигации в морях Арктической зоны, что и обуславливает актуальность диссертационной работы.

**Объект исследования:** акватория и судоходство в Арктической зоне Российской Федерации.

**Предмет исследования:** модельно-методический аппарат представления и анализа геосистемы «рискованное Арктическое судоходство» (РАС) на основе аналитического геоконтроллингового прогнозирования гидрометеорологических условий.

**Цель исследования:** разработка модельно-методического аппарата представления и оценки состояния территориальной системы РАС и выработки геоконтроллинговых рекомендаций по снижению рисков судоходства в АЗРФ.

В ходе исследования решались следующие **основные задачи:**

- проанализировать назначение, задачи, состав, структуру, архитектуру, а также специфику судоходства в акватории АЗРФ в территориальном контексте;
- разработать вероятностно-статистическую модель оценки параметрических георисков;
- разработать геоинформационную модель обстановки в территориальной системе РАС;
- разработать геоинформационную методику оценки состояния РАС;
- разработать практические рекомендации по проектированию геоинформационной системы управления по обеспечению безопасности деятельности морского транспортного комплекса в полуоткрытых мелководных акваториях.

**На защиту выносятся** следующие научные результаты:

1. Геоинформационная модель системы РАС.
2. Геоинформационная методика оперативной оценки обстановки и выработки рекомендаций по организации функционирования системы РАС.

**Научная новизна:**

1. Геомодель системы «рискового Арктического судоходства» (РАС) отличается территориальной интерпретацией навигационно-гидрографических процессов в единой геосистеме РАС, что обеспечивает на базе оперативного гидрометеорологического прогнозирования более полное, адекватное и оперативное отображение реальной навигационно-ситуационной и рискованной геоситуации в стеснённых полярных водах в интересах обеспечения безопасной арктической навигации.

2. Геоинформационная методика дополнительно содержит процедуры глубокого территориального прогноза ГМ-обстановки, комплексной оценки ситуационной и рискованной составляющих элементов геоситуации в акватории, территориальным представлением геоконтроллинговых элементов системы арктической навигации, что обеспечивает повышение точности навигационных

параметров, повышение оперативности выработки рекомендаций для арктического судоходства, картографическое представление компонентов территориальной логистической активности, выработку оптимальных рекомендаций.

**Теоретическая значимость** работы заключается в обосновании подходов к использованию аппарата территориального анализа при разработке системы РАС, разработке территориально ориентированной методики вероятностно-статистической оценки уровня моря для минимизации гидрометеорологических и ситуационных рисков судоходства в Обской Губе, формулировке системы ограничений при перевозке грузов водным транспортом в акваториях АЗРФ, разработке формализмов описания и представления сложных логистических транспортных систем, функционирующих в интересах Морского Флота.

**Практическая ценность** работы определяется способностью модельно-методического аппарата организации регулирования безопасного судоходства в акваториях АЗРФ, которые обеспечивают прирост быстродействия при обработке больших массивов входных данных об окружающей среде и процессах морской транспортной логистики в сравнении с традиционными методиками за счет рисков-адаптированных прогнозов, рациональной организации и планирования технологических процессов морского судоходства в современных условиях. При этом значение показателя полноты оперативного представления и анализа геоситуации в зоне арктического судоходства повысилось: для функционального подпространства системы рискованных морских арктических грузоперевозок на 9%; для операционного подпространства системы рискованных морских арктических грузоперевозок на 13%. Значение показателя своевременности вычисления оптимального маршрута судна повысилось на 7% по сравнению с существующими показателями оперативности.

**Обоснованность и достоверность** полученных результатов обеспечены использованием проверенных методов анализа и синтеза, тщательным учётом всех значимых факторов, влиянием которых обусловлены выводы исследования, реализацией теоретических положений в виде готовых вычислительных алгоритмов и программного обеспечения, согласованностью итоговых показателей

с мнением ведущих специалистов. Подтверждением достоверности служат успешная реализация разработок, положительная оценка экспертного сообщества и опубликование научных материалов.

**Методы исследования.** При проведении диссертационного исследования использовались методы формальной аксиоматической логики, теории функциональных систем, системного анализа, теории случайных процессов, картографического синтеза, теории вероятности и математической статистики, математического моделирования, теории множеств, теории управления, сетевого анализа, численного анализа, теоретической географии и геоинформатики.

Методологическую базу исследования составили труды ведущих ученых – докторов наук Алаева Э.Б., Александрова Ю.И., Анохина П.К., Асланикашвилли А.Ф., Берлянта А.М., Биденко С.И., Борисова Ю.Б., Бунге В., Буркова В.Н., Бурлова В.Г., Вагизова М.Р., Григорьева А.И., Гуссейн-Заде С.М., Де Мерса М.Н., Заболотского В.П., Истомина Е.П., Ковчина И.С., Кошкарева А.В., Кукка К.И., Лурье И.К., Макарова А.С., Малина А.С., Малинина В.Н., Малыгина И.Г., Миронова Е.У., Моисеевой С.П., Мухина В.И., Новикова Д.А., Оводенко А.А., Ольховика О.Е., Охорзина В.А., Перцика Е.Н., Присяжнюка С.П., Саушкина А.В., Сафонова К.В., Свешникова А.А., Серапинаса Б.Б., Скворцова А.В., Соколова А.Г., Судакова К.В., Тезикова А.Л., Тикунова В.С., Топчиева А.Г., Трофимова А.М., Федосеева В.В., Филиповского В.М., Харука В.И., Цветкова В.Я., Якушева Д.И., Яшина А.И.А.И.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались и были обсуждены на 3 международных и всероссийских конференциях: всероссийская научно-практическая конференция «Инновационные методы математики и физики в экологических и гидрометеорологических исследованиях» (2023), international Scientific and Practical Conference “ON EARTH SCIENCES, GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEMS, AND REMOTE SENSING” (2025), Международной научно-практической конференции молодых ученых ИнфоГео 2025 «Единое геоинформационное пространство для обеспечения устойчивого развития регионов: от сбора данных к интеграции» (2025).

**Результаты работы внедрены:** в НИР ГЗ «Бесшовное численное моделирование одновременного изменения климата, погоды, газового и аэрозольного состава атмосферы в глобальном и региональном масштабах и создание цифровой географической информационной системы обработки баз данных о составе и структуре атмосферы» № FSZU-2023-0002 от 01.01.2023; НИР «Развитие систем навигационно-гидрографического обеспечения акватории Северного морского пути с учётом современных требований по безопасности мореплавания»; в учебный процесс РГГМУ на кафедре Прикладной информатики.

**Публикации.** Основные результаты работы опубликованы в 13 статьях, из них 7 статей опубликованы в рецензируемых научных изданиях квантиля К2 из перечня ВАК Министерства образования и науки РФ. Получено свидетельство ФСИС РФ от 25.09.2025 № 2025685683 о регистрации программы для ЭВМ «ДестрРегК».

**Личный вклад автора.** Соискатель непосредственно занимался подготовкой и обработкой исходных материалов, разработкой требований, моделей и методики, анализом и формированием полученных результатов, в апробации результатов исследования, в подготовке основных публикаций.

**Структура работы.** Диссертация состоит из списка сокращений и обозначений, введения, трёх глав, содержащих 11 разделов, заключения, списка использованных источников. Имеется 2 приложения. Объем работы составляет 166 страниц, включает 37 рисунков, 13 таблиц. В список использованных источников включены 140 публикаций.

# **Глава 1. Анализ предметной области рискового арктического судоходства и постановка задач исследования**

Территориальная активность социума в Арктической зоне Российской Федерации (АЗРФ) и Северном морском пути (СМП) или арктическая территориальная активность (АТА) включает арктическое судоходства (грузоперевозки), добычу полезных ископаемых, проведение научных исследований и изысканий, решение вопросов жизнеобеспечения и др. Особое значение имеют грузоперевозки в АЗРФ, с помощью которых решаются как хозяйственные задачи, так и вопросы грузового транспортного обеспечения потребностей субъектов АЗРФ.

Арктическое судоходство осуществляется в особой природно-географической среде АЗРФ, опирается на арктический флот РФ, использует большие объемы динамической навигационно-гидрографической и гидрометеорологической информации (НГГМИ) и ситуационные данные обстановки, базы логистических данных.

В главе проанализированы ФГУ акватории АЗРФ, АТА, арктические грузоперевозки, особенности Обской губы Карского моря, где сосредоточена наибольшая судоходная активность, арктический флот РФ, существующие методы анализа и прогнозирования ГМ-факторов моря, выполнена постановка задач исследования.

## **1.1. Характеристика акватории АЗРФ как пространства морской деятельности**

Анализ работ и документов, описывающих и характеризующих особые физико-географические условия (ФГУ) [1-7] и хозяйственно-географические условия (ХГУ) [8-14] (табл. 1.1) акватории АЗРФ (СМП) показывает:

1) Природно-географическая среда АЗРФ одновременно является и объектом АТА – в ней протекают морская деятельность и все другие хозяйственные процессы, и субъектом АТА – она сама участвует в АТА в качестве ледовых

аэродромов, перевалочных ледовых площадок и платформ ледовых промеров, полей приледнения судов.

2) Основные трудности для морской деятельности на арктическом театре представляют его ледовитость (табл. 1.2) и мелководность (табл.1.3) [5, 15–17]. Ледовитость акватории ограничивает возможность круглогодичного самостоятельного свободного плавания в Арктике кораблей и судов пониженного ледового класса (без ледового класса) только в летние месяцы. Мелководность обуславливает:

- а) необходимость плавания по ограниченным рекомендованным путям и фарватерам, использования малочисленных проливов;
- б) необходимость в особых случаях проводить дноуглубление на рекомендованных путях и подходах к портам.

Ледовитость и мелководность акватории АЗРФ ограничивают возможные районы и маршруты плавания (рис. 1.1), возможности выполнения маневров уклонения от опасных природных явлений (ОПЯ) в море.

3) Акватория АЗРФ (СМП) имеет глобальный территориальный охват, что обуславливает видимые отличия ФГУ в разных секторах и участках региона (рельеф дна и побережья, глубины, климат, грунт и т. д.) [18, 19], а также требует значительных средств и усилий для организации освещения обстановки, связи и телекоммуникации, НГГМО в обширных акваториях арктического региона [20, 21].

4) Сложные климатические условия – низкие температуры, слабая освещенность, сильные ветры, течения, значительные осадки, обуславливают ледовитость акватории, подвижность ледовых полей (рис. 1.2) [16, 17, 22–26]. Площадь льдов в Арктическом бассейне с 2006 года начала незначительно, но устойчиво увеличиваться, что необходимо учитывать при определении районов и сроков выполнения арктических грузоперевозок [27, 28].

Таблица 1.1. ФГУ и ХГУ Арктической зоны, оказывающие влияние на судоходство и др. морскую арктическую деятельность.

Территориальные факторы Арктической Зоны Российской Федерации	Вытекающие из специфических условий региона проблемные вопросы арктической территориально активности
<p><b>Физико-географические условия:</b>  Низкие температуры  Сильные ветры  Низкая инсация  Ледовитость акватории, тяжелые подвижные льды  Изменчивость рельефа дна вследствие мощных выносов грунта Сибирских северных рек  Мелководность акватории морской арктической зоны  Ионизация атмосферы приполярной области, создающая значительные по пространственному распространению (500-1500 км) и времени (до 2-х часов) помехи (вплоть до полного прекращения) прохождению радиоволн  Длительность восстановления нарушенных экосистем  Слабая изученность</p>	<p>Необходимость гидрографического и гидро-метеорологического доизучения района  Необходимость развертывания системы гидрометеорологического наблюдения в Арктической зоне  Необходимость учета и оценки георисков арктического судоходства  Необходимость совместной обработки гидрометеорологических и других параметров геоситуации в акваториях Арктики  Необходимость оперативного отображения НГГМИ-ситуации в акватории АЗРФ на единой картографической основе  Необходимость наращивания навигационно-гидрографического оборудования театра  Необходимость частого производства дноуглубительных работ</p>
<p><b>Хозяйственно-географические условия:</b>  Неразвитость инфраструктуры:  - портовой  - транспортной  - энергетической  - селитебной  - телекоммуникационной  - связной  - логистической  - освещения обстановки  - НГГМО  - спасательной  Удаленность от экономически активных регионов России  Демографические ограничения  Высокая стоимость ресурсов и услуг (людских, биологических, энергетических, транспортных)  Слабая оборудованность театра</p>	<p>Наличие протяженных зон помех прохождению радиоволн  Необходимость особого арктического исполнения аппаратной части технических средств и систем  Необходимость наращивания группировки бортовых/базовых беспилотных комплексов и систем ледовой разведки и гидрографических обследований  Необходимость развертывания альтернативных спутниковым высокоточных навигационных систем  Необходимость систематических точных оперативных и долгосрочных метео-(ледовых) прогнозов  Необходимость ледокольной поддержки навигации</p>



Рис. 1.1. – Основные проливы и трассы СМП

5) Арктический океанский театр характеризуется низкой навигационно-гидрографической и гидрометеорологической изученностью [30], ограниченностью систем НГГМО [31-36], освещения обстановки, связи и телекоммуникации [37, 38], материально-технического обеспечения (МТО), неразвитостью логистической и береговой инфраструктуры [31-32], ограниченностью и дороговизной ресурсов в Арктической зоне из-за ее удаленности от промышленных и оборонных центров [39].

Таблица 1.2. Основные характеристики площади покрытия льдом арктических морей для марта (числитель) и сентября (знаменатель)

Море	Площадь моря, млн км <sup>2</sup>	Средняя площадь покрытия льдом (1981–2000 гг.), тыс. км <sup>2</sup>	Доля ледового покрытия, %	Тренд (1979–2016 гг.), тыс. км <sup>2</sup> /10 лет	СКО (1981–2000 гг.), тыс. км <sup>2</sup>
Баренцево	1,62	744,6/47,2	45.9/6.3	–81,9/–8,1	131,8/41,6
Карское	0,98	898,5/146,2	91.6/14.8	–8,9/–44,0	10,6/96,0

Лаптевых	0,68	544,2/117,0	80.1/17.2	0, 3/–29,8	3,5/74,0
Восточно-Сибирское	0,99	688,6/223,6	69.5/22.5	–0,1/–92,7	4,0/134,3
Чукотское	0,64	344,8/19,4	53.9/2.9	0,3/–6,8	4,7/23,4

Таблица 1.3. Распределение глубин по площади арктических морей – иллюстрация мелководности акватории СМП

Диапазон глубин, м	Доля площади, %			
	Карское море	Море Лаптевых	Восточно-Сибирское море	Чукотское море
0-10	3,5	11,1	14	1
10-20	5,3	37,4	47	
20-30	10,1	22,7	25,5	6
> 30	81,1	28,8	13,5	93

б) Выявленные параметры сезонной и межвидовой изменчивости ледяных массивов арктического бассейна [24, 26, 40, 41]:

- а) являются фактором, искажающим картину средних многолетних ледовых и др. ГМ-условий;
- б) должны учитываться в оперативной и прогностической работе по обеспечению плавания судов в арктическом бассейне и выполнению ими грузоперевозок на СМП.

7) Сибирские реки оказывают влияние на изменчивость рельефа дна арктических морей, параметры грунта, гидрологические свойства воды в акватории АЗРФ (соленость, температура, взвеси, ...), что требует проведение периодических гидрографических промеров, повышает навигационные риски арктического судоходства [42-44].

8) Удаленность региона от основных оборонных и промышленных центров, высокая стоимость ресурсов существенно осложняют возможность наращивания транспортно-логистического потенциала в Восточном секторе Арктики,

выполнение грузоперевозок и др. морскую деятельность в Арктической зоне [31, 32].

9) Сложные климатические условия – низкие температуры, слабая освещенность, сильные ветры, течения, значительные осадки обуславливают значительную ледовитость акваторий, интенсивное обледенение судов, изменчивость рельефа дна, почти круглогодичное существование льда, высокую подвижность льда, длительную полярную ночь, что повышает морские риски [46-49], затрудняет судоходство в Арктической зоне [39].

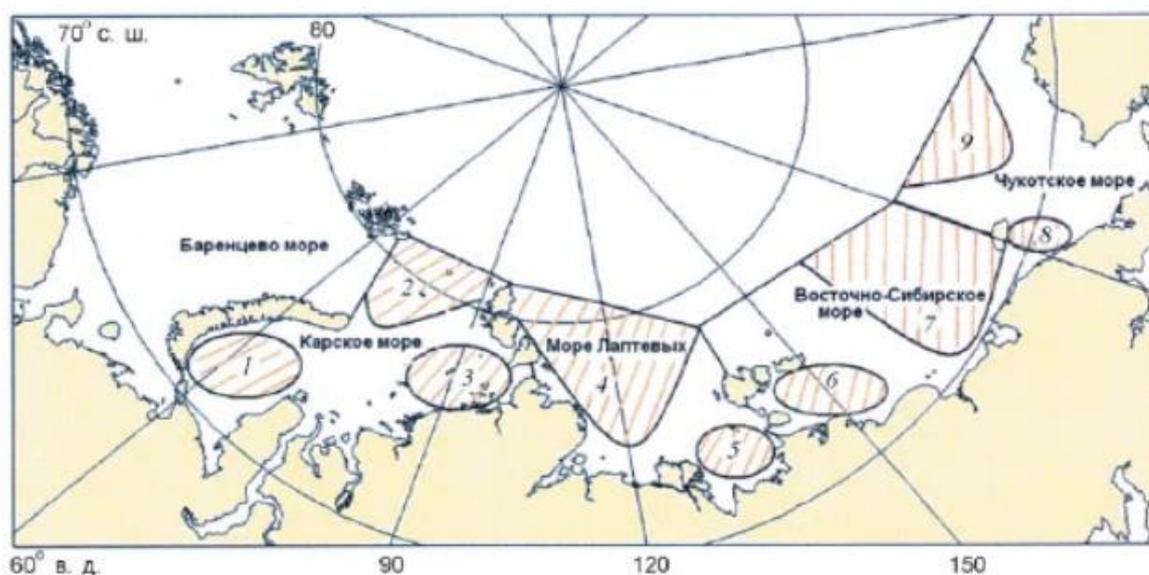


Рис. 1.2 - Распределение ледовых массивов по площади арктических морей:

1. Новоземельский; 2. Карский северный; 3. Североземельский; 4. Таймырский; 5. Новосибирский; 6. Айонский; 7. Врангелевский; 8. Врангелевский; 9. Чукотский северный
- основные динамические ледовые массивы Арктической зоны

10) Требуются значительные дополнительные затраты (ресурсы – материальные, временные, людские) на:

- a) ледовое конструктивное усиление судов (корпус, надстройки, рангоут, технические средства);
- b) организацию ледового обеспечения и ледовых проводок судов;

- с) выполнение систематической оперативной ледовой и др. гидрометеорологической разведки, ледовых прогнозов (в т. ч. Уровня моря, сплоченности и торосистости ледовых полей, каналов и разводий) [43, 96];
- д) «северное» усиленное морозостойкое исполнение аппаратуры и оборудования (техники);
- е) организацию плавания в условиях плохой видимости, сильных ветров и мощных осадков;
- ф) необходимость периодического скалывания льда с надстроек и оборудования судов.

11) Сильная ионизация атмосферы, значительные аномалии магнитного поля Земли (МПЗ), частые магнитные бури [50, 51] обуславливают:

- а) неустойчивость связи в регионе, КВ-связь часто отсутствует;
- б) негативное влияние на работу спутниковых систем, навигационного оборудования кораблей и летательных аппаратов;
- с) преимущественное использование в Арктике ГНСС и космической связи.

12) Недостаточная НГГМ-изученность (табл. 1.4) и оборудованность театра требует: наращивания использования бортовых, локальных, региональных, трансарктических средств оперативного освещения ледовой и др. НГГМ-обстановки в АЗРФ, в т. ч. наиболее перспективных – локальных бортовых и региональных стационарных систем БПЛА-мониторинга [52, 54] ледовой обстановки (Л-Об) и др. ГМ-обстановки (ГМ-обст).

Таблица 1.4. Гидрографическая изученность рельефа дна арктических морей

Подробность, м	Доля площади, %			
	Карское море	Море Лаптевых	Восточно-Сибирское море	Чукотское море
≤ 500	28	35	15	9
1000	38	39	20	-
2000 - 4000	16	11	14	21
≥ 4000	10	10	1041	70
Маршрутный	8	5		

13) Отсутствие единой комплексной системы освещения обстановки (СОО) [54, 55], однородной системы НГО и ГМО АТА [31, 32] сдерживает киберспособность системы АТА [56-62], ограничивает эффективное применение сил флота и осуществление ВМАГП в Арктике [60], использование бортовых, локальных, региональных, трансарктических средств оперативного освещения ледовой и др. НГГМ-обстановки в АЗРФ, в т. ч. наиболее перспективных - систем БПЛА-мониторинга Лед-Об и др. ГМ-обстановки [52, 53].

14) Наибольшую угрозу для АТА и арктического судоходства (грузоперевозки) представляют ледяные торосистые образования и образование устойчивого ледяного покрова – припая. Данные опасные ледовые явления (ОЛЯ) могут препятствовать судоходству, нарушать безопасную эксплуатацию морских и прибрежных инженерных и гидротехнических сооружений, что ведет к ситуационным рискам и ресурсным потерям (табл. 1.5).

Таблица 1.5. Виды воздействия опасных ледовых явлений на окружающую среду и АТА

ОПАСНОЕ ЛЕДОВОЕ ЯВЛЕНИЕ → ВИДЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ ↓	Раннее ледообразование	Торошение льда	Припай*
ВОЗДЕЙСТВИЕ НА ПРИРОДНУЮ СРЕДУ	- нарушение процесса - миграции и нагула рыб; - нарушение транспорта наносов	- экзарация дна и берегов; - транспорт наносов	- защита береговой зоны от разрушения; - замор, нарушение миграции и промысла рыбы
Биоразнообразие	X		X
Геоморфология		X	
ВОЗДЕЙСТВИЕ НА АТА		- повреждение трубопроводов, морских судов и портовой инфраструктуры;	- повреждение морских судов, ограничение их эксплуатации; - остановка морской навигации,

		- разрушение нефтяных вышек, мостовых переходов	разрушение береговой инфраструктуры
Судоходство	X	X	X
Трубопроводы, мостовые переходы		X	X
Рыбный промысел	X	X	X
ПОСЛЕДСТВИЯ	<ul style="list-style-type: none"> <li>- изменение рельефа дна и берегов;</li> <li>- нарушение биопродуктивности;</li> <li>- экономические потери;</li> <li>- риск техногенных катастроф с человеческими жертвами</li> </ul>		

Примечание. \* – Установление ледяного покрова, непроходимого судами и ледоколами, в период навигации на судовых трассах и в районе промысла

По данным [17, 27, 63] в отдельные периоды летне-осенней навигации северо-восточная часть Карского моря, северная часть моря Лаптевых и северная часть Восточно-Сибирского моря бывает покрыта устойчивыми ледяными полями. Период чистой воды составляет всего от 20 до 90 суток, при средней продолжительности навигации в 120-130 суток. Периоды навигационного использования отдельных проливов акватории СМП приведены в табл. 1.6.

Таблица 1.6. Периоды навигационного использования арктических проливов

Пролив	Период использования
Карские ворота	Круглогодично
Югорский шар	Конец июня – начало апреля
Мыс Желания	Круглогодично
Пролив Вилькицкого	Летне-осенняя навигация (транзит, переход из западного в восточный сектор и наоборот)
Берингов пролив	Летне-осенняя навигация (транзит, переход из восточной в западную часть СМП)

Периоды навигации в арктических портах зависят от фактической ледовой обстановки на местах и определяются постановлениями капитанов арктических портов.

Более 90% данных о ФГУ и ХГУ АЗРФ – это разнородная динамическая пространственная информация или геоинформация (ГИ) [64, 65]. Необходимость получения и использования больших объемов динамичных разнородных пространственных данных о ледовой и другой НГГМ-обстановке в Арктической зоне требует специальных геоинформационных методов создания и анализа пространственной информации [19, 41, 56, 68, 66-69].

Приведенные параметры и характеристики ФГУ и ХГУ АЗРФ служат информационно-описательной базой моделирования природных и технических факторов и процессов при решении задач геоинформационной поддержки управления АТА и судоходства в Арктике.

## **1.2. Морское судоходство и другая хозяйственная активность в акватории АЗРФ**

Арктическая хозяйственная активность (АХА) включает следующие основные виды деятельности: арктическое судоходство (грузовые и пассажирские перевозки, ледокольные проводки); добыча углеводородов и полезных ископаемых; научно-исследовательская и изыскательская деятельность; добыча морских биоресурсов; трубопроводная транспортировка углеводородов; строительство объектов добывающей, обрабатывающей, транспортной, флотской инфраструктуры; работы по строительству портовой инфраструктуры; дноуглубительные работы; работы по созданию, строительству и прокладка систем связи и телекоммуникации (подводные оптические кабели), оборудованию и эксплуатации системы НГГМО арктического судоходства и др.

Анализ работ и документов, описывающих и характеризующих элементы АХА [70, 71], арктический флот РФ [72-74], портовую инфраструктуру АЗРФ [74, 75] показывает, что базовым фактором хозяйственной деятельности в АЗРФ

является функционирование транспортной системы, осуществляемой по СМП (табл. 1.7).

Таблица 1.7 – Типы грузов, перевезенных по СМП в 2025 г.

Грузооборот по СМП в 2025 году (МТ)		Транзитные грузы по СМП в 2025 году		
Общий объём	37,02	Типы груза	Количество (ТТ)	Судов
Груз из СМП	29,24	Жидкость	1437	34
Груз в СМП	4,28	Сыпучий	415	23
Транзитный груз	3,5	Смешанный	283	12
Типы груза		Рыба	27	10
Сжиженный природный газ	21,5	Контейнер	157	15
Нефть и нефтепродукты	9,04	СПГ	1208	5
Другой газ	1,02	<b>Всего</b>	<b>3 500</b>	<b>99</b>
Газоконденсат	1,55			
Транзитный груз	3,5			
Уголь, кокс, обогащённая руда	0,413			

Грузоперевозки грузов по СМП ежегодно увеличиваются (рис. 1.3, табл. 1). За 10 лет в период с 2009 по 2020 годы грузооборот увеличился с 20 тысяч тонн до 33 млн тонн. Проектный грузооборот к 2035 году составляет 160 млн тонн.

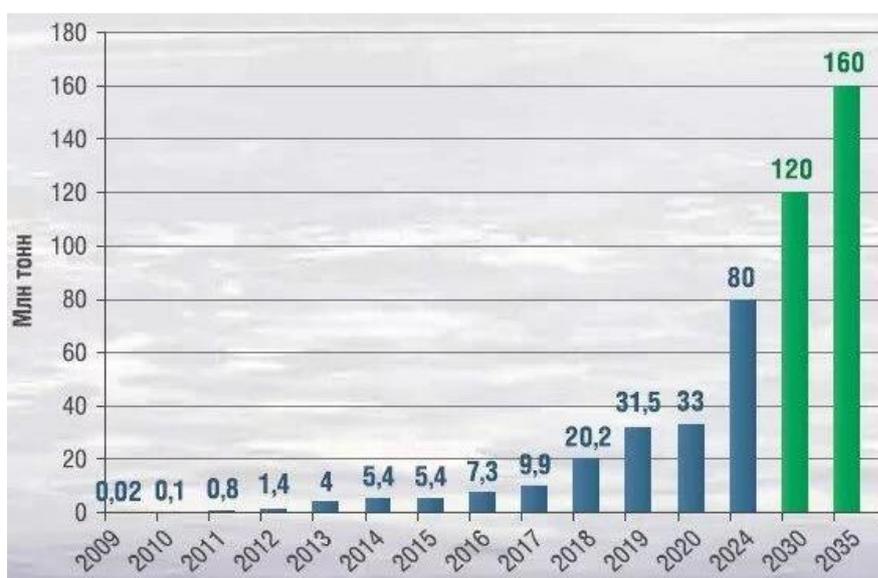


Рис. 1.3 – Фактический и проектный грузооборот по СМП

Основной объем грузоперевозок по СМП – вывоз углеводородов. Суда валовой вместимостью в 50–100 тыс. тонн и осадкой более 12 метров осуществляют единичные переходы по чистой воде в летне-осенний период навигации. Наибольшее количество грузов перевозятся нефтяными танкерами, танкерами для перевозки сжиженного природного газа (СПГ) и контейнеровозами.

1) Перевозки выполняются по следующим основным направлениям:

- вывоз сырой нефти (Новопортовское месторождение, порт Новый Порт, терминал «Ворота Арктики»);
- вывоз СПГ (Южно-Тамбейское газовое месторождение – порт Сабетта; Салмановское (Утреннее) месторождение на Гыданском полуострове – терминал Утренний, проект «Арктик СПГ-2»; Северо-Обский лицензионный участок в акватории Обской губы, проект «Арктик СПГ-3»);
- грузы Норильского никеля, порт Дудинка;
- северный завоз – порты и населенные пункты на СМП;
- транзитные грузы по СМП;
- проектные грузы;
- каботаж.

Характеристика транспортной активности на СМП приведена в табл. 1.8.

Таблица 1.8. Транзитные перевозки и количество судов, прошедших по СМП за 2010 – 2023 гг.

Год/характеристика	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2023
Всего	10	41		625	632	715	718	644	792	768	984	678
Из них иностранные	4	17		111	114	117	137	107	91	97	163	29
Транзитные (в балласте)	4 (2)	34 (10)	46 (13)	48 (11)	37 (14)	23 (5)	19 (1)	39 (10)	26 (3)	48 (11)	47 (12)	97 (28)
Из них иностранные				17	6	8	8		17		18	29

Объём транзитных перевозок, тыс. т	110	820	1260	1160	274.3	39.6	215.5	194.4	491.3	697.2	>1200	>2100
------------------------------------	-----	-----	------	------	-------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

2) В период навигации все суда, плавающие по трассе СМП, находятся в оперативном подчинении штаба морских операций (ШМО) – подразделение ФГБУ «Главсевморпуть» дирекции Севморпути госкорпорации «Росатом». Штаб, располагая данными о фактической текущей ледовой обстановке, а также данными ледовых и гидрометеорологических прогнозов [76], определяет сроки начала и конца навигации на разных участках пути, наивыгоднейшие пути для судов и дают им соответствующие рекомендации, обеспечивая ледокольной проводкой, авиационной ледовой разведкой.

3) Прибрежные рекомендованные трассы СМП в основном пролегают по мелководным участкам морей в окружении многочисленных отмелей, представляющих навигационную опасность. Прибрежная трасса СМП, именуемая «традиционной», представляет связанную сеть рекомендованных курсов (участков маршрута), которые используются преимущественно в период летней навигации судами с осадкой до 6 -7 м.

4) Навигация в Арктике разделяется на летне-осенний (с июль по ноябрь) и зимне-весенний (с января по июнь и с ноября по декабрь) периоды. Продолжительность летне-осенней навигации – 122 суток, зимне-весенней – 243.

Мелководье в сочетании со сложными ледовыми условиями Арктики являются основными осложняющими факторами круглогодичной навигации крупнотоннажных судов с осадкой более 10 метров. Именно ледовые условия главным образом определяют режим и особенности плавания и других видов деятельности в АЗРФ.

5) Судоходство на СМП (АЗРФ) осуществляется в основном (в силу мелководности и ледовитости акватории) по рекомендованным путям и фарватерам (рис 1.4):

- обычными судами (неледového класса) самостоятельно по свободным ото льда районам;

- судами ледового класса самостоятельно в районах ледовых полей ограниченной толщины и сплоченности;
- круглогодично обычными судами и судами ледового класса под проводкой ледоколов;
- при необходимости проводятся дноуглубительные работы на критических участках рекомендованных путей (маршрутов) и подходам к портам.

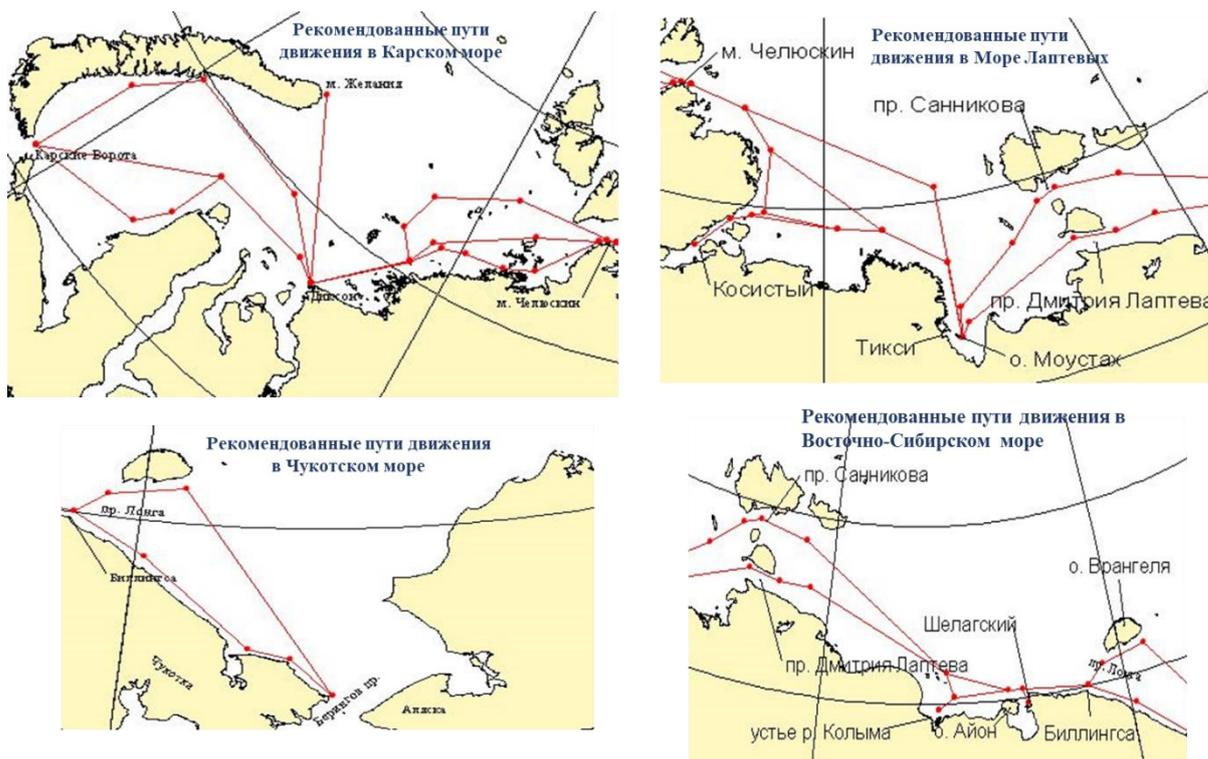


Рис. 1.4 – Рекомендованные пути движения в морях СМП

При проводке ледоколом каравана судов:

- коммерческая скорость движения каравана – 12 узлов;
- допустимая минимальная скорость – 8 узлов;
- количество проводимых лк судов в караване – 3 – 4;
- одно судно может буксироваться ледоколом, при этом буксируемое судно располагается вплотную за ледоколом.

Снижение скорости каравана не допускается, чтобы избежать замерзания канала, пробитого во льду ледоколом, а также коммерческих штрафов.

6) Грузоперевозки по СМП имеют преимущественно однонаправленный «горизонтальный» (Восток - Запад) транзитный характер. Отсутствуют значимые меридианные («вертикальные») грузопотоки в сторону арктической Сибири (только раз в год каботажный северный завоз), что создает проблемы грузовой базы (отсутствие попутных разгрузок и погрузок по транзитному маршруту следования) для арктического направления Европа – Азия.

7) Грузоперевозки по СМП проигрывают «южному» морскому пути между ЮВА (АТР) и Европой из-за отсутствия попутной (местной, каботажной) грузовой базы, а также низкой безопасности арктических грузоперевозок (тяжелые ФГУ и ХГУ (лед, мелководье, ветры, осадки, низкая освещенность, неразвитая инфраструктура и т.д.), плохая связь, недостаточная навигационная оборудованность, отсутствие глобальной СОО, 12 спасательных центров МЧС еще в режиме развертывания, отсутствие специальных спасательных судов и ЛА, плохая связь).

8) Расположение штаба морских операций (ШМО) ФГБУ «Главсевморпуть» в Мурманске (крайняя западная точка арктических морских путей), затрудняет освещение обстановки управление ледоколами и проводками судов на всем протяжении СМП (особенно в восточном секторе Арктики). Желательно развертывание ШМО в восточной части СМП.

9) Жесткое требование к коммерческой скорости ледокольных караванов не ниже 12 узлов с насущной необходимостью ставит вопрос об организации ледовой разведки и определении других ГМУ в зоне 100 – 150 км от ледокола, чтобы успеть выполнить процедуры дешифрирования и распознавания данных наблюдений, оценки обстановки, выработке оптимальных маршрутов перемещения в динамических ледовых полях. Подходящим техническим средством для решения этих задач может служить система бортового БПЛА-мониторинга ледовой и др. ГМ-обстановки, оснащенная РЛС, оптическим, ультрафиолетовым и инфракрасным оборудованием, с беспилотником вертикального взлета и посадки на вертолетную палубу ледокола или иного судна.

10) Наряду с грузоперевозками в Арктике осуществляется: добыча углеводородов и полезных ископаемых (в т. ч. с морских платформ), научно-исследовательская и изыскательская деятельность, ограниченная добыча морских биоресурсов, трубопроводная транспортировка углеводородов, строительство объектов добывающей, обрабатывающей, транспортной, флотской (портовой) инфраструктуры, дноуглубительные работы, строительство и прокладка систем связи и телекоммуникации (подводные оптические кабели), работы по созданию, оборудованию и эксплуатации системы НГГМО арктического судоходства и др.

11) Арктическая ТХА неравномерно распределена по АЗРФ; ее наибольшая концентрация - в Баренцевом и Карском морях (Обская губа);

12) Новое направление хозяйственной активности – производство и продажа электро- и тепло энергии Росатомом. Это строительство и эксплуатация подвижных атомных энергоблоков (ПЭБ) и атомных станций малой мощности (АСММ).

13) В регионе последовательно наращиваются объемы добычи и морских перевозок СПГ, нефти, угля, древесины, полезных ископаемых.

Гражданский арктический флот обеспечивает грузоперевозки, он представлен ледоколами (таблица 1.9) и ледокольно-транспортными судами для АЗРФ (таблица 1.10) [77, 78].

Таблица 1.9. Сравнительные характеристики атомных ледоколов РФ.

Характеристики	Пр. 1052 «Ямал», «50 лет Победы »	Пр. 10580 «Таймыр», «Вайгач»	Пр. 22220 «Арктика», «Сибирь», «Урал»	Пр. 10510 «Лидер»	Пр. 10570 лк офшорного типа
Район эксплуатации	СМП	Устья рек, мелководные участки	СМП, мелководные участки	СМП	Арктич. шельф, мелководные участки

Западный сектор	постоянно	постоянно	постоянно	постоянно	постоянно
Восточный сектор	лето-осень	-	лето-осень	постоянно	-
Длина / ширина, м	148.0/30.0	150.0/29.2	173.3/34.0	209.2/47.7	152.0/31.0
Осадка, включая min	11.0	8.1	10.5	12	8.5
Мощность на валах, МВт	49.0	32.5	60.0	120.0	40.0
Водоизмещение, тыс. т	20.9	19.6	33.5	68.6	20.7
Ледопроемимость, м	2.25	1.95	2.9	4.3	2.4

Арктический флот РФ образуют две основные группы плавсредств: транспортные суда и ледоколы. Незначительную группу составляют научно-исследовательские, промысловые и пассажирские суда, дноуглубительные снаряды и др [79-83]. Арктические суда и ледоколы по классификации РМРС объединены в три группы:

- Arc7 и ледоколы. Работают круглогодично и совершают самостоятельное плавание в зимнюю навигацию;
- Arc4-Arc6. Работают круглогодично, но зимой совершают плавание под проводкой ледоколов;
- Суда без ледового класса и суда с ледовыми категориями Ice1, Ice2, Ice3. Работают только летом, плавание в акватории СМП зимой запрещено.

Навигация в Восточном секторе СМП характеризуется сложными ледовыми условиями - наличием ледяных массивов с толщиной льда более трех метров, обеспечение судоходства в таких районах невозможно без мощных ледоколов. Во многом благодаря атомному ледокольному флоту на трассе СМП обеспечивается стабильный объемный грузопоток [84, 85].

Таблица 1.10. Основные характеристики ледокольно-транспортных судов для Российской Арктики, построенных в 21 веке.

Название головного судна	Норильский Никель (Енисей)	Василий Динков	Михаил Ульянов	Кристоф де Маржери	Штурман Альбанов	Б.Соколов (Ю.Кучиев)	Audax
Количество судов в серии	5 + 1	3	2	15	7	1 + 1	2
Годы постройки	2006–09, 2011	2008-09	2010	2016–2019	2016–17, 2019	2018-19	2016
Ледовый класс	Arc7	Arc6	Arc6	Arc7	Arc7	Arc7	Arc7/PC3
Длина наибольшая, м	169	257,3	257,7	299	245	214 (229)	206,3
Ширина, м	23,1	34	34	50	34	34 (32,5)	43
Осадка проектная, м	9,0	14,0	14,0	11,7	9,0	11,7	7,5
Дедвейт, т	14500	70000	70000	80000	38000	43400	24500
Ледопроездимость, м носом/кормой	1,5/1,65	1,7/1,7	1,0/1,6	1,5/2,1	1,4/1,7	1,5/1,8	1,5

Суда арктического флота по своим ТТХ практически не уступают судам подобного класса мирового флота (табл. 1.11).

Таблица 1.11. Сравнительная характеристика крупных судов АЗРФ и мирового флота

Тип судна		Суда АЗРФ	Мировой флот
		Размерения судов	
СПГ-танкеры	Длина, м	299	345
	Ширина, м	50	55
	Осадка, м	12	12
Нефтяные танкеры	Длина, м	248	380
	Ширина, м	34	68

	Осадка, м	9.5	24.5
Контейнеровозы	Длина, м	200	400
	Ширина, м	35	61
	Осадка, м	11	14.4

Согласно плану развития СМП до 2035 года, в состав Росатомфлота войдут три универсальных атомных ледокола «Урал», «Сибирь», «Арктика» (пр. 22220). Ледокол «Арктика» уже введен в эксплуатацию, спуск на воду данных ледоколов позволит продлить период навигации. Ведется строительство головного атомного ледокола «Лидер» (проект 10510), планируется закончить строительство до 2027 г., проект предполагает ввод в эксплуатацию трех ледоколов данного типа. Ледокол будет способен преодолевать льды толщиной не менее 4 м. Задачей «Лидера» станет круглогодичная работа на всей акватории СМП.

Ледокольный флот в целом обеспечивает потребности арктического судоходства; для обеспечения растущих грузопотоков требуется строительство новых мощных атомных ледоколов, а также портовых неатомных (дизельных) ледоколов. Дефицит ледоколов на СМП снижает уровень спасательного обеспечения АГА, т. к. специальный спасательный флот в АЗРФ пока отсутствует.

Добывающими компаниями (Новатек, Ямал СПГ, Сибнефтегаз, Газпромнефть) проектируются и строятся суда ледового класса для собственных перевозок СПГ и других углеводородов.

Госкорпорацией «Росатом» рассматривается проект строительства собственного флота контейнеровозов – порядка 20 судов ледового класса.

Освоение месторождений углеводородов в Арктическом бассейне России привело к созданию принципиально новых типов крупнотоннажных транспортных судов арктического плавания, существенно превосходящих по своим эксплуатационным возможностям традиционные ледокольные и транспортные суда (их ширина превышает габариты ледоколов).

### **1.3. Основные характеристики Обской Губы**

Обская губа (ОГ) — сосредоточие наибольшей АТА в АЗРФ, природный феномен, крупнейший эстуарий Карского моря, место, где река Обь встречается с Северным Ледовитым океаном. Это - особая арктическая экосистема [86-88].

Через ОГ проходят важные торговые пути, связывающие Сибирь с Европой. Сегодня Обская губа — важный транспортный узел и место разработки углеводородных месторождений. Карата географических характеристик Обской Губы показана на рис. 1.5.

Расположение Обской губы определяется её границами: с запада она ограничена полуостровом Ямал, с востока — Гыданским полуостровом. Акватория охватывает территорию трёх районов Ямало-Ненецкого автономного округа: Тазовского, Надымского, Ямальского.

Обская губа представляет собой крупнейший залив Карского моря, расположенный на северо-западе России, между полуостровами Ямал и Гыданский. Залив простирается вдоль побережья полуострова Ямал и омывается водами Северного Ледовитого океана. Его длина превышает 800 км, ширина варьируется от 30 до 90 км, средняя глубина достигает около 12 метров, максимальная глубина зафиксирована на отметке 25 метров [89]. Средняя величина приливов составляет примерно 1,15 метра, наибольшая зарегистрированная амплитуда прилива достигала 12 метров. Западный берег губы низкий и пологий, тогда как восточный склон отличается возвышенностью и обрывистыми формами рельефа. Грунт дна представлен вязким синим илом, который придает воде специфический цвет и способствует высокой степени ее замутнения. Прибрежные районы характеризуются наличием песчаных банок и отмелей, покрытых плавником и обломочным материалом.

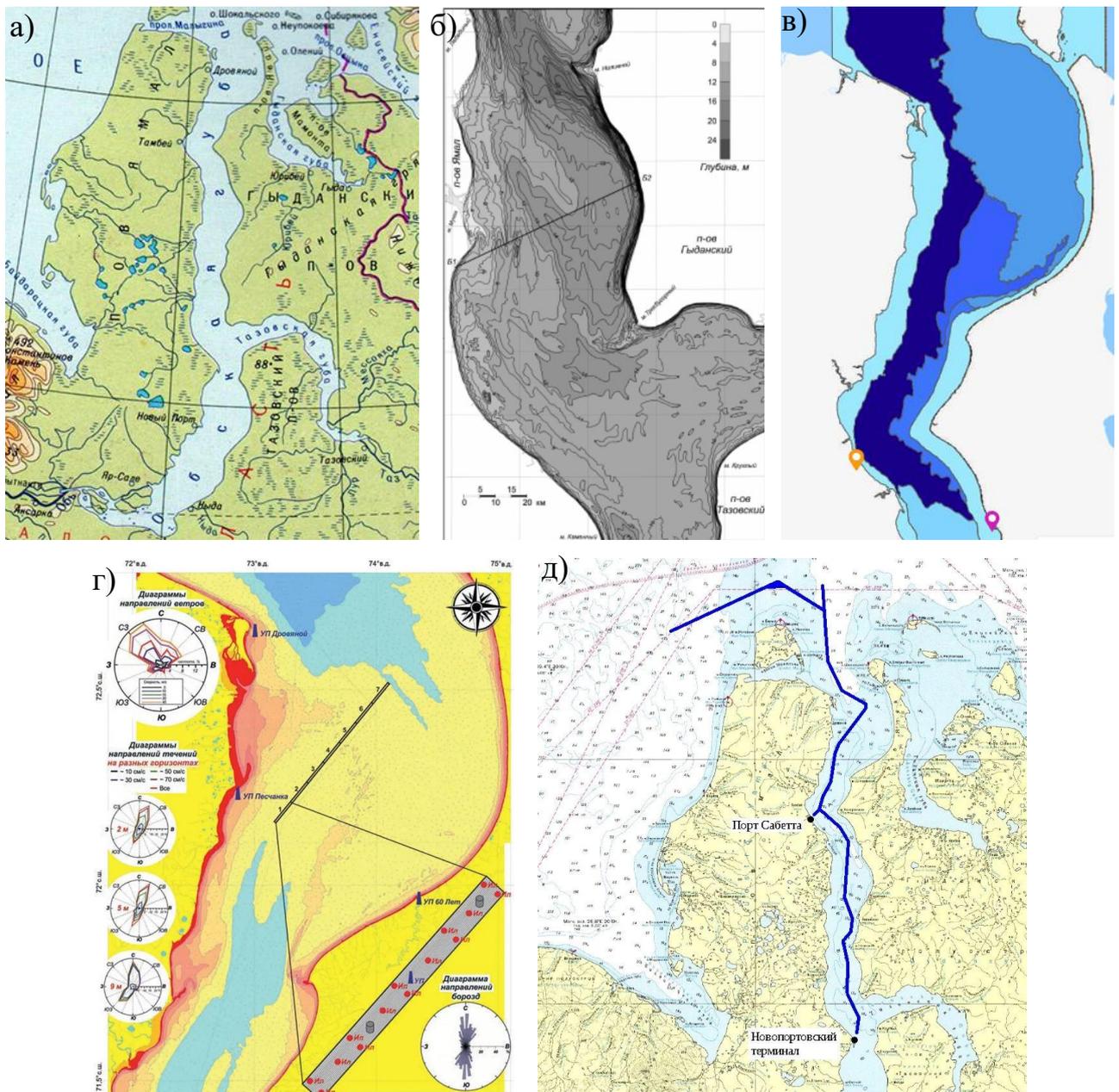


Рис.1.5. Карты географической обстановки Обской губы. а) Географическая карта. б) Карта рельефа дна. в) Карта ледовой обстановки. г) Карта ветров. д) Карта маршрута судна.

Гидрологический режим Обской губы обусловлен влиянием притока пресноводных вод реки Обь и взаимодействием с солеными водами Карского моря. Водообмен происходит через узкие проливы, ограничивающие обмен водой с открытым океаном. Температурный режим сильно зависит от климатических условий региона и наличия ледяного покрова. Летом вода прогревается незначительно, зимой замерзание начинается в октябре и продолжается вплоть до

июня следующего года. Период открытой воды ограничен несколькими месяцами в году, что существенно влияет на хозяйственную деятельность и экологическое состояние региона. Приливы и отливы носят полусуточный характер, их амплитуда относительно небольшая, обычно не превышающая одного метра. Однако наблюдаются значительные колебания уровня воды вследствие ветровых нагонов и стонных явлений, особенно выраженных во время штормов. Эти факторы создают дополнительные сложности для судоходства и эксплуатации морских сооружений.

Климат Обской губы резко континентальный, характеризующийся продолжительной холодной зимой и коротким прохладным летом [90]. Среднегодовые температуры колеблются от  $-9,1^{\circ}\text{C}$  в Новом Порту до  $-10,1^{\circ}\text{C}$  в Сабетте. Наиболее холодным месяцем является февраль, когда средние температуры достигают  $-27^{\circ}\text{C}$  в Мысе Каменном,  $-26,1^{\circ}\text{C}$  в Антипаюте и Новом Порту, и  $-25,1^{\circ}\text{C}$  в Сабетте. Южные районы губы находятся в зоне субарктического климата, северные — в зоне морского полярного климата. Осадки выпадают неравномерно, преобладают снежные осадки зимой и дожди летом. Количество осадков минимально, что связано с низкой влажностью воздуха и континентальностью климата. Ветровой режим характеризуется сильными устойчивыми ветрами, часто достигающими штормовой силы, особенно осенью и весной. Продолжительность полярной ночи составляет около 40 дней, что дополнительно осложняет жизнедеятельность и хозяйственное использование региона.

В зимний период (ноябрь-май) года в районе Обской губы преобладают ветры южного и юго-западного направления. Средняя скорость ветра составляет 6-9 м/с. В этот период акватория покрыта льдом, поэтому ветровая активность в основном влияет на формирование полыней, а не на течения. В весенний период (апрель-май) сохраняется преимущественно южное направление ветров, однако их интенсивность начинает постепенно снижаться. Средняя скорость ветра остается в пределах 6-8 м/с. Летом (июнь-август) характер ветров кардинально меняется. Преобладающим становится северное и северо-западное

направление. Средняя скорость ветра снижается до 5-7 м/с. Это наиболее благоприятный период для навигации, хотя необходимо учитывать направление ветра при планировании маршрутов. В осенний период (сентябрь-октябрь) происходит переходной этап. Доминирующим становится западное направление ветров. Скорость ветра в этот период может варьироваться, но остается в пределах летних показателей.

Наиболее опасные для навигации ситуации возникают при ветрах, дующих вдоль оси Обской губы (северного и южного направления). Ветровой режим напрямую влияет на формирование дрейфовых течений. В период ледообразования ветровая активность способствует неравномерному замерзанию акватории. Скорость и направление ветра существенно влияют на формирование ледового покрова.

Обская губа играет стратегически важную роль в экономике России, выступая ключевым элементом транспортного коридора, обеспечивающего связь между внутренними территориями и международными рынками через Северный морской путь. Ее расположение на стыке внутренних сибирских регионов и Северного Ледовитого океана предоставляет уникальную возможность для организации перевозок сырья и готовой продукции, способствуя интеграции российских территорий в мировую экономику.

Одним из важнейших направлений использования Обской губы является судоходство [91]. Регион располагает несколькими ключевыми портами, среди которых выделяются порты Салехарда и Лабытнанги, играющими значительную роль в обслуживании транспортных потоков. Эти порты обслуживают широкий спектр грузов, включая уголь, строительные материалы, оборудование и продовольствие, необходимые для обеспечения жизнедеятельности северных поселений и промышленных зон.

Область Обской губы рассматривается как перспективный регион для разработки нефтегазовых месторождений. Наличие значительных запасов углеводородов делает этот район привлекательным для инвестирования и создания новой производственной инфраструктуры. Компании, такие как «НОВАТЭК» и

«Газпром», проявляют интерес к освоению подводных месторождений, что открывает возможности для диверсификации сырьевой базы российского экспорта.

Кроме того, Обская губа важна для рыболовства и добычи морепродуктов [92]. Рыбохозяйственная отрасль представлена предприятиями, специализирующимися на переработке и экспорте продукции, такой как рыба, крабы и моллюски. Судоходство в регионе ограничено периодом открытой воды, что создает определенные трудности для организации регулярных перевозок и требует использования специальных судов, приспособленных к работе в сложных погодных условиях.

Экологическое значение Обской губы обусловлено ее ролью в поддержании экосистемы Карского моря и сохранении биоразнообразия региона. Залив служит местом обитания многих видов рыб, птиц и млекопитающих, таких как белуха, нерпа и тюлень. Биологическая продуктивность обусловлена сложными взаимодействиями речного стока, ветрового воздействия и ледовых явлений. В период открытой воды наблюдается высокая активность биологических процессов, связанных с размножением и миграциями животных и растений. Обская губа — это не просто географический объект, это символ силы и красоты северной природы, место, где человек учится жить в гармонии с суровой природой Крайнего Севера. Её значение трудно переоценить как с точки зрения природных богатств, так и с позиции экономического развития России. Будущее Обской губы зависит от нашего умения бережно относиться к этому уникальному природному объекту, сохраняя его для будущих поколений.

Особое внимание уделяется сохранению уникальной флоры и фауны, адаптированной к суровым условиям среды. Регион играет важную роль в воспроизводстве ценных промысловых видов рыб, таких как сиг, муксун, нельма и ряпушка. Кроме того, Обская губа является важной транзитной зоной для перелетных птиц, мигрирующих между Арктикой и умеренными широтами.

Обская губа представляет собой сложный природный объект, имеющий исключительное значение для экологии и экономики России. Её уникальная география, сложная гидрология и экстремальный климат формируют особую

экосистему, которая поддерживает множество видов живых организмов и обеспечивает важные ресурсы для человека. Однако существуют определенные трудности, связанные с навигационными условиями в Обской губе. Мелководность некоторых участков затрудняет прохождение крупнотоннажных судов, что требует дополнительных мер по углублению фарватеров и обеспечению безопасной проводки кораблей. Несмотря на эти сложности, Обская губа сохраняет свое значение как важный элемент национальной транспортной сети, поддерживая экономическое развитие отдалённых регионов России.

#### **1.4. Проблемные вопросы контроля и регулирования РАС**

В геоинформатике оценка рисков — это процесс анализа пространственных данных для определения вероятности возникновения неблагоприятных событий и масштаба потенциального ущерба.

Существует несколько классов моделей оценки георисков, основанных на разных принципах [93-101]. Одним из видов таких моделей являются *физически обоснованные модели или детерминистические модели*. Данный тип моделей опираются на физические законы и точные математические формулы для описания поведения системы. Детерминистические модели строятся на причинно-следственных связях. Главная роль ГИС в этом контексте — обеспечить модель точными пространственными входными данными (параметрами среды), такими как рельеф, типы почв, растительность и гидрография. Результат моделирования также отображается в виде карты. Главное и определяющее преимущество детерминистических моделей заключается в том, что они основаны на понимании физики процесса, а не просто на анализе данных. Каждый шаг расчета имеет физический смысл. Вы точно знаете, что оползень произошел из-за того, что угол внутреннего трения грунта стал меньше напряжения сдвига. Это позволяет инженерам и ученым доверять результату и понимать, какой именно фактор стал критическим. Можно смоделировать гипотетический сценарий. Например, задать расход воды, соответствующий паводку, который бывает раз в 1000 лет (для которого нет исторических записей), и физические уравнения честно рассчитают,

куда зальется вода при таком уровне. Эти модели показывают развитие процесса во времени. Мы можем увидеть не только где будет наводнение, но и когда вода придет в конкретный дом, как долго она там простоит. Детерминистическая модель покажет физический эффект от изменения системы. Например, покажет изменения уровня затоплений при построении защитной дамбы заданной высоты. Несмотря на свою мощь и физическую обоснованность, эти модели имеют ряд ограничений. Этот тип моделей требователен к данным. Для точной калибровки требуются детальные и точные входные параметры, которые сложно собрать. Так же модели часто не могут учесть все факторы, что приводит к ухудшению прогнозов рисков. Наиболее сильным ограничением является вычислительная сложность. Моделирование в высоком разрешении на больших территориях требует значительных вычислительных мощностей.

Наиболее ярким примером таких моделей является гидрологические модели, которые используются для прогнозирования наводнений, моделирования движения воды в мелководных акваториях. Модели решают уравнения гидравлики (например, уравнения Сен-Венана), описывающие поток воды в открытых мелководных акваториях. Решение этих уравнений вручную для реальной акватории невозможно. Поэтому их решают численно на компьютерах, разбивая акваторию на множество небольших участков. Именно здесь и требуется помощь ГИС, которые занимаются подготовкой данных и визуализацией результатов для гидрологических моделей.

Ещё одним классом геомodelей являются вероятностные и статистические модели оценки рисков, которые ищут закономерности и оценивают риски на основе анализа исторических данных и статистических связей. Рассмотрим подробно три представителя этого класса.

В отличие от детерминистических моделей, они дают результат в виде вероятности, что честно отражает наше неполное знание о мире. Это позволяет лицам, принимающим решения, действовать более гибко. Не нужно знать точные уравнения движения воды или грунта. Достаточно иметь хорошие исторические данные и набор факторов, которые могут влиять на процесс. Модель сама найдет

статистические закономерности. Есть возможность калибровки и проверки, т.е. качество модели можно объективно оценить. Ещё одно преимущество состоит в том, что эти модели позволяют комбинировать данные из разных источников: спутниковые снимки, полевые измерения, экспертные оценки. Недостатки вытекают из самой природы вероятностных и статистических моделей — они ищут закономерности в данных, а не физические причины явлений. Ещё одним недостатком является непригодность их для прогнозирования редких, но катастрофических событий. Модель может выдавать высокую точность, но не всегда понятно, почему она приняла то или иное решение, что приводит к сложности проверки физической непротиворечивости модели. Также существует чувствительность к качеству и полноте входных данных. Статистическим моделям нужно очень много данных, и эти данные должны быть репрезентативны. Также эта модель может предсказать физически невозможный сценарий. Оценить качество модели для редких событий очень сложно. Мы можем разделить имеющиеся данные на обучающую и тестовую выборку и проверить модель на тестовой, но это проверка на тех же типах событий. Трудно проверить как будет работать модель на событиях, не входящих в тестовую выборку. Отсюда возникает сложность оценки качества модели для редких событий.

Наиболее часто в геоинформатике встречаются модели, основанные на байесовских сетях, регрессионном и корреляционном анализе. Байесовская сеть представляет собой графовую структуру, отображающую причинно-следственные связи между событиями. Она позволяет интегрировать априорные знания и эмпирические наблюдения, обновляя вероятности событий по мере поступления новой информации. Байесовские сети нашли широкое применение в геоинформатике благодаря своей способности обрабатывать сложные взаимосвязанные данные и давать точные оценки рисков. Регрессионный анализ позволяет установить зависимость между переменными и предсказать поведение одной переменной исходя из другой. Корреляционный анализ показывает силу и направление связи между двумя переменными. Эти методы полезны для выявления значимых факторов риска и построения прогностических моделей. Однако

построенные на этих подходах модели не рассматривают развитие во времени процессов, или не учитывают влияние предшествующего во времени состояния системы на нынешнее состояние системы.

Ещё один класс – это индексные и многокритериальные модели, они занимают особое место в геоинформатике. Это, пожалуй, самый гибкий и распространенный класс моделей для комплексной оценки рисков, когда точных физических формул нет, а статистических данных недостаточно. Основная идея заключается в разложении сложного понятия "риск" на составные части и их последующем "сборке" в интегральную карту. Большинство моделей опираются на определение, предложенное Межправительственной группой экспертов по изменению климата (IPCC):  $\text{Риск} = \text{Опасность} \cdot \text{Уязвимость} \cdot \text{Экспозиция}$ . Здесь опасность — вероятность возникновения опасного явления, уязвимость — насколько объекты восприимчивы к ущербу, экспозиция — что именно находится в зоне опасности. Каждый фактор становится отдельным растровым слоем. Каждому фактору присваивается вес экспертной оценки. Все факторы накладываются друг на друга, и на выходе получается интегральная карта риска. Для построения многокритериальных моделей используются следующие методы: метод анализа иерархий, методы агрегации, нечёткие множества. В методе анализа иерархий эксперты попарно сравнивают факторы друг с другом и выявляют, какой фактор наиболее важный для события. Результаты всех сравнений сводятся в матрицу, и математически вычисляются итоговые веса, которые в сумме дают 1. Это позволяет превратить субъективные знания экспертов в объективные цифры. После того как веса получены, слои накладываются друг на друга. Например, метод взвешенного наложения, где каждый слой умножается на свой вес, и результаты складываются. Далее учитываются неопределённости, так как эксперты не могут быть абсолютно уверены, что их прогноз верный. Чтобы учесть это, используются функции принадлежности к нечетким множествам. Они позволяют охарактеризовать критерий. Например, сказать не просто "крутой склон", а "склон очень крутой" или "склон умеренно крутой" с разной степенью уверенности.

У индексной и многокритериальной моделей есть свои сильные и слабые стороны. Можно оценивать риски для любых событий, комбинируя самые разные данные. Не нужны длинные исторические ряды или сложные физические параметры, достаточно знания экспертов о местности. Легко объяснить важность тех или иных факторов лицам, принимающим решения. Инструменты взвешенного наложения есть в любом ГИС-пакете (ArcGIS, QGIS), а для сложных методов существуют плагины или скрипты на Python. Наиболее важным недостатком является субъективность таких моделей. Результат напрямую зависит от того, каких экспертов вы опросили и как они сравнили факторы. Две группы экспертов могут получить разные карты. Модель не знает физики. Например, она может показать, что склон опасен, но не скажет, сдвинется ли он на 1 метр или на 100. Линейное сложение предполагает, что недостаток одного фактора можно компенсировать избытком другого, что в природе бывает не всегда. Например, низкая опасность не компенсирует высокую уязвимость. Если модель показала высокий риск наступления события, а события не произошло, это может означать как ошибку модели, так и то, что оползень просто еще не сошел. Проверить точность сложно.

Модели, основанные на машинном обучении (МО), представляют собой современный и наиболее быстро развивающийся класс методов в геоинформатике. В отличие от детерминистических моделей, они не требуют знания точных физических законов, а в отличие от статистических, способны выявлять гораздо более сложные и нелинейные зависимости в данных. Их суть — "обучить" алгоритм находить закономерности на большом количестве примеров, а затем применять эти знания для прогнозирования или классификации на новых территориях или в будущем. В геоинформатике машинное обучение решает три класса задач, которые делятся по типу обучения. Первый класс задач – обучение с учителем, в котором модель обучается на размеченных данных, где для каждого объекта известен правильный ответ. Это самый распространенный подход для задач классификации и регрессии. Второй класс задач – обучение без учителя. Модель ищет скрытые структуры и закономерности в немаркированных данных.

Используется для кластеризации или снижения размерности. Третий класс задач – обучение с подкреплением. Модель обучается взаимодействовать со средой, получая награду за правильные действия. Перспективный метод для управления динамическими процессами, но пока менее распространен в оценке рисков.

Можно выделить следующие преимущества и недостатки моделей на основе машинного обучения. Модели способны выявлять сложные нелинейные зависимости, часто превосходя традиционные методы. После обучения модель может быстро обрабатывать огромные территории. Один и тот же алгоритм может решать разные задачи при правильном подборе данных. Мультимодальные модели могут интегрировать информацию из самых разных источников. Для качественного обучения требуются большие размеченные наборы данных, что часто является узким местом. Сложность интерпретации решений. Не всегда понятно, почему модель приняла то или иное решение, что критично для научного понимания процессов. Модель может слишком точно подстраиваться под обучающую выборку. Она не просто учит закономерности, а запоминает каждый пример, включая ошибки, шум и случайные отклонения. Такая модель показывает высокую точность на уже знакомых данных, но плохо работает на новых. Ошибки в разметке или смещения в выборке приводят к неверным прогнозам.

Следующий класс моделей – это модели динамики и агентные модели. Они представляют собой, пожалуй, самый современный класс методов в геоинформатике. Этот класс моделей позволяют представить, как риск будет развиваться во времени и пространстве. Модели системной динамики описывают систему как на единое целое, оперируя укрупненными показателями. Система описывается через набор накопителей и потоков между ними. Ключевую роль играют петли обратной связи, когда изменение одной величины влияет на скорость изменения другой. Традиционно системная динамика была не пространственной, но современные исследования активно интегрируют ее с ГИС. ГИС предоставляет пространственно-распределенные параметры для модели. Например, модель лесной экосистемы может использовать карты типов леса и рельефа из ГИС для расчета скорости роста деревьев в каждой конкретной точке, а результаты расчетов

снова визуализируются в виде карт. Подход агентного моделирования является полной противоположностью системной динамики. Он исследует, как глобальные закономерности возникают из индивидуального поведения и взаимодействия множества отдельных объектов — агентов. Суть метода состоит в том, что модель населяется агентами (люди, автомобили, здания, пожарные расчеты), каждый из которых обладает собственными свойствами (скорость, цель, здоровье) и правилами поведения. Агенты взаимодействуют друг с другом и с окружающей средой. Система развивается без единого централизованного плана. ГИС предоставляет цифровой полигон для действий агентов. Это может быть растровая карта или векторная карта. Агенты взаимодействуют с построенным миром и принимают решения на его основе. Современным подходом считается – сочетание системной динамики и агентного моделирования для максимально полного и точного прогноза. Так же существует подход интеграции больших языковых моделей в агентные модели, где агенты (например, спасатели или аналитики) могут не только следовать простым правилам, но и анализировать текстовые отчеты или новостные сводки для принятия более сложных решений в задачах наблюдения за Землей и реагирования на чрезвычайные ситуации.

Динамические и агентные модели позволяют не просто оценить статичный риск, а проиграть сценарий развития событий во времени с учётом поведения отдельных объектов. Это единственный класс моделей, который позволяет увидеть, как система меняется во времени в ответ на внешние воздействия и собственные изменения. Модель не программируется на конкретный результат. Результат возникает сам в ходе взаимодействия агентов. В отличие от статистических моделей, где всё население описывается средними величинами, агентные модели позволяют создать уникальных агентов. Интеграция с ГИС делает эти модели невероятно наглядными. Лицо, принимающее решение может увидеть на экране карту своего города и анимированный процесс. Это мощнейший инструмент для обучения и убеждения. Модель позволяет провести эксперимент, который невозможен в реальном мире. Имеются явные недостатки, усложняющие разработку моделей. Нужно определить правильные правила поведения

агентов. Если правила заданы неверно, модель покажет красивую анимацию, которая не имеет ничего общего с реальностью. Для реалистичной модели нужны детальные пространственные данные и данные о поведении. Запуск модели с миллионом агентов, каждый из которых принимает решения в реальном времени на сложной ГИС-карте, требует огромных вычислительных мощностей и времени. Один прогон сценария может занимать часы или даже дни. У агентных моделей часто много параметров. Умелый исследователь может подогнать модель практически под любой желаемый результат, что снижает научную строгость. Модель вынуждена упрощать реальность. Красивая, но слишком упрощенная модель создает ложное чувство уверенности и может привести к ошибочным решениям. Результаты сложных моделей трудно объяснить неспециалистам. Простые индексные карты часто убеждают сильнее, даже если они менее точны.

Таблица 1.12. Сравнительная таблица разных моделей оценки георисков.

класс моделей	преимущества	недостатки
физические модели	Интерпретируемость; прогнозируемость; моделирование динамики процесса во времени; точность и детализация выходных данных; возможность сценарного анализа.	Требовательность к данным; упрощение реальности; высока вычислительная сложность.
вероятностные и статистические модели	Работа с неопределенностью; меньше требований к пониманию физики; возможность калибровки и проверки; объединение разнородных данных.	Полная зависимость от исторических данных; проблема стационарности; низкая интерпретируемость; чувствительность к качеству и полноте входных данных; игнорирование физических пределов и механизмов; трудности с валидацией.
индексные и многокритериальные модели	Гибкость и универсальность; работа в условиях нехватки данных; прозрачность и	Субъективность; упрощение реальности; проблема весов; сложность валидации.

	понятность; простота интеграции в ГИС	
модели, основанные на машинном обучении	Высокая точность; масштабируемость и автоматизация; универсальность; работа с разными типами данных.	Потребность в больших данных; сложность интерпретации решений; переобучение; чувствительность к качеству данных.
динамические и агентные модели	Учёт динамики обратных связей; эмерджентность; гетерогенность; пространственная привязка и наглядность; гибкость и сценарное планирование.	Высочайшая сложность разработки и калибровки; гигантские требования к данным и ресурсам; проблема верификации и валидации; упрощения; сложность интерпретации и коммуникации.

Выбор модели оценки рисков в геоинформатике — это всегда компромисс между желаемой точностью, доступными данными, ресурсами и конечной целью исследования (табл.1.12). Не существует единственной «лучшей» модели, есть только наиболее подходящая для конкретной задачи. В реальных проектах часто используется гибридный подход. Например, детерминистическая модель считает зону затопления, а затем индексная модель в ГИС накладывает на эту зону слои уязвимости и стоимости, чтобы оценить итоговый риск.

### 1.5. Постановка задач исследования

Важной задачей в акватории Обской губы является обеспечения безопасности судоходства. Формулировка постановки задачи исследования схематически представлена на рис.1.10. Формально постановку задачи можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 f_1: S_{\text{PAC}} &\rightarrow MS_{\text{PAC}} \\
 f_2: MS_{\text{PAC}} &\rightarrow SA_{\text{PAC}} \\
 f_3: SA_{\text{PAC}} &\rightarrow RVA_{\text{PAC}}
 \end{aligned}$$

Подробное описание постановки задачи можно дать следующим образом: требуется построить последовательность отображений  $f_1, f_2, f_3$  таких, что бы

посредством адаптированного аппарата ИО, интегрированного с методами ГИС-анализа, последовательно отображали текущую тактическую, логистическую, навигационно-гидрографическую и гидрометеорологическую ситуацию (данные об обстановке)  $S_{PAC}$  в модель обстановки  $MS_{PAC}$ , далее в оценку обстановки  $SA_{PAC}$ , и затем в территориально-содержательные рекомендации  $RVA_{PAC}$  – вырабатываемые с помощью гео-моделирования и др. формализмов территориального планирования рекомендации по рисковым арктическим акваториям и маршрутам плавания во сложных условиях навигации.

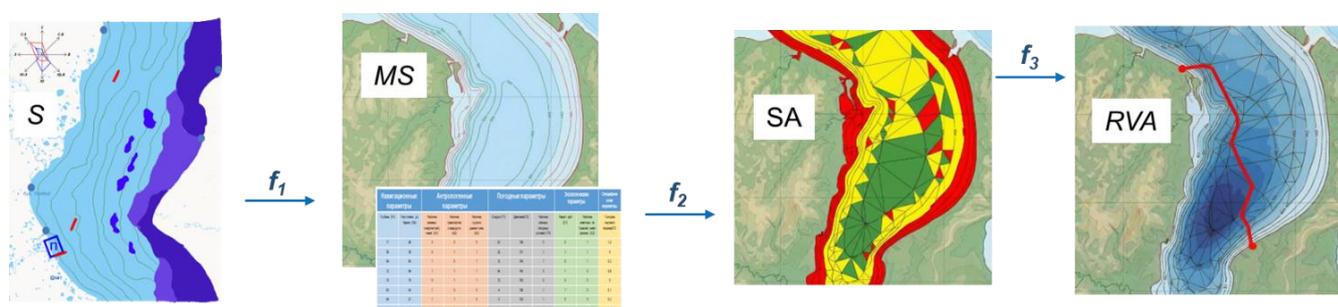


Рис.1.6. Схематическое представление постановки задачи.

Отображения  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  реализуются с помощью модельно-методического аппарата и анализа больших динамических массивов навигационно-гидрографической, тактической и гидрометеорологической информации с использованием инструментов формализмов процедур топологизации (анаморфирования) образов реальной геосреды. Должна обеспечиваться геопространственная интерпретация собственного пространства и содержания (описательно-цифровые данные) моделей  $S_{PAC}$ ,  $MS_{PAC}$ ,  $SA_{PAC}$ ,  $RVA_{PAC}$ .

## Выводы по главе 1

Рассмотрев особенности акватории АЗРФ, арктического судоходства, а также организации НГГМИ-поддержки арктического судоходства, можно сделать следующие выводы.

1. По результатам анализа ФГУ и ХГУ АЗРФ отмечаются следующие особенности Арктической зоны:

- глобальный территориальный охват, что обуславливает видимые отличия ФГУ в разных секторах и участках региона (ледовитость, рельеф дна и побережья, глубины, климат, грунт и т. д.);
- основные трудности для морской деятельности на театре представляют его ледовитость и мелководность;
- акватория АЗРФ характеризуется низкой навигационно-гидрографической и гидрометеорологической изученностью, ограниченностью систем НГГМО, освещения обстановки, связи и телекоммуникации, снабжения, неразвитостью береговой инфраструктуры, ограниченностью и дороговизной ресурсов в Арктике из-за ее удаленности от промышленных центров.

2. Морские арктические грузоперевозки постоянно нарастают в связи с ростом арктической хозяйственной активности, расширяется география и территориальный охват арктического судоходства.

4. Автоматизированная геоинформационная поддержка управления арктическим судоходством, базирующаяся на общих процедурах территориального анализа, требует специальных моделей и методов освещения обстановки в системе РАС.

5. Рассмотрены различные подходы к оценке ГМ- и ситуационных рисков арктического судоходства. Существуют различные классы моделей оценки ГМ-рисков, каждый из которых основан на определенных принципах и имеет свои достоинства и ограничения. Оптимальным решением часто является комбинация подходов, позволяющих минимизировать недостатки отдельных методов и максимизировать их преимущества. Также необходима разработка новых моделей, которые смогли бы улучшить прогнозы за счёт увеличения точности расчёта рисков.

6. Рассмотрены основные физико-географические характеристики Обской губы. Она является важнейшим узлом транспортной инфраструктуры Арктической зоны, связанный с добычей нефти и газа, обеспечением судоходства и рыболовством. Однако Обская губа обладает мелководными участками, что

затрудняет прохождение крупнотоннажных судов, поэтому требуется обеспечение безопасной проводки кораблей, что может быть обеспечено разработкой систем геоконтроллингового прогнозирования ГМ-условий.

7. Сформулированные задачи исследования направлены на преодоление противоречия между необходимостью при организации рискованного арктического судоходства учета, обработки и анализа больших массивов быстроменяющейся разнородной гидрометеорологической и навигационно-гидрографической геоинформации для поддержки классических методов геоинформационной поддержки управления сложными территориальными объектами и системами (в т. ч. и системами арктического судоходства).

## **Глава 2. Разработка геомодели системы рискованого арктического судоходства в аспекте природных, хозяйственных и социальных дискурсов территориальной действительности**

Важную роль в геоконтроллинговой теории и практики играют такие понятия, как «обстановка» [102-108]. Обстановка в системе РАС — это состояние логистической системы в районах дислокации и действий флота в определенном районе, в определенный момент или промежуток времени, характеризующее совокупностью процессов и явлений природного или антропогенного характера, оказывающих влияние на решение логистических задач. Частными случаями обстановки являются ГМ-, логистическая, ледовая и др. ее виды.

Понятие видов обстановки приобретает определенный смысл при наличии соответствующего вида опасности: навигационно-гидрографической, гидрометеорологической и т.д. В основе указанных понятий лежит констатация наличия потенциальной угрозы (или позитива), обусловленной теми или иными факторами обстановки.

Для управления судоходством и портовой инфраструктурой также важно уметь описывать и учитывать геориски. В связи с этим необходимо разработать математическую модель представления и оценки параметрического геориска выхода какого-либо одномерного случайного процесса за заданные границы.

### **2.1. Подходы к построению модели представления и функционирования системы рискованых морских арктических грузоперевозок**

Предлагается под ТСГ понимать структурированную совокупность сил и средств, находящихся в эксплуатации различных пользователей услуг транспортных предприятий, обеспечивающее выполнение заданных объемов переработки и перевозки грузов в целях оптимизации процесса эксплуатации транспортных судов и достижения минимизации затрат, связанных с организацией транспортного процесса.

Благодаря упорядоченному взаимодействию ОУ, флота, органов сообщений силовых ведомств, отвечающих за организацию транспортного процесса в других министерствах и ведомствах с существующими транспортными структурами, базами снабжения и довольствующими органами, в настоящее время, снабжение войск и подразделений материально-техническими средствами носит устойчивый характер.

ТСГ должна выступить как некая транспортная инфраструктура, основанная на четком взаимодействии спроса на транспортные средства создавших такую транспортную систему заинтересованных грузовладельцев. Из определения следует, что транспортная система совместного использования должна функционировать циклически.

При этом транспортно-экономический цикл замыкается потреблением, то есть доставкой грузов по назначению, чем создается своеобразная обратная связь между спросом на транспортные средства - рынком транспортных услуг и непосредственно транспортной системой совместного использования (рис. 2.1).

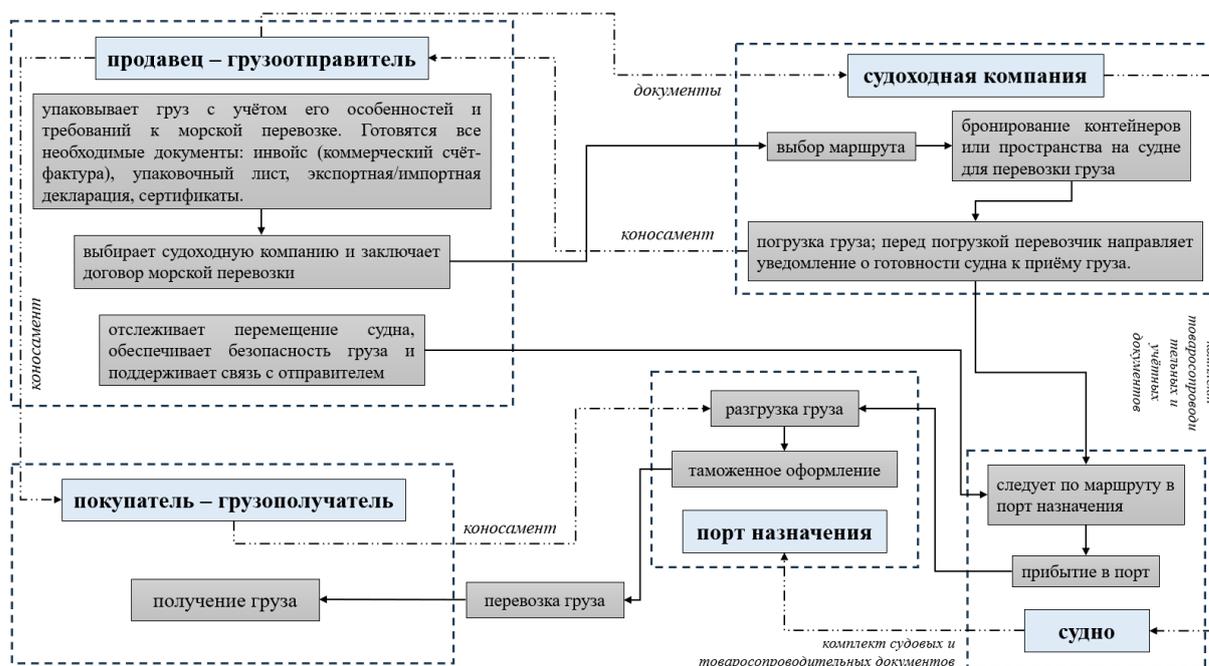


Рис. 2.1. Структура системы арктических грузоперевозок.

В рамках РАС должны интегрироваться функции информационного обмена, снабжения, распределения материально-технических средств на грузопотоки и по схемам их доставки.

Сам процесс перевозок, организованный точно и в срок, оказывает благоприятное влияние на функционирование всей экономической системы и позволяет существенно сократить расходы на воинские перевозки, так как в этом случае система в полной мере работает на потребителя услуг.

Реализация функций транспортировки грузов осуществляется посредством соблюдения шести условий: точное определение номенклатуры груза подлежащего перевозке, качественное состояние груза (пригодность к транспортировке), количество и объем груза, время выполнения транспортных операций с грузом, определение пунктов назначения груза, анализ предстоящих затрат на воинские перевозки.

Для достижения заданных результатов оптимизируются материальные потоки, осуществляются мероприятия по рационализации упаковки, унификации грузовых мест, реализации эффективной системы складирования, оптимизации величины груза, подлежащего перевозке, планирование рациональных маршрутов перемещения груза.

В основу построения и функционирования ТСГ предлагаются следующие основные подходы: реализация принципа системности, который проявляется в первую очередь в интеграции и четком взаимодействии всех элементов транспортной системы совместного использования; индивидуализация требований отдельных участников транспортной процесса (наличие тяжеловесных и специфических грузов); учет совокупности издержек на протяжении всей потребительско-логистической цепочки; постоянное изучение порядка предоставления и оплаты услуг предприятиями транспорта; обеспечение гибкости, надежности и высокого качества перевозочного процесса.

На современном этапе это может быть обеспечено «мягким», равноправным сотрудничеством всех участников ТСВП, объединивших свои усилия на некоммерческой основе свободного партнерства. При этом все участники ТСП

сохраняют свое юрисдикцию и виды служебной деятельности. Источниками финансирования такой системы могут служить бюджетные ассигнования, объединенные в целях достижения экономического эффекта.

Создание ТСВП позволит «смягчить» борьбу между силовыми структурами на рынке транспорта как конкурентами в достижении собственных задач.

Пожалуй, наиболее просто проблемы создания ТСП решаются при перевозках массовых грузов: каменного угля, нефтепродуктов - в условиях, когда сформировались постоянные грузопотоки между поставщиками и потребителями. На таких линиях более легко подобрать оптимальный вариант привлечения флота, обеспечивающего 100 % выполнение перевозок в оптимальные сроки и с заданной эффективностью.

## **2.2. Геоинформационное представление системы РАС и транспортно-логистической обстановки в акватории Карского моря**

Геоинформационная поддержка управления территориальными системами [109-115] подразумевает пространственную интерпретацию категорий и этапов управления (оценка обстановки, выработка вариантов решения и т. д.), сообщение карте свойств киберактивности. Геомоделирование традиционно включает решение вопросов определения и формирования состава, структуры и содержания соответствующих территориальных моделей [116, 117].

### 2.2.1. Структура геомодели транспортно-логистической обстановки

С учетом наличия включающей в себя параметры системы морских перевозок общей модели обстановки в акватории СМП, содержащей описание геосреды (цифровая или электронная карта, цифровая модель местности, цифровая модель рельефа и т.д.), гражданского флота определяется следующими компонентами и связями (отношениями):

- множеством объектов транспортно-логистической обстановки. Это сами транспортные логистические объекты (или геообъекты – они расположены на поверхности Земли (ПЗ), в акватории, в околоземном пространстве, т.е.

имеют привязку к ПЗ); содержательно – это транспортные суда, портовая инфраструктура, портофлот, морские пути, системы и средства управления морскими грузоперевозками и т.д.;

- отношениями над геообъектами обстановки; это в первую очередь отношения пространственной и содержательной упорядоченности; далее следуют отношения иерархической упорядоченности, функциональной, служебной, оценочной, прикладной и т. п.

Формально модель обстановки  $M_{RAS}$  территориальной системы морских перевозок представляет собой множество составляющих территориальную ситуацию геообъектов (географических, хозяйственных, транспортных) с определенными на них отношениями. Т. е. это множество со структурой:

$$M_{RAS} = (GOB_{RAS}, Rat_{RAS}), GOB_{RAS} \subset (R^m, S_{RAS}^n), m = \overline{2,3}, \quad n \gg m, \quad (2.1)$$

где  $GOB_{RAS}$  – геообъекты;  $Rat_{RAS}$  – отношения над объектами РАС (упорядочивающие отношения);  $R^m$  – физическое (евклидово) пространство;  $S_{RAS}^n$  – многомерное пространство признаков геообъектов и геоструктур РАС (содержательное описание).

Геообъект РАС ( $ГО_{РАС}$ ) характеризуется собственным пространством  $OSp_{GO_{RAS}}$  (пространственная протяженность и конфигурация) и собственным многомерным пространством признаков  $MSSp_{GO_{RAS}}$  (описательные параметры, атрибуты, свойства и характеристики объекта):

$$GOB_{RAS} = (OSp_{GO_{RAS}}, MSSp_{GO_{RAS}}),$$

$$OSp_{GO_{RAS}}: GOB_{RAS} \rightarrow R^m, \quad MSSp_{GO_{RAS}}: GOB_{RAS} \rightarrow S_{RAS}^n, \quad (2.2)$$

где  $OSp_{GO_{RAS}}$  – собственное пространство геообъекта (СПГО<sub>РАС</sub>), характеризующее его геометрическую протяженность, конфигурацию, форму и ориентацию ГО<sub>РАС</sub> в пространстве;  $OSp_{GO_{RAS}}$  – задает территориальные пределы (физические, логические, аналитические) распространения содержания ГО<sub>РАС</sub>;  $MSSp_{GO_{RAS}}$  – собственное пространство признаков ГО<sub>РАС</sub>.

Все геообъекты привязываются (отображаются) к ПЗ и далее к  $R^2$  с помощью математической (картографической) проекции  $Pr_{RAS}$  :

$$\forall Gob_{RAS} \exists Pr_{RAS}: Gob_{RAS} \rightarrow R^2 \text{ (ЗП)}, \quad (2.3)$$

где  $Pr_{RAS}$  – некоторое отображение (проекция)  $ГО_{РАС}$  на ЗП ( $R^2$ ).

Элементы (объекты) обстановки – это боевые, хозяйственные, природные и социальные компоненты геосферы, их целостные сочетания со своими особенностями и характеристиками.  $ГО_{РАС}$  в пространстве задается следующими параметрами:

- *положением* или *местом* в пространстве относительно ЗП. Характерной особенностью геообъектов является их обязательная привязка к поверхности Земли. Эта привязка осуществляется с помощью системы координат;
- *атрибутами* (собственным многомерным подпространством признаков), описывающим сущностные тематические, временные, пространственные и непространственные свойства объекта (наименование, значение глубины, высоты, длины, объема, скорости, цвет, состав и др.); именно атрибуты  $ГО_{РАС}$  оцениваются и сравниваются с помощью различных шкал "измерений" (отношений, интервалов, номиналов и т.д.);
- *формой* (конфигурацией, геометрией), характеризующей пространственную протяженность  $ГО_{РАС}$  – очертание, ориентацию, границы, размерность, поверхность (местность) и др.

В общем случае форма может быть отнесена к пространственным атрибутам (собственному пространству)  $ГО_{РАС}$ . Но здесь она выделяется в самостоятельную категорию для упрощения территориального выражения многомерного подпространства признаков  $ГО_{РАС}$  в ограниченном 2-х или 3-х мерном физическом подпространстве геосреды.

Характер взаимодействия геообъектов в значительной мере зависит от их пространственного расположения по отношению друг к другу.  $ГО_{РАС}$  не существуют вне определенного местоположения в пространстве и вне связей с другими объектами пространства. Положение объектов относительно ЗП

определяется с помощью координат, задаваемых в конкретной системе отсчета. Для характеристики положения объектов в геопространстве ГП используются абсолютные (глобальные) или относительные (местные) координаты.

Как было отмечено выше, геообъекты характеризуются собственным пространством и содержанием ( $GOb_{RAS} = (Sp_{GO_{RAS}}, OS_{GO_{RAS}})$ ), структура которых детализируется на (рис. 2.2).

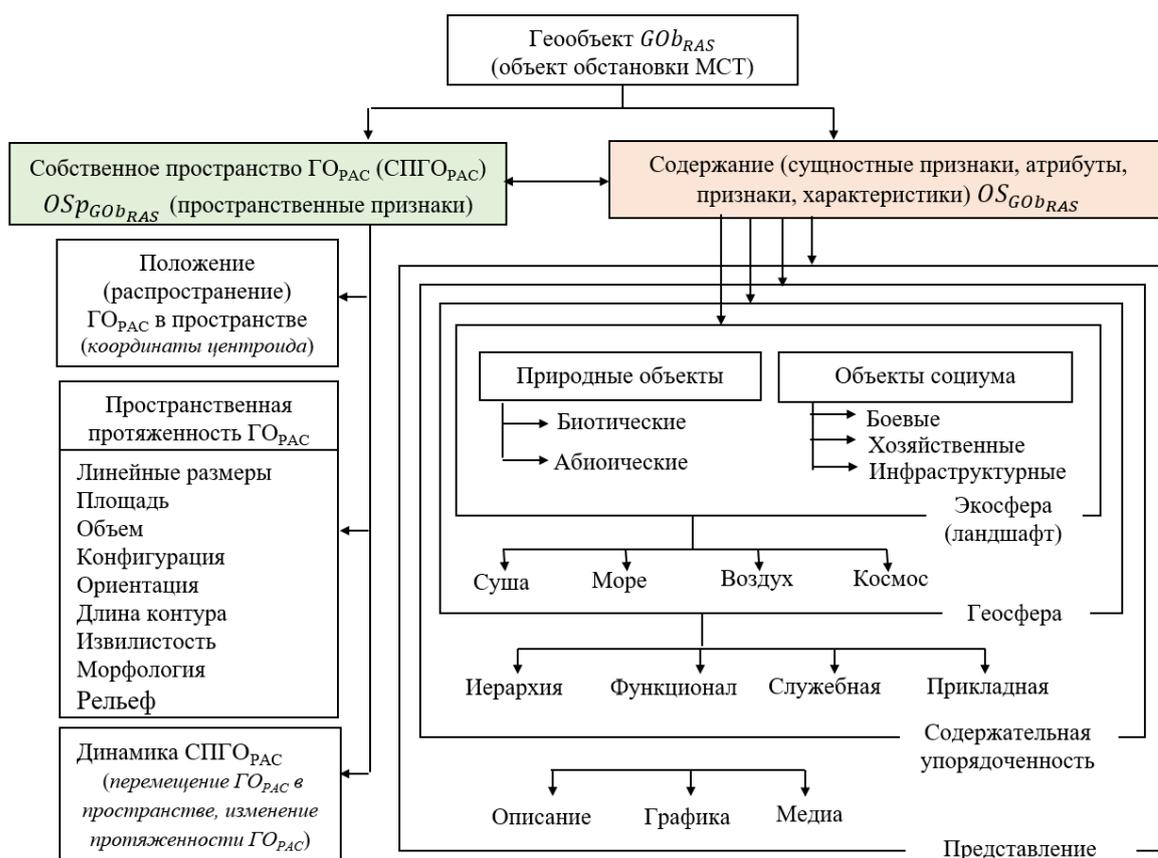


Рис. 2.2. Структура геообъекта.

$SPGO_{RAS}$  характеризуется:

- расположением  $GO_{RAS}$  относительно ПЗ;
- протяженностью (если объект не точечный)  $GO_{RAS}$  в пространстве;
- системной динамикой  $GO_{RAS}$  (изменением с течением времени):
  - местоположения  $GO_{RAS}$  относительно ПЗ;
  - границ протяженности (распространения)  $GO_{RAS}$  в пространстве.

Содержательные параметры  $\Gamma O_{PAC}$  принадлежат многомерному пространству признаков ( $MSSp_{GO_{RAS}} \subset S_{RAS}^n$ ) и характеризуют существенные характеристик его собственного пространства.

С помощью отношений осуществляется структурирование (упорядочение) геопространства. С их помощью множество  $\Gamma O_{PAC}$  суть и становится геопространством. В геопространстве между объектами выделяются отношения реальные (объективные) и идеальные или условно субъективные (табл. 2.1). Группу реально-объективных составляют отношения пространственной и содержательной упорядоченности. Субъективными являются различные оценочные отношения.

$$Rat_{RAS} = \{RSp_{RAS}, RSc_{RAS}, Pr_{RAS}, Ev_{RAS}\}, \quad (2.4)$$

где  $RSp_{RAS}$  – отношения пространственной упорядоченности (ОПУ);  $RSc_{RAS}$  – отношения (предикаты) содержательной упорядоченности (ОСУ);  $Pr_{RAS}$  – реально-объективные отношения проецирования,  $Ev_{RAS}$  – идеально-субъективные отношения – оценки.

Отношения пространственной упорядоченности являются определяющими для геопространства (территории). Они обуславливают территориальную (горизонтальную) структуру ГП (его физического подпространства) для выражения содержания геообъектов и геообразований и служат основой пространственного анализа геоситуации.

Отношения содержательной упорядоченности определяют вертикальную составляющую ГП – многомерное пространство признаков, и играют подчиненную по отношению к территории роль и служат для тематической характеристики горизонтальной составляющей геопространства.

Расстояние наиболее часто применяется для упорядочения пространственных отношений геопространства и территориальной системы «Обстановка» соответственно.

Для многомерных метрических пространств значимой проблемой является снижение размерности пространства (в первую очередь многомерного

пространства содержания) при условии максимального сохранения его информативности (целостности модельных представлений). Эффективным инструментом снижения размерности пространства являются методы топологизации и выравнивания плотности территориального распределения показателя [118].

Отношения территориальной упорядоченности определяют следующие моменты.

1. Характер взаимодействия ГО<sub>РАС</sub> в значительной мере зависит от их пространственного взаимоположения, взаимоотношения. Пространственные связи во многих приложениях отождествляются с понятием расстояния (удаленности).

Расстояние характеризует: степень распространения территориального явления – размеры, площадь, ориентация и др.; силу связи между территориальными явлениями - среднее расстояние между ГО<sub>РАС</sub>, расстояние ближайшего соседства, плотность или концентрация объектов. Чем ближе объекты находятся друг к другу, тем интенсивнее их пространственное взаимодействие, обусловливаемое в первую очередь перемещением ГО<sub>РАС</sub>.

Расстояние является базовой категорией, через которую во многом определяются другие пространственные отношения – граничность, удаленность, взаимодействие и др.

2. Пространственные связи сопряжены с перемещением по территории, которое определяет взаимодействие, циркуляцию, кругооборот, потоки и другие динамические процессы в регионе. Расстояние и связанная с ним конфигурация явлений на ЗП, с одной стороны, определяет движение на территории (в пространстве) с точки зрения удаленности объектов и наличия в регионе препятствий их перемещению. С другой стороны, движение по территории путем переноса материи меняет конфигурацию объектов на ЗП, т.е. расстояние, приводит к понятию функционального расстояния. То есть, движение определяет конфигурацию объектов на ЗП, а конфигурация определяет движение по территории.

Для количественной характеристики ОСУ могут использоваться различные метрики, характеризующие содержательную близость или связность ГО<sub>РАС</sub> (объектов обстановки). Метрические и топологические отношения пространственной и содержательной упорядоченности позволяют выделять основные геоструктуры ГП – георегионы и геосистемы на базе топологических территориальных структур (ТТС) – ТТС взаимного размещения точек, ТТС взаимной смежности, ТТС разнокачественных ареалов и др.

Таблица 2.1. Отношения над объектами обстановки (геопространства) (пример)

Объективные (реальные) отношения					Идеальные (субъективные) отношения – оценки	
Пространственного упорядочения (ОПУ)		Содержательного упорядочения (ОСУ)			Оценка пространства	Оценка содержания
Базовые	Производные	Таксономические	Организационные	Функциональные		
Местоположение	Не соприкасаться	Класс	Руководства	Перемещения	Навигационная б езопасность	Транспортная связность
Удаленность	Не находиться в, на	Род	Подчинения	Использования		
Досыгаемость	Находиться над, под	Вид	Разрешения	Применения	Геополитическая значимость	Социально-экон омическая перспективность
Граничность	Быть напротив	Генетические	Запрещения	Воздействия		
Пересечение	Проходить через	Следования	Утверждения	Наблюдения	Явлений, объектов среды	Явлений, объектов среды
Примыкание	Быть около	Независимости	Взаимодействия	Уклонения	Оценка влияния параметров собственного пространства ГО на параметры их содержания	Оценка влияния содержания ГО на параметры их собственного пространства
Включение	Находиться слева, ..., в	Одномоментности	Таксономические	Преодоления		
Изолированность	Не быть достигаемым	Предшествования	Обеспечения	Противодействия		

### 2.2.2. Состав модели МСТS (обстановки) в территориальной системе воинских морских арктических грузоперевозок

Модель МСТS в первую очередь связывается с географией и гидрографией региона (в ней располагаются и протекают хозяйственные и природные процессы; рис. 2.3), транспортными и груз перевозочными процессами, инфраструктурой. Географо-гидрографическая составляющая обстановки – это территориальная основа, к которой привязываются все остальные составляющие модели обстановки.



Рис. 2.3. Географо-гидрографическое представление Карского моря Арктического региона РФ.

Модель включает следующие подмодели (группы), содержащие параметры и характеристики специальных (отдельных) видов обстановки в РАС.

**1. Навигационно-гидрографические параметры** обстановки (подмодель N) – топография, поле глубин, грунты, батиметрия, средства навигационного оборудования (СНО) (рис. 2.4). Это географическая основа, в которой располагаются силы флота, притекают все хозяйственные (в т. ч. грузоперевозки), природные процессы и явления.

В навигационно-гидрографическую группу параметров включает совокупности величин, характеризующих глубины акватории, грунты, навигационное оборудование театра, береговую линию и прибрежную зону. Данная группа параметров играет значимую роль в общей ситуации, поэтому весовые коэффициенты, соответствующие навигационно-гидрографическим параметрам, устанавливаются повышенными.

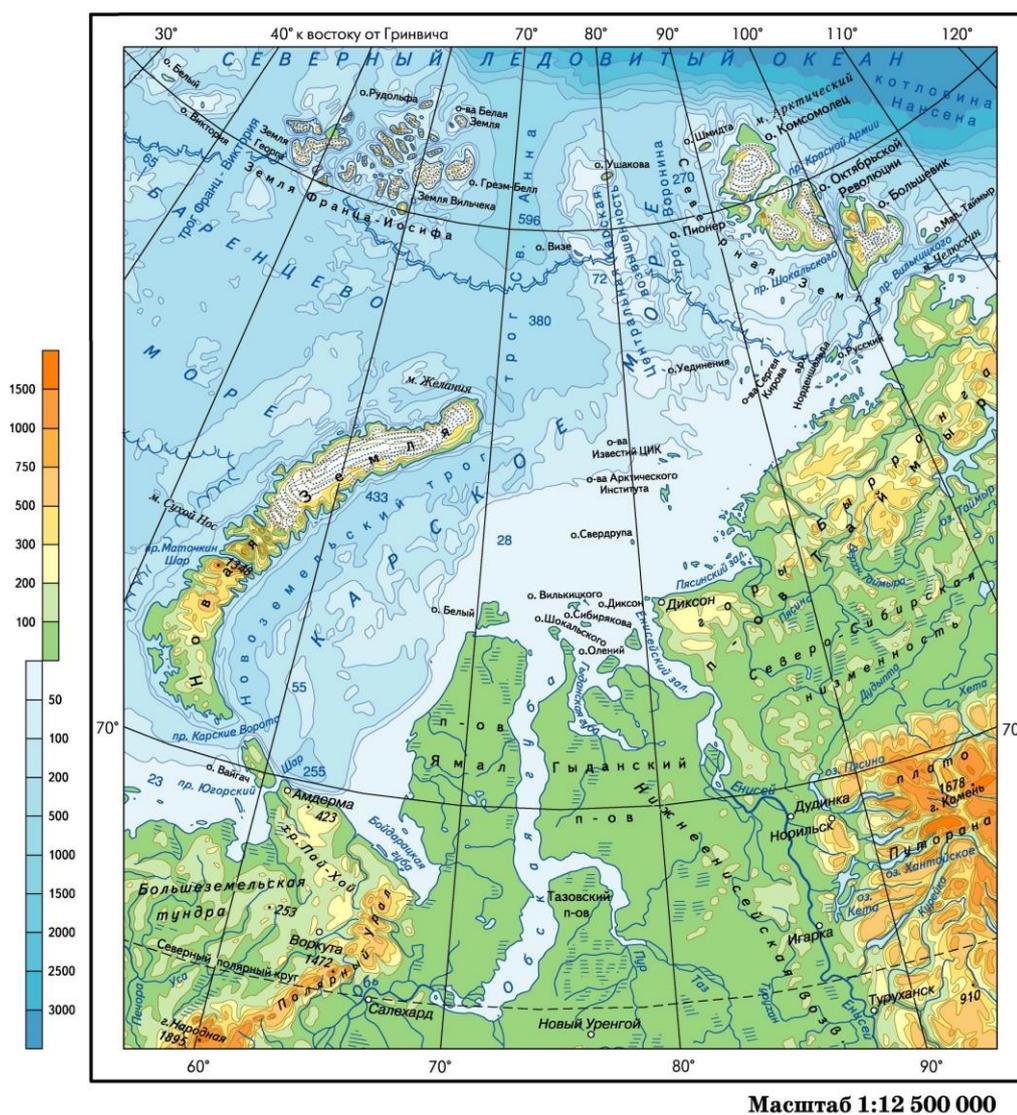
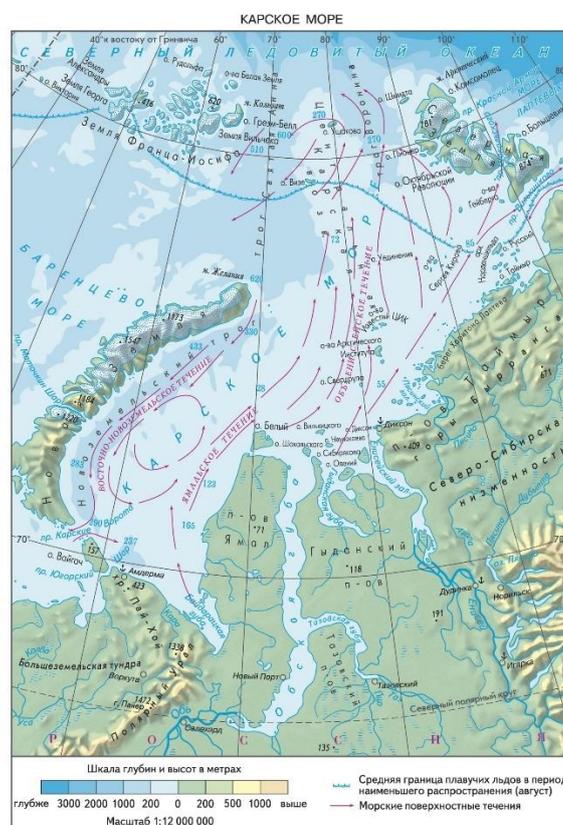
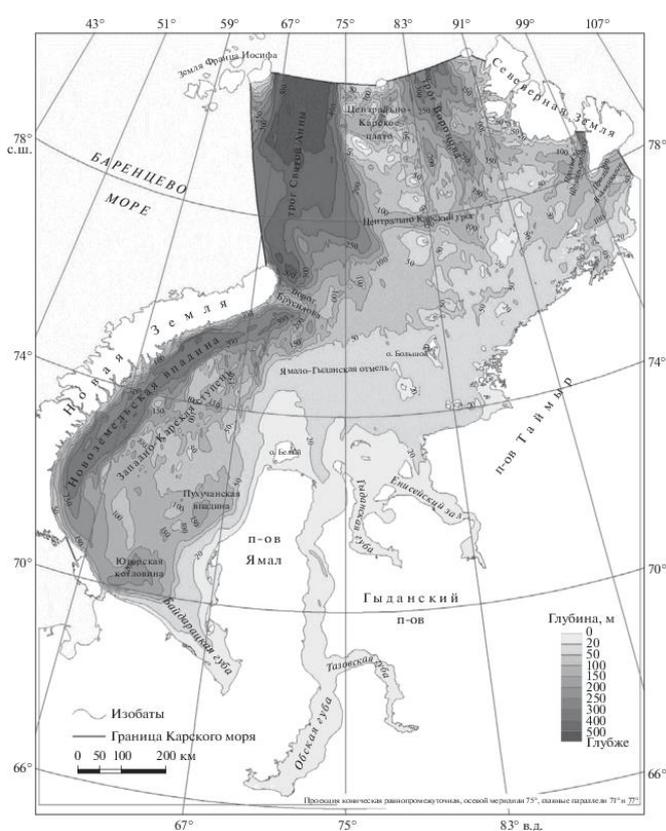


Рис. 2.4. Карта Карского моря.

**2. Гидрометеорологические параметры обстановки** (температура, течения, ветер, осадки, влажность, видимость и т.д.), в т. ч. ледовая обстановка (сплоченность, торосистость, возраст, структура, толщина льда), рис. 2.5

(подмодель А). В гидрометеорологическую группу параметров включаются совокупности величин, характеризующих ветер, течения, температуру, осадки, ледовую обстановку.

Гидрометеорологические параметры представляют собой цифровые оценки погоды в данном регионе, температуру, силу ветра, наличие осадков и т. д. это самая большая по объему группа факторов. Данные параметры имеют высокие весовые коэффициенты, ввиду своей большой изменчивости и значимости для пространства боевой активности (ПБА).



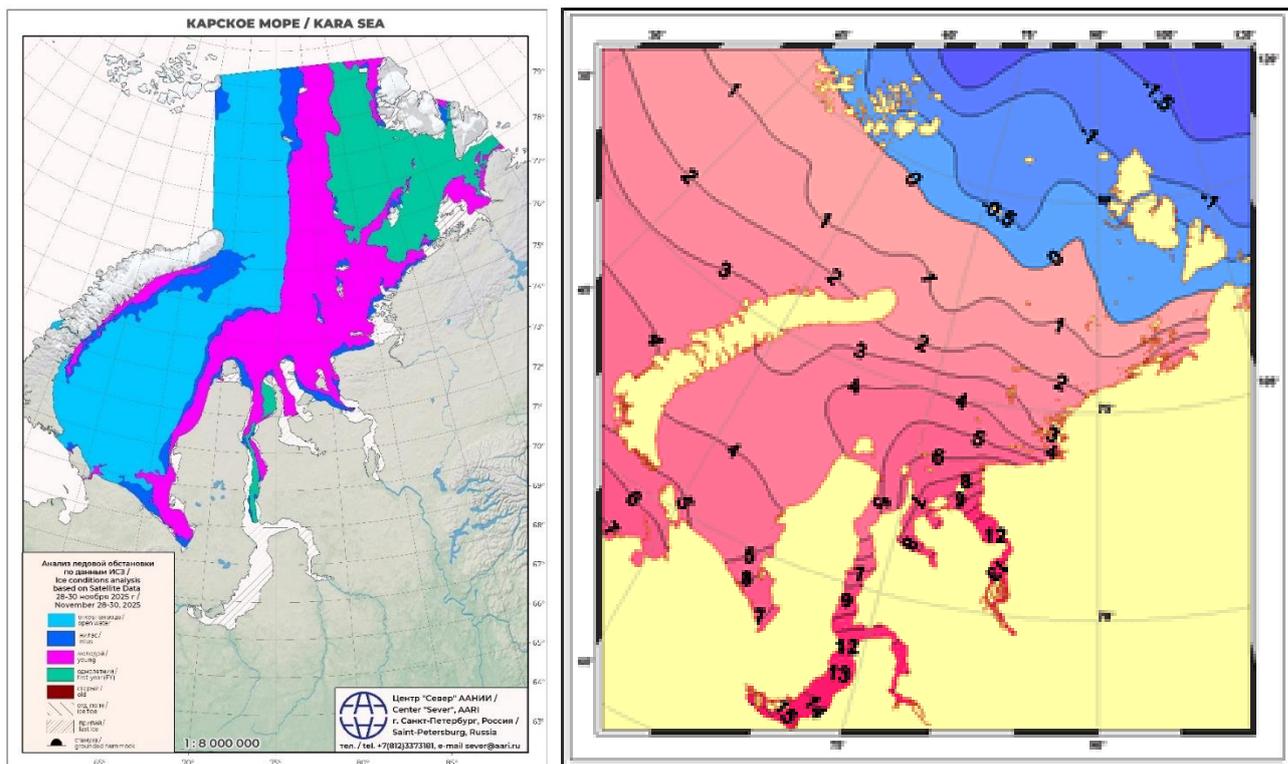


Рис. 2.5. Параметры гидрометеорологической обстановки: глубины, течения, ледовая обстановка, температуры и др. – модель А.

**3. Параметры модели обстановки на основных трассах и путях движения** в акватории СМП (подмодель S) – рис. 2.6. Указанные параметры характеризуют топологию и содержательные характеристики (ледовая и другая гидрометеорологическая и навигационно-гидрографическая обстановка) основных арктических трасс и путей движения в Баренцевом, Карском, Лаптева, Восточно-Сибирском и Чукотском морях. Из-за ледовитости, мелководности акватории СМП и недостаточной гидрографической изученности пути движения кораблей и судов здесь в настоящее время остаются строго лимитированными, и требуют адекватного, оперативного отображения в модели их актуального состояния.

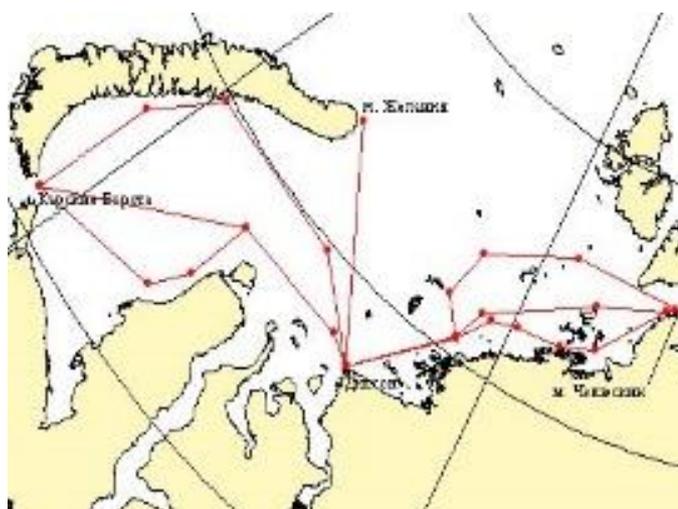


Рис. 2.6. Параметры модели обстановки на основных трассах и путях движения в акватории СМП – модель S.

**4. Параметры территориальной системы базирования флота, портовой инфраструктуры в Карском море (подмодель В) – рис. 2.7.**

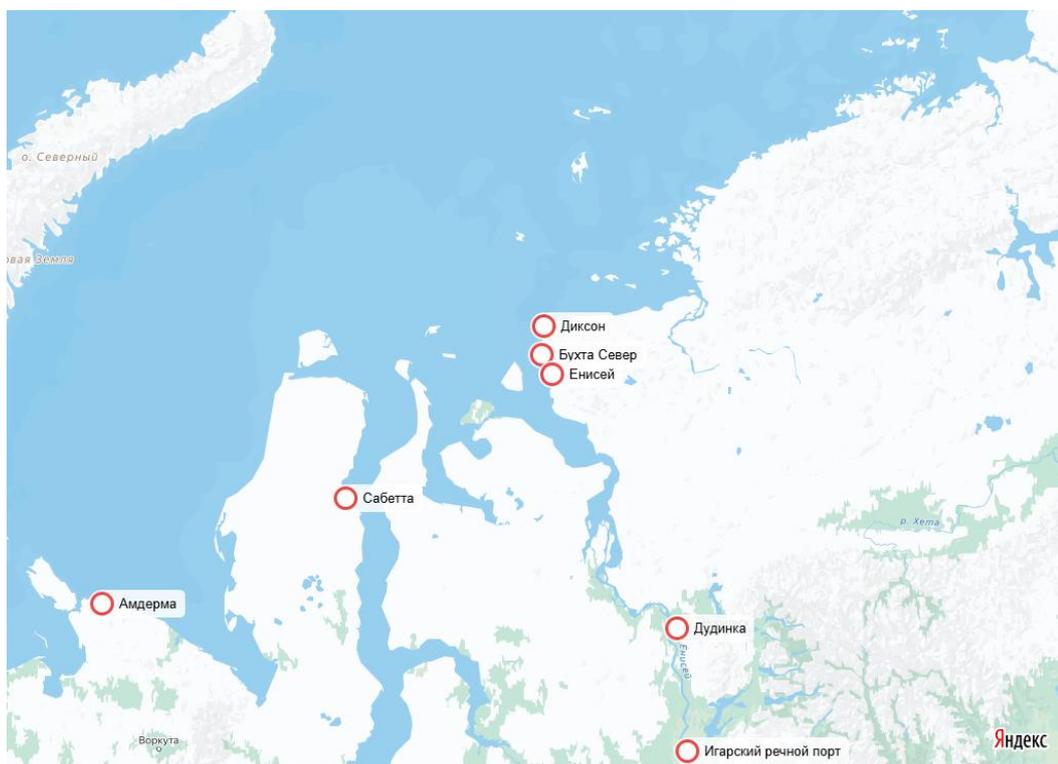


Рис. 2.7. Параметры модели обстановки - территориальной системы портовой инфраструктуры в Карском и др. морях АЗРФ – подмодель В

Параметры характеризуют территориальное распределение объектов военной инфраструктуры в АЗРФ (военные базы, узлы связи, РЛС, ГАС, аэродромы, пункты базирования, войсковые части, подразделения, склады, зоны и рубежи ответственности, связи с другими объектами и т.д.), а также передают их содержательное описание (привязанное к географической локации) – состав, структура, функции и задачи, личный состав, уровень боеготовности, уровень боевых и материальных запасов.

Описывают географическое расположение объектов арктической портовой и морской (добывающие платформы) инфраструктуры и описывают содержательные признаки этих объектов (портофлот, причальный фронт, свободный причальный фронт, предоставляемые услуги, режим плавания, лимитирующие глубины, возможности бункеровки и пополнения запасов, ледовые условия и т.д.).

**5. Параметры территориального распределения судов и транспортных потоков в Карском море (подмодель W) – рис. 2.8.**

Отображают положение судов арктического и транзитного флота, дноуглубительного флота, ПЭБ и МПЭБ в акватории СМП и арктических портах, местах якорных стоянок, пунктах ремонта (СРЗ), на трассах СМП; описывают суда на уровне информационных протоколов АИС. Характеризуют как положение и движение отдельных судов, так и обобщенные параметры арктических транспортных потоков.

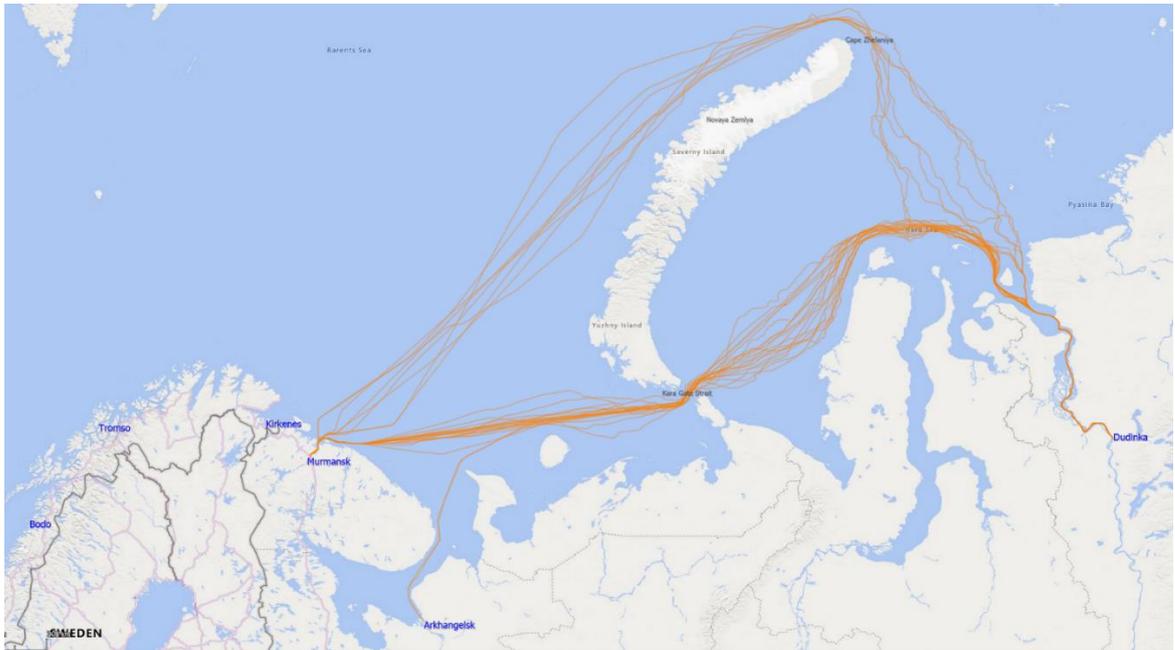


Рис 2.8. Параметры территориального распределения судов и транспортных потоков в акватории АЗРФ

**6. Ситуационно-тактические параметры обстановки (подмодель С)** – формальное описание действий флота (свои) и, закрытые зоны (учения), районы подготовки, опасные или закрытые зоны, районы учений, карантинные зоны, районы якорной стоянки, радиационные могильники (рис. 2.9).

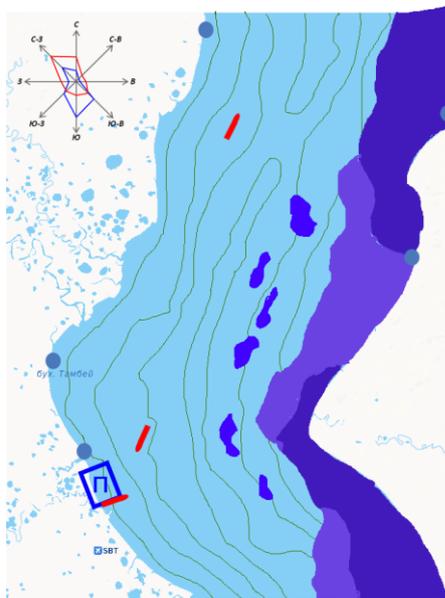


Рис. 2.9 - Элементы тактической обстановки в РД Арктического океанского театра военных действий (пример) – подмодель С

К тактическим относятся факторы, описывающие состояние и функционирование системы морской территориальной активности – расположение и действия флота и противника, зоны прохода других судов, проведение маневров и учений, запретные зоны.

**7. Параметры рискованной обстановки в акватории Карского моря** (подмодель R) – характеристики опасностей, угроз, неопределенностей, формирующих морские риски (рис. 2.10).

Описывают угрозы, опасности, риски (лед мелководье, течения, ветер и т.д.) морскому судоходству в Карском море.

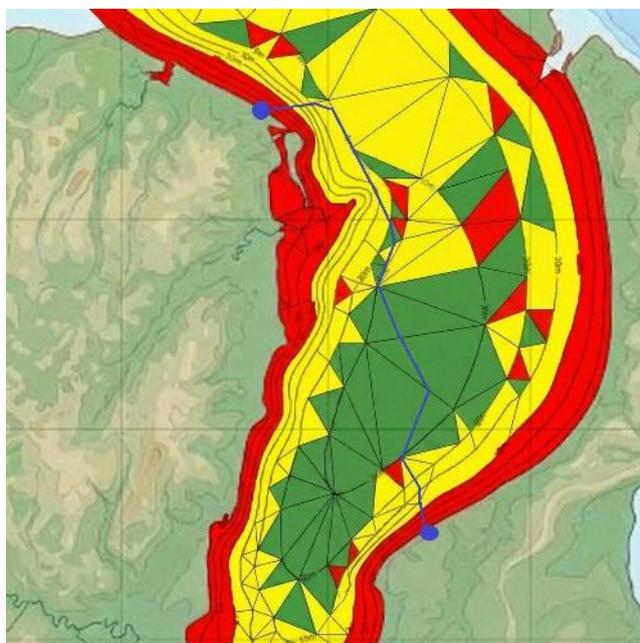


Рис. 2.10. Параметры рискованной обстановки в акватории Карского моря (пример) – подмодель R.

**8. Описание задач, решаемых системой РАС - параметры контроллинговой обстановки** (контроллинговая подмодель Т), решаемые своими силами и противником, установочные контролируемые параметры реализуемого силами флота решения, критерии оценки обстановки (рис. 2.11).

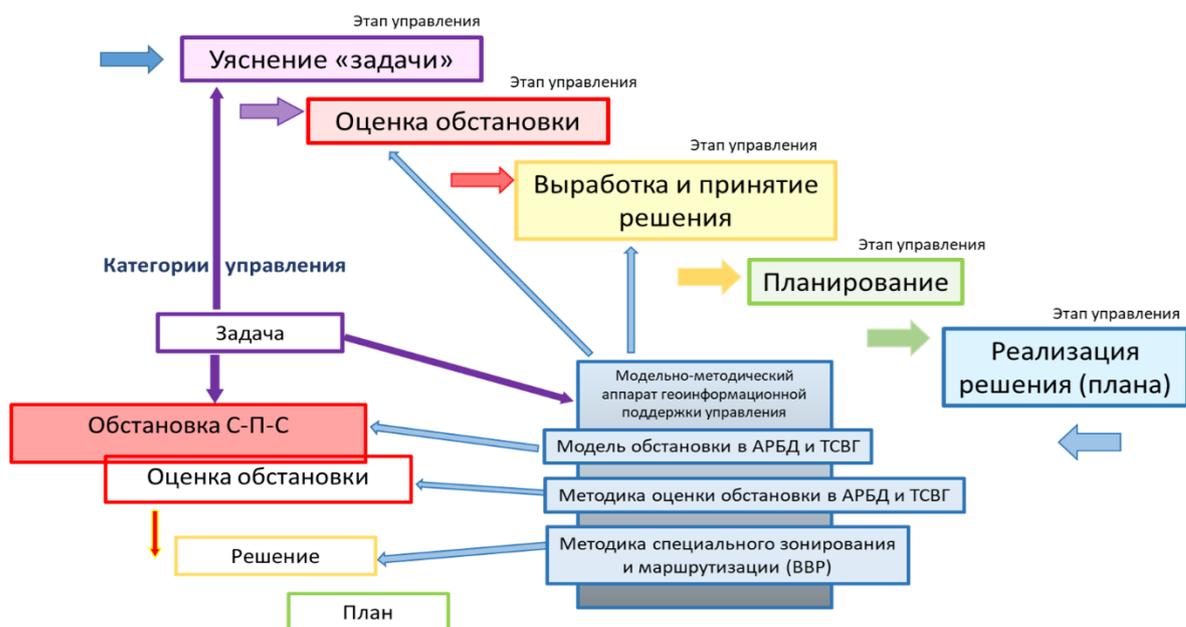


Рис 2.11. Контролинговые параметры ТСГ (решаемые задачи), – модель Т

Оценочно-ситуационные параметры (решаемая задача, параметры реализуемого решения) имеют определяющую управленческую значимость, так как оценка обстановки выполняется, исходя из поставленной или решаемой задачи (или установленного рекомендованного регламента действий в типовой ситуации при решении типовой задачи – из рекомендаций руководящих документов – наставлений, руководств, правил и т.д.). Оценка транспортной ситуации (хотя интуитивно ясно, она направлена на улучшение транспортно-логистической ситуации) также зависит от решаемой задачи, так как она (транспортная задача) детерминирует степень учета факторов обстановки в данное время и в данном месте (локации).

Стоит также заметить, что при анализе обстановки рассматриваемые факторы могут играть как положительную, так и отрицательную роль.

### 2.2.3. Содержание модели территориальной транспортной обстановки в арктической зоне

Базовым элементом модели РАС является акватория (территория), то есть некоторая геоинформационная пространственная структура, включающая

графическое (карта, геоизображение, схема, рисунок, план, ...) и содержательное (описание, текст, таблица, ...) представление объектов обстановки и их пространственных и содержательных отношений (общее пространство региона, собственное пространство геообъектов, многомерное пространство признаков). В пространстве географического представления анализируемой территории (акватории) выделяются составные части - параметры РАС – система базирования, портовая инфраструктура, ФГУ и ВГУ, транспортные средства и т. д.

$MCTS_{RAS}$  - модель общей обстановки в регионе (акватории, РД), в т. ч. и транспортно-логистической ситуации, представляет собой совокупность значений векторов параметров и оценок составляющих факторов обстановки, а также графического отображения территорий (акватории, РД), параметров и соответствующих оценок:

$$MCTS_{RAS} = (N_1, N_2, \dots, N_s, A_1, A_2, \dots, A_k, S_1, S_2, \dots, S_6, B_1, B_2, \dots, B_n, R_1, R_2, \dots, R_m, C_1, C_2, \dots, C_q, W_1, W_2, \dots, W_r, T_1, T_2, \dots, T_p) \quad (2.5)$$

где: N, A, S, B, C, W, R, T – вектора, соответствующие наборам входных параметров обстановки для каждой акватории или территории АЗРФ (ФГУ и хГУ, навигация, гидрометеоданные, тактическая ситуация, задачи, оценки, порты, базы, ...).

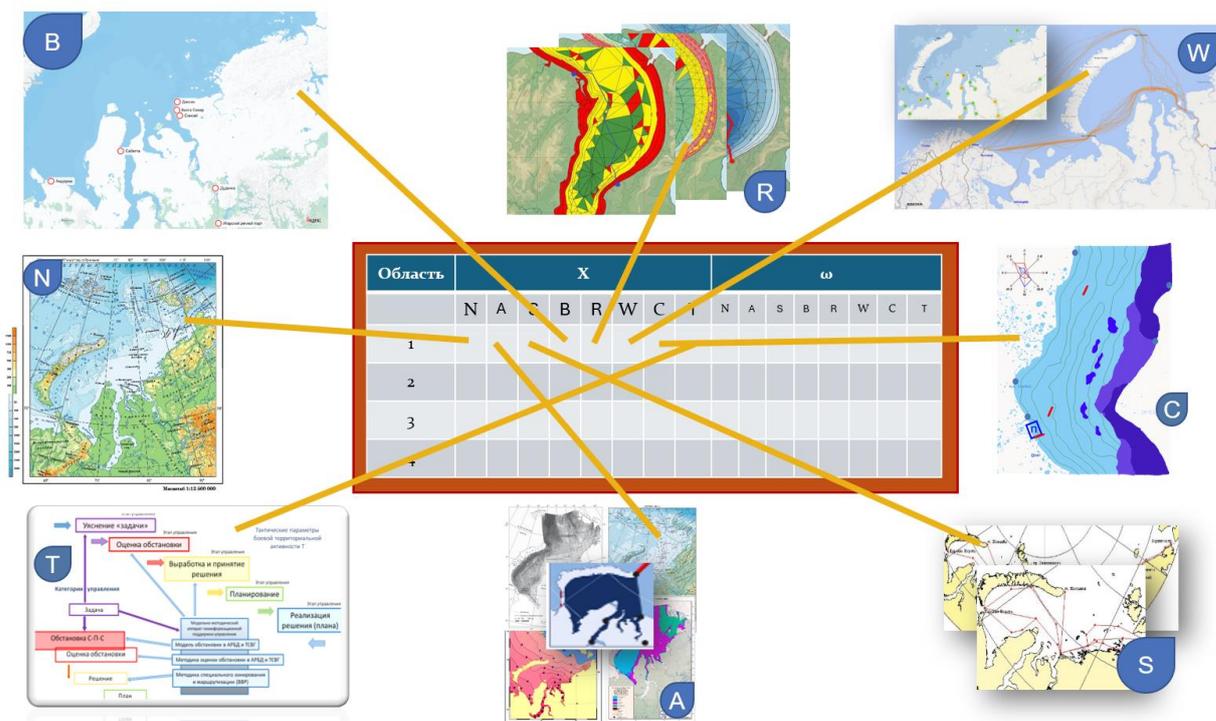


Рис. 2.12 – Содержание модели  $MCTS_{RAS}$  (обстановки).

В модели  $MCTS_{RAS}$  (рис. 2.12):

- N – навигационно-гидрографические параметры обстановки,  $N_1, N_2, \dots, N_s$ ;
- A – гидрометеорологические параметры обстановки,  $A_1, A_2, \dots, A_k$ ;
- S – параметры обстановки на основных трассах и путях движения в акватории СМП,  $S_1, S_2, \dots, S_6$ ;
- B – параметры территориальной системы базирования сил, войск и флота в АЗРФ,  $B_1, B_2, \dots, B_n$ ;
- W – параметры территориального распределения судов и транспортных потоков на СМП,  $W_1, W_2, \dots, W_r$ ;
- R – параметры рискованной обстановки в акватории СМП,  $R_1, R_2, \dots, R_m$ ;
- C – ситуационно-тактические параметры обстановки,  $C_1, C_2, \dots, C_q$ ;
- T – контроллинговые параметры РАС (решаемые задачи),  $T_1, T_2, \dots, T_p$ .

Транспортно-логистическая составляющая  $TTS_{RAS}$  (рис. 2.13) общей модели обстановки в арктической ТСВГ включает непосредственно данные о береговой транспортной инфраструктуре морского транспорта и описание плавсредств арктического флота РФ (п. 1.2.3, 1.3.1):

$$TTS_{RAS} = (S, B, W). \quad (1.13)$$



Рис 2.13. Топология связей транспортно-логистической подмодели  $TTS_{RAS}$  с подмоделями общей обстановки в арктической РАС MCTS.

Являясь упорядоченным подмножеством общей транспортно-территориальной ситуации MCTS,  $TTS_{RAS}$  коррелирует с данными об окружающей среде (подмодели N, A, S), о тактической обстановке (подмодель С), поставленных (решаемых) ТСП задачах (подмодель Т), образуя с ними прямые и обратные связи (рис. 2.13).

Следует отметить, что с моделью окружающей среды (ОС)  $E_{nRAS}$ :

$$E_{nRAS} = (N, A, S) \quad (1.14)$$

транспортно-логистическая модель  $TTS_{RAS}$  связана как прямыми, так и обратными отношениями. ОС оказывает прямое воздействие на обстановку в РАС, обуславливая возможность (или степень возможности) осуществления морских транспортных логистических операций в АЗРФ (лед, глубины, течения, ветер, видимость, температура, СНО и т. д.). В то же время элементы  $TTS_{RAS}$  могут

непосредственно влиять на навигационно-гидрографическую и гидрометеорологическую обстановку, а также ситуацию на путях и трассах СМП посредством:

- как источник повышенной техногенной опасности - загрязнение ОС, что может затруднять или исключать нахождение транспортных средств и сил флота в опасных в экологическом отношении зонах;
- ограничивать или исключать безопасное судоходство при посадке судна на мель или в результате столкновений или аварий плавсредств, блокируя судоходство на ограниченных арктических путях, лимитированных ледовыми полями и малыми глубинами акватории СМП.

С моделями тактической обстановки (S) и оперативного контролинга (T) модель  $TTS_{RAS}$  связана также прямыми и обратными отношениями. Прямое влияние тактической ситуации и контролинговых императивов (задача, оценки) очевидно, т. к. воинские грузоперевозки в АЗРФ организуются для формирования и поддержания требуемого оперативного режима в мирное время, и для тылового и технического обеспечения операций флота в период боевых действий. Опосредованное влияние состояния  $TTS_{RAS}$  проявляется в форме учета состояния транспортной системы при оценке обстановки как ее значимого активного элемента (особенно при мобильном тыловом и техническом обеспечении сил флота в составе конвоев и ордеров). А также в «сверхнормативном, запредельном, угрожаемом» использовании элементов РАС при категорически безусловных требованиях обстановки или поставленных вышестоящим командованием задач («погибай, но выполняй»).

При разработке модели  $TTS_{RAS}$  учитывались требования СУБД (пространственных данных) к размещению больших объемов динамической информации [119], а также рекомендации по формализации данных для обработки с помощью ИНС [120].

Параметры составляющих подмоделей  $TTS_{RAS}$  задаются аналитически или параметрически, отображаются на специальных картах и в цифровых массивах

геопространственной информации. Т. е., Источником данных для информационного наполнения модели  $TTS_{RAS}$  являются:

- оперативные данные, полученные при решении задачи освещения обстановки в ТСВГ, в т. ч. от систем территориального геоситуационного мониторинга;
- материалы ранее выполненных исследований (режимная НГГМ-информация);
- данные по результатам расчетов и моделирования;
- полученные из донесений подчиненных сил флота (войск), а также тех инстанций, освещение обстановки в которых осуществляется по территориальному принципу.

### **2.3. Аналитические зависимости расчета параметров компонентов модели РАС**

Для определения количественных параметров компонентов модели РАС (рисков) используются следующие аналитические зависимости.

#### **2.3.1. Математическая модель оценки параметрических георисков**

Математическая модель оценки параметрических георисков базируется на понятии параметр, с помощью которого описывается изменение геоданных таких как: сила ветра, направление ветра, уровень водной поверхности, и другие. Величина этих параметров влияет на организацию судоходства в акваториях. В большинстве случаев параметры описываются случайными процессами (рис. 2.14). Тогда под параметрическим геориском будем понимать вероятность выхода параметра за установленные границы в установленный промежуток времени.



Рис. 2.14. Пример изменения параметра (уровень водной поверхности) от времени.

### 2.3.1.1. Определение верхней и нижней границы оценки георисков.

Пусть случайный процесс описывается одним параметром  $X(t)$ . Определим границы за который не должен выходить случайный процесс:  $D(t) = [a(t), b(t)]$ . Введём вероятность невыхода случайного процесса из  $D(t)$  на интервале времени  $[0, t_f]$  при заданном начальном условии (далее вероятность невыхода):

$$P(t_f | x_b) = P\{X(\tau) \in D(\tau), \forall \tau \in [0, t_f], X(0) = x_b\} \quad (2.5)$$

Где  $t_f$  – данный момент времени,  $x_b$  – значение параметра в начальный момент времени.

Для получения точного значения  $P(t_f | x_b)$  необходимо знать множество  $F_k$  для всех конечномерных распределения случайного процесса  $X(t)$ :

$$F_k(x_1, \dots, x_k | t_1, \dots, t_k) = P\{x(t_1) < x_1, \dots, x(t_k) < x_k\}$$

Получить все  $F_k$  практически невозможно поэтому имеет смысл ввести оценку  $P(t_f | x_b)$ . Введём верхнюю границу  $P^*(t_f | x_b)$  и нижнюю границу  $P_*(t_f | x_b)$  оценки вероятности невыхода (далее верхняя и нижняя оценка соответственно), которые подчиняются следующим неравенствам:

$$0 \leq P_*(t_f | x_b) \leq P(t_f | x_b) \leq P^*(t_f | x_b) \leq 1 \quad (2.6)$$

Сразу оговорим, что условный риск  $Q(t_f|x_b)$  выхода процесса за заданную границу на интервале времени  $[0, t_f]$  (далее риск) определяется, как условная вероятность выхода случайного процесса за границу  $D(t)$  на интервале времени  $[0, t_f]$ . Поэтому определим риск через вероятность невыхода следующим образом:

$$Q(t_f|x_b) = 1 - P(t_f|x_b) \quad (2.7)$$

Верхняя граница  $Q^*(t_f|x_b)$  и нижняя граница  $Q_*(t_f|x_b)$  оценки риска вычисляются через верхнюю и нижнюю оценку следующим образом:

$$\begin{aligned} Q^*(t_f|x_b) &= 1 - P_*(t_f|x_b) \\ Q_*(t_f|x_b) &= 1 - P^*(t_f|x_b) \end{aligned} \quad (2.8)$$

В данной работе интерес представляет риск и его оценки, однако он имеет прямую линейную зависимость от вероятности невыхода. Поэтому далее будет подробно рассмотрена именно вероятности невыхода.

Теперь вновь обратимся к определению (2.5). Сначала разобьём интервал  $[0, t_f]$  на  $M$  частей и введём следующие параметры:  $\Delta t = \frac{t_f}{M+1}$ ;  $t_i = t_{i-1} + \Delta t$ ;  $t_0 = 0$ ;  $t_M = t_f$ ;  $i = \overline{1, M}$ ;  $A_i = \{X(\tilde{t}_i) \in D(\tilde{t}_i)\}$ ,  $\tilde{t}_i \in (t_{i-1}, t_i]$ ;  $A_0 = \{X(0) \in D(0)\}$ ;  $A_M = \bigcap_{i=0}^M A_i$ . Тогда полную вероятность невыхода случайного процесса за заданные границы на промежутке времени  $[0, t_f]$  можно записать через новые параметры следующим образом:

$$P(t_f) \equiv P\{X(\tau) \in D(\tau), \forall \tau \in [0, t_f]\} = \lim_{M \rightarrow \infty} P\left(\bigcap_{i=0}^M A_i\right) \quad (2.9)$$

Вероятность невыхода через новые параметры будет иметь следующий вид:

$$P(t_f|x_b) = \lim_{M \rightarrow \infty} P(A_M|A_0) \quad (2.10)$$

Легко показать, что справедливо следующее неравенство:

$$P(A_j|A_0) \geq P\left(\bigcap_{i=1}^M A_i | A_0\right), \forall j = \overline{1, M} \quad (2.11)$$

Осуществляя предельный переход в (2.11) и учитывая равенство (2.10), получим верхнюю оценку:

$$P^*(t_f|x_b) = \min_{\theta \in [0, t_f]} \int_{D(\theta)} F_1(x|x_b) dx \quad (2.12)$$

Можно заметить, что верхняя оценка определяется только через одномерную функцию плотности вероятности.

Следующим будет рассмотрен способ нахождения нижней границы. Рассмотрим более внимательно полную вероятность  $P(A) = P(\bigcap_{i=0}^M A_i)$ , которая может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_0 A_1 \dots A_{m-1}) P(A_m | A_0 A_1 \dots A_{m-1}) = \\ &= P(A_0 A_1 \dots A_{m-1}) (1 - P(\overline{A_m} | A_0 A_1 \dots A_{m-1})) = \\ &= P(A_0 A_1 \dots A_{m-1}) - P(A_0 A_1 \dots \overline{A_m}) = \\ &= P(A_0 A_1) - P(A_0 A_1 \overline{A_2}) - P(A_0 A_1 A_2 \overline{A_3}) - \dots - P(A_0 A_1 \dots \overline{A_m}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Где  $\overline{A_j} = \{X(\tilde{t}_j) \notin D(\tilde{t}_j)\}$ . Так как планируем получить оценку снизу, то оставим коэффициенты с тремя и двумя пересечениями вида  $A_0 A_{i-1} \overline{A_i}$ . Рассмотрим следующий коэффициент:

$$P(A_0 A_1 \dots \overline{A_i}) = P(A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) - P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{i-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) \quad (2.14)$$

Если оставить в уравнении (2.13), с учётом уравнения (2.14), только двойные и тройные пересечения, то получим следующее неравенство:

$$P(A) \geq P(A_0 A_1) - P(A_0 A_1 \overline{A_2}) - \dots - P(A_0 A_{m-1} \overline{A_m}) \quad (2.15)$$

Из (2.15) легко найти неравенство для условной вероятности:

$$\begin{aligned} P(A|A_0) &\geq P(A_1|A_0) - P(A_1 \overline{A_2}|A_0) - \dots - P(A_{m-1} \overline{A_m}|A_0) = \\ &= P(A_1|A_0) - \sum_{i=2}^M P(A_{i-1} \overline{A_i}|A_0) \end{aligned} \quad (2.16)$$

При предельном переходе ( $M \rightarrow \infty$ ) получим из (2.16), учитывая, что при предельном переходе  $P(A_1|A_0) = 1$  (т.е. в начальный момент времени начальное условия принадлежат промежутку), получим:

$$P(t_f|x_b) \geq 1 - \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_0^{t_f} P\{X(t) \in D(t), X(t+\tau) \notin D(t+\tau) | X(0) = x_b\} dt \quad (2.17)$$

Аналогичными рассуждениями найдём нижнюю оценку для распределений с 2, 3, ..., S мерными функциями распределения. Рассмотрим второе слагаемое уравнения (10):

$$P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) = P(A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) P(\overline{A_1} \dots \overline{A_{l-2}} | A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) \quad (2.18)$$

Используем закон де Моргана на втором множителе в (2.18), используем теорему сложения вероятностей и получим:

$$\begin{aligned} P(\overline{A_1} \dots \overline{A_{l-2}} | A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) &= P(\overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} \cup \overline{A_{l-2}} | A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) = \\ &= P(\overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} | A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) + P(\overline{A_{l-2}} | A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) - \\ &\quad - P(\overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} \cap \overline{A_{l-2}} | A_0 A_{i-1} \overline{A_i}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Подставляем (2.19) в (2.18) и получаем:

$$\begin{aligned} P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) &= P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-1} \overline{A_i}) + P(A_0 \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) - \\ &\quad - P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} \cdot \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Обратим внимание на последнее слагаемое уравнения (2.20):

$$\begin{aligned} P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} \cdot \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) &= P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-1} \overline{A_i}) \cdot \\ &\cdot P(\overline{A_{l-2}} | A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-1} \overline{A_i}) = P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-1} \overline{A_i}) \cdot \\ &\cdot (1 - P(A_{i-2} | A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-1} \overline{A_i})) = P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-1} \overline{A_i}) - \\ &\quad - P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-2} A_{i-1} \overline{A_i}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Получим окончательное выражение для (2.18), подставив (2.21) в (2.20) и сократив одинаковые слагаемые:

$$P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) = P(A_0 \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) + P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-3}} A_{i-2} A_{i-1} \overline{A_i}) \quad (2.22)$$

Проделав аналогичные рассуждения для S мерных распределений, получим следующее для (2.22):

$$\begin{aligned} P(A_0 \overline{A_1} \dots \overline{A_{l-2}} A_{i-1} \overline{A_i}) &= \sum_{j=2}^{S-1} P\left(A_0 \overline{A_{l-j}} \left(\bigcap_{k=i-(j-1)}^{i-1} A_k\right) \overline{A_i}\right) + \\ &\quad + \sum_{j=2}^{S-1} P\left(A_0 \left(\bigcap_{k=1}^{l-(j+1)} A_k\right) \left(\bigcap_{k=i-j}^{i-1} A_k\right) \overline{A_i}\right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Далее необходимо подставить (19) в (10) получим:

$$P(A_0 A_1 \dots \bar{A}_i) = \left( P(A_0 A_{i-1} \bar{A}_i) - \sum_{j=2}^{S-1} P \left( A_0 \bar{A}_{i-j} \left( \bigcap_{k=i-(j-1)}^{i-1} A_k \right) \bar{A}_i \right) \right) - \sum_{j=2}^{S-1} P \left( A_0 \left( \bigcap_{k=1}^{i-(j+1)} A_k \right) \left( \bigcap_{k=i-j}^{i-1} A_k \right) \bar{A}_i \right) \quad (2.24)$$

Для получения нижней оценки для S мерных распределений необходимо: в уравнение (2.13) подставить уравнение (2.24) и пренебречь всеми последними слагаемыми в уравнении (2.24), тогда после некоторых несложных преобразований получим:

$$P(A|A_0) \geq P(A_1|A_0) - \left( \sum_{i=2}^M P(A_{i-1} \bar{A}_i | A_0) - \sum_{j=2}^{S-1} \sum_{i=j+1}^M P \left( A_0 \bar{A}_{i-j} \left( \bigcap_{k=i-(j-1)}^{i-1} A_k \right) \bar{A}_i | A_0 \right) \right) \quad (2.25)$$

При предельном переходе в неравенстве (2.25) в итоге получаем выражение для нижней оценки:

$$P_*(t_f | x_b) = 1 - \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left( \int_0^{t_f} \omega_1(t, \tau | x_b) dt - \sum_{i=2}^{S-1} \int_0^{t_f} \omega_i(t, \tau | x_b) dt \right) \quad (2.26)$$

Где

$$\omega_1(t, \tau | x_b) = P\{X(t) \in D(t), X(t + \tau) \notin D(t + \tau) | X(0) = x_b\}$$

$$\omega_i(t, \tau | x_b) = P\{X(t) \notin D(t), X(t + \tau) \in D(t + \tau), \dots, X(t + i\tau) \notin D(t + i\tau) | X(0) = x_b\}$$

### 2.3.1.2. Верхняя и нижняя границы оценки для нормального процесса.

Рассмотрим подробно нахождение верхней и нижней оценки для случая нормального распределения. Введём следующие параметры нормального распределения:  $m(t)$  – математическое ожидание;  $\sigma(t)$  – среднеквадратичное отклонение;  $\rho(t_1, t_2)$  – автокорреляционная функция;  $D(t) = [a(t), b(t)]$  – поле допуска (граница). Двумерная условная плотность вероятности нормального распределения будет иметь следующий вид:

$$F_1(x|x_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t)\sqrt{1-\rho^2(0,t)}} \cdot \exp\left(-\frac{\left(x - \mu(t) - \frac{\sigma(t)}{\sigma(0)}\rho(0,t)(x_b - \mu(0))\right)^2}{2(1-\rho^2(0,t))\sigma^2(t)}\right) \quad (2.27)$$

Подставляем (2.27) в (2.12) получим следующую оценку:

$$P^*(t_f|x_b) = \min_{\theta \in [0, t_f]} \left( \Phi\left(\frac{b(\theta) - m(\theta) - \frac{\sigma(\theta)}{\sigma(0)}\rho(0,\theta)(x_b - m(0))}{\sigma(\theta)\sqrt{1-\rho^2(0,\theta)}}\right) - \Phi\left(\frac{a(\theta) - m(\theta) - \frac{\sigma(\theta)}{\sigma(0)}\rho(0,\theta)(x_b - m(0))}{\sigma(\theta)\sqrt{1-\rho^2(0,\theta)}}\right) \right) \quad (2.28)$$

Где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$$

Нижняя граница оценки, полученная в работе [31] для  $S = 3$ , имеет вид:

$$P_*(t_f|x_b) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho(0,t_f))}} \int_0^{t_f} |W(t|x_b)| dt \quad (2.29)$$

Где

$$W(t|x_0) = (\gamma'(t) + g'(t) \cdot \gamma(t)) \cdot \exp\left(-\frac{(\gamma(t))^2}{2}\right) - (\eta'(t) + g'(t) \cdot \eta(t)) \cdot \exp\left(-\frac{(\eta(t))^2}{2}\right)$$

$$\gamma(t) = (a(t) - m(t)) \frac{1}{\sigma(t)} - \rho(0,t_f) \cdot (x_b - m(0)) \cdot \frac{1}{\sigma(0)}$$

$$\eta(t) = (b(t) - m(t)) \frac{1}{\sigma(t)} - \rho(0,t_f) \cdot (x_b - m(0)) \cdot \frac{1}{\sigma(0)}$$

$$g(t, t + \tau) = \frac{1}{\rho(t, t + \tau)}; \quad g'(t) = \left. \frac{dg(t, t + \tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0}$$

В работах [121, 122] было проведено сравнение нижней границы оценки  $P_*(t_f)$  с точным значением  $P(t_f)$  в зависимости от глубины  $(t_f - t_0)$  прогнозирования. Исследовалось относительное отклонение  $\delta_*(t_f) = \frac{P(t_f) - P_*(t_f)}{P(t_f)}$  в зависимости от времени прогнозирования. Было выяснено, что для относительно долгосрочного прогнозирования гауссовского процесса  $\delta_*(t_f)$  не превышает значения в 0,1. Для улучшения долгосрочного прогнозирования гауссовского процесса в данной работе будет рассмотрена следующая поправка в правой части уравнения (2.9) для  $S = 4$ .

Введём два следующих обозначение:

$$H_3(t_f | x_b) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_0^{t_f} \omega_3(t, \tau | x_b) dt \quad (2.30)$$

$$\mathfrak{R}_3(t, \tau | x_b) = \frac{1}{\tau} \omega_3(t, \tau | x_b) \quad (2.31)$$

Рассмотрим, как определяется  $\omega_3(t, \tau | x_b)$ :

$$\omega_3(t, \tau | x_b) = P\{X(t) \in D(t), X(t + \tau) \in D(t + \tau), X(t + 2\tau) \in D(t + 2\tau), X(t + 3\tau) \in D(t + 3\tau) | X(0) = x_b\} \quad (2.32)$$

Подробный вывод верхней и нижней границы оценки рисков для (2.30) и нахождение общего уравнения (2.26) для  $S = 4$  приведены в Приложении А параграф А1 [123-125]. Далее приведём только окончательный результат для верхней оценки рисков и пояснения к ней.

Верхнюю границу оценки риска можно задать следующим образом:

$$Q^*(t_f | x_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1 - \rho_f^2)}} \int_0^{t_f} \left| W(t | x_b) - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{1 - \rho_f^2}{1 - \rho^2}} \cdot U(t | x_b) \right| dt \quad (2.33)$$

Где введены следующие обозначения:

$$\rho = \rho(0, t), \rho_f = \rho(0, t_f), \partial\beta = \frac{d\beta(t | x_b)}{dt}, \partial\alpha = \frac{d\alpha(t | x_b)}{dt}$$

$$\begin{aligned}
W(t|x_b) &= (\partial\beta + g'(t) \cdot \beta) \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) - (\partial\alpha + g'(t) \cdot \alpha) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}\right) \\
U(t|x_b) &= \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot \left(-\partial\beta + \sqrt{2}\eta v \cdot \beta + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) - \\
&\quad - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot \left(-\partial\alpha + \sqrt{2}\eta v \cdot \alpha - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) \\
\alpha &= \alpha(t|x_b) = (a(t) - m(t)) \frac{1}{\sigma(t)} - \rho(0, t) \cdot (x_b - m(0)) \cdot \frac{1}{\sigma(0)} \\
\beta &= \beta(t|x_b) = (b(t) - m(t)) \frac{1}{\sigma(t)} - \rho(0, t) \cdot (x_b - m(0)) \cdot \frac{1}{\sigma(0)} \\
g &= \frac{1}{\rho(t, t + \tau)}; \quad g'(t) = \left. \frac{dg(t, t + \tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0}, \quad \eta = -2\partial\rho_{tt}, \quad \partial\rho_{tt} = \left. \frac{\partial}{\partial s} (\rho(t, s)) \right|_{s=t} \\
v &= d_1 + d_2 - d_3, \quad d_i = \sum_{j=0}^3 v_{ij}, \quad \delta = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij}, \quad c_0 = \sum_{i=1}^3 \sqrt{i} \approx 4,146
\end{aligned}$$

Обозначения имеют следующий смысл:  $X(t)$  – случайный параметр (геопараметр), который может характеризовать геопроцесс, например, уровень водной поверхности;  $\rho$  – автокорреляционная функция, которая описывает взаимосвязь геориска в данный момент с геориском в предыдущий момент времени;  $[a(t), b(t)]$  – заданный промежуток (может зависеть от времени), за который должен выйти геопараметр  $X(t)$ ;  $m(t)$  – математическое ожидание (среднее значение) случайного процесса;  $\sigma(t)$  – среднеквадратическое отклонение случайного процесса, которое показывает, насколько сильно отдельные значения отличаются от среднего;  $x_b$  – значение параметра в начальный момент времени, который должен принадлежать промежутку  $[a(0), b(0)]$ . Уравнение (2.33) даёт возможность оценить параметрический геориски невыхода параметра за заданные границы для большого периода времени.

Данный мат аппарат оценок рискованных геоситуаций в акватории Арктики разработан на основе математические закономерностей в геосреде (рисковая арктической акватории).

### 2.3.2. Основные математические закономерности в геосреде (рисковой арктической акватории)

Геофизика представляет собой комплексную науку, изучающую физические процессы, происходящие в различных оболочках Земли. Особое значение в этой области имеют физико-математические модели жидкостей, позволяющие описывать и прогнозировать поведение флюидов в природных условиях. Так же данные уравнения позволяют описать уровень воды в разных акваториях.

Для описания модели используются уравнение неразрывности, уравнения Навье-Стокса и уравнения состояния [126, 127]. Уравнение неразрывности выражает закон сохранения массы жидкости. Уравнения Навье — Стокса описывают движение вязкой ньютоновской жидкости. Данные уравнения представляют собой три скалярных дифференциальных уравнения, выражающих баланс импульса для вязкой жидкости (обобщение второго закона Ньютона). Уравнения состояния устанавливает зависимость плотности жидкости от давления и температуры.

#### *2.3.2.1. Уравнение Навье — Стокса для несжимаемой жидкости.*

В общем виде уравнение Навье — Стокса имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{\rho} \mathbf{f}$$

Где  $\mathbf{u}$  – вектор скорости жидкости в точке  $(x, y, z)$ ,  $\rho$  – плотность жидкости,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  – тензор напряжений Коши,  $\nabla$  – оператор набла,  $\nabla \cdot$  – дивергенция,  $\mathbf{f}$  – внешняя сила, действующая на жидкость,  $t$  – время. Можно принять тензор напряжений Коши, как сумму тензора девиантного напряжения  $\hat{\boldsymbol{\tau}}$  и тензора объёмного напряжения  $-p\hat{\mathbf{I}}$  ( $\hat{\mathbf{I}}$  – единичный тензор,  $p$  – давление). В этом случае уравнение Навье — Стокса примет следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} + \frac{1}{\rho} \mathbf{f} \quad (2.34)$$

Будем рассматривать несжимаемый поток жидкости, т.к. градиентом плотности жидкости в мелководных акваториях можно пренебречь. Уравнение Навье —

Стокса для несжимаемой жидкости получается из следующих предположений относительно тензора напряжений Коши:

- 1) Напряжение является **галилеевым инвариантом**: оно не зависит напрямую от скорости потока, а зависит только от пространственных производных скорости потока. Таким образом, переменная напряжения является тензорным градиентом  $\nabla \mathbf{u}$ . Компоненты тензора будут иметь вид:

$$(\nabla \mathbf{u})_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

- 2) Предполагается, что жидкость изотропна, как в случае с газами и простыми жидкостями, и, следовательно,  $\hat{\boldsymbol{\tau}}$  является изотропным тензором. Кроме того, поскольку тензор напряжений деформации можно выразить через динамическую вязкость  $\mu$ :

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = 2\mu \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

Где  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$  – тензор скорости деформации, который выражается следующим образом:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$$

Получаем следующее уравнение Стокса для напряжений:

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mu \cdot (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (2.35)$$

Уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

Для случая несжимаемого потока жидкости плотность является константой по времени и объёму ( $\rho = const$ ), тогда уравнение неразрывности принимает довольно простой вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.36)$$

Дивергенция тензора девиантных напряжений (2.35) в случае однородной вязкости определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
(\nabla \cdot \hat{\mathbf{t}})_i &= \mu \cdot \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)_{ik} = \mu \cdot \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \right) = \\
&= \mu \cdot \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} \right) = \mu \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla^2 u_i \right) = \mu \cdot \nabla^2 u_i
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Поскольку выполняется свойство (2.36). Допущение о несжимаемости потока обычно хорошо работает для всех жидкостей при низких числах Маха. Учитывая (2.37), уравнение (2.34) преобразуется, следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \cdot \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \mathbf{f}$$

В географических акваториях на воду действуют сила гравитации и сила Кориолиса, тогда сила, действующая на единицу объёма, примет следующий вид:

$$\mathbf{f} = \rho \cdot \mathbf{g} - 2\rho[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}]$$

Где  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения свободного падения,  $\boldsymbol{\omega}$  – вектор частоты вращения Земли.

Тогда уравнение Навье — Стокса примет окончательный вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \cdot \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} - 2[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}] \tag{2.38}$$

Осталось одна неопределённая переменная, которая является давлением. В несжимаемых потоках поле давления удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\nabla^2 p = -\rho \sum_{i,k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \tag{2.39}$$

Полную систему уравнений не рационально использовать для решения специфических задач. Её можно упростить тем или иным способом в зависимости от условий задачи. Поэтому рассмотрим уравнение, которое получается из уравнения Навье — Стокса, и установим при каких условиях его можно использовать.

### 2.3.2.2. Уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана).

Уравнения мелкой воды — набор гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных (или параболических, если учитывается вязкое

течение), которые описывают течение жидкости под поверхностью давления (иногда, но не обязательно, свободной поверхностью). Уравнения мелкой воды в однонаправленной форме также называют (уравнениями Сен-Венана) в честь Адемара Жана Клода Барре де Сен-Венана.

В гидродинамике часто встречаются ситуации, когда горизонтальный масштаб намного больше вертикального, поэтому уравнения мелкой воды широко применимы. Они используются с силами Кориолиса при моделировании атмосферы и океана как упрощённая версия примитивных уравнений атмосферного потока.

Уравнения получены путём интегрирования по глубине уравнений Навье — Стокса и уравнения неразрывности в случае, когда горизонтальный масштаб длины намного больше вертикального. При таких условиях закон сохранения массы подразумевает, что вертикальный масштаб скорости жидкости мал по сравнению с горизонтальным масштабом скорости. Из уравнения импульса можно показать, что вертикальные градиенты давления практически гидростатичны, а горизонтальные градиенты давления возникают из-за смещения поверхности давления, что подразумевает постоянство горизонтального поля скоростей по всей глубине жидкости. Вертикальное интегрирование позволяет исключить вертикальную скорость из уравнений. Таким образом, выводятся уравнения мелкой воды.

В случае горизонтального дна при незначительных силах Кориолиса, силах трения и силах вязкости уравнения мелкой воды выглядят следующим образом [128]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\eta)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\eta \cdot u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\eta \cdot u_y)}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho\eta \cdot u_x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho\eta \cdot u_x^2 + \frac{1}{2} \rho g \cdot \eta^2 \right) + \frac{\partial(\rho\eta \cdot u_x u_y)}{\partial y} &= 0 \quad (2.40) \\ \frac{\partial(\rho\eta \cdot u_y)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho\eta \cdot u_y^2 + \frac{1}{2} \rho g \cdot \eta^2 \right) + \frac{\partial(\rho\eta \cdot u_x u_y)}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

Где  $\eta(x, y, t)$  – общая высота столба жидкости,  $(u_x, u_y)$  – вектор горизонтальной скорости потока жидкости, усреднённый по вертикальному столбу.

Если раскрыть производные в приведённом выше выражении с помощью правила произведения, то получится неконсервативная форма уравнений мелкой воды. Поскольку скорости не подчиняются фундаментальному уравнению сохранения, неконсервативные формы не выполняются при ударе или гидравлическом скачке. Учёт вязкости добавляет в два последних уравнений из (2.34) слагаемое пропорциональное второй производной скорости по координатам. Учёт сил Кориолиса добавит в два последних уравнения из (2.38) слагаемое пропорциональное скорости. Учтём, что рассматриваем случай несжимаемого потока жидкости, т. е. плотность потока постоянна во времени и по всему объёму, который занимает жидкость. Так же в результате интегрирования уравнения Навье — Стокса было пренебрежено граничными условиями, которое заключается в том, что тангенциальные компоненты тензора напряжений непрерывны. В результате всех уточнений, представленных выше, получаем следующую систему уравнений [129]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}((H+h) \cdot u_x) + \frac{\partial}{\partial y}((H+h) \cdot u_y) &= 0 \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} - f \cdot u_y &= -g \frac{\partial h}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{H+h} - \frac{\tau_{bx}}{H+h} \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + f \cdot u_x &= -g \frac{\partial h}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{H+h} - \frac{\tau_{by}}{H+h} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Здесь  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  – кинематическая вязкость;  $h(x, y, t)$  – отклонение высоты горизонтальной поверхности давления от её «нулевой» отметки,  $H(x, y)$  – рельеф дна, так же справедливо следующее:  $\eta(x, y, t) = h(x, y, t) + H(x, y)$ ;  $f$  – коэффициент Кориолиса, связанный с силой Кориолиса, который для Земли имеет следующий вид:  $f = 2\Omega \cdot \sin(\varphi)$ ,  $\Omega = \frac{\pi}{12}$  рад/час – угловая скорость вращения Земли,  $\varphi$  – широта Земли;  $\tau_{sx} = \gamma_s w_s^2 \cdot n_{sx}$  – трение связанное с ветром вдоль  $x$ ,  $\tau_{sy} = \gamma_s w_s^2 \cdot n_{sy}$  – трение связанное с ветром вдоль  $y$ ,  $\gamma_s$  – коэффициент трения ветра о поверхность воды,  $(n_{sx}, n_{sy})$  – вектор направления скорости ветра, модуль которого равен единице,  $w_s = \sqrt{w_{sx}^2 + w_{sy}^2}$  – скорости ветра;  $\tau_{bx} = \gamma_b u \cdot u_x$  – трение связанное с дном вдоль  $x$ ,  $\tau_{by} = \gamma_b u \cdot u_y$  – трение связанное с дном вдоль  $y$ ,  $\gamma_b$  –

коэффициент трения воды о поверхность дна,  $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$  – скорости потока воды.

### 2.3.2.3. *Граничные и начальные условия.*

Граничные условия (или краевые условия) и начальные условия необходимы для корректного математического описания задачи и позволяют точно смоделировать взаимодействие системы с окружающей средой или с другими телами. Поэтому система (2.41) замыкаются соответствующими граничными условиями. Вдоль твёрдой границы ставятся условия непроницаемости и прилипания или задаются скорости втекания или вытекания воды. Условие непроницаемости и прилипания имеет следующий вид:

$$\mathbf{u}|_S = 0 \quad (2.42a)$$

Где  $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$  – вектор скорости потока воды,  $S$  – уравнение, которое задаёт границу акватории. Условие втекания или вытекания воды имеет следующий вид:

$$\mathbf{u}|_{S_i} = \mathbf{u}_i(x, y) \quad (2.42б)$$

Здесь  $S_i$  – промежутки на границе, где имеются втекания или вытекания воды;  $\mathbf{u}_i(x, y)$  – скорости потоков воды на промежутке границы  $S_i$ .

Так же необходимо задать начальные условия для всех компонент. Они задают значения компонент в нулевой момент времени для каждой пространственной точки. Начальные условия будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} u_x(x, y, t)|_{t=0} &= u_x^0(x, y) \\ u_y(x, y, t)|_{t=0} &= u_y^0(x, y) \\ h(x, y, t)|_{t=0} &= h^0(x, y) \end{aligned} \quad (2.43)$$

Где  $u_x^0(x, y)$ ,  $u_y^0(x, y)$  и  $h^0(x, y)$  – некоторые функции, которые задают скорость потока воды вдоль  $x$ , скорость потока воды вдоль  $y$  и уровень воды в начальный момент времени соответственно.

### 2.3.2.4. *Приближение Буссинеска.*

Для получение более точных результатов моделирования можно воспользоваться более точными приближениями. Одним из таких уточнений системы уравнений мелкой вода является приближение Буссинеска [130].

Уравнения Буссинеска учитывают частотную дисперсию в отличие от уравнений мелкой воды, которые не учитывают частотную дисперсию.

В гидродинамике приближение Буссинеска для волн на воде — это приближение, справедливое для слабо нелинейных и достаточно длинных волн. Приближение названо в честь Жозефа Буссинеска, который впервые вывел эти уравнения в ответ на наблюдение Джона Скотта Рассела за волной переноса (также известной как одиночная волна или солитон). В статье Буссинеска 1872 года представлены уравнения, которые теперь известны как уравнения Буссинеска.

Приближение Буссинеска для волн на воде учитывает вертикальную структуру горизонтальной и вертикальной скорости потока. В результате получаются нелинейные уравнения в частных производных, называемые уравнениями типа Буссинеска. В береговой инженерии уравнения типа Буссинеска часто используются в компьютерных моделях для моделирования водных волн в мелководных морях и гаванях.

В то время как приближение Буссинеска применимо к достаточно длинным волнам, то есть, когда длина волны велика по сравнению с глубиной воды, разложение по Стоксу больше подходит для коротких волн (когда длина волны порядка глубины воды или меньше).

Основная идея приближения Буссинеска заключается в исключении вертикальной координаты из уравнений потока при сохранении некоторых влияний вертикальной структуры потока на волны на воде. Это полезно, поскольку волны распространяются в горизонтальной плоскости и ведут себя иначе (не как волны) в вертикальном направлении. Часто, как в случае с Буссинеском, интерес представляет в первую очередь распространение волн.

Этапы приближения Буссинеска:

- Разложение Тейлора представляет собой горизонтальную и вертикальную скорость потока на определённой высоте;
- Это разложение в ряд Тейлора усекается до конечного числа членов;

- Закон сохранения массы для несжимаемого потока и условие отсутствия ротора для безвихревого потока используются для замены вертикальных частных производных величин в разложении Тейлора на горизонтальные частные производные.

Затем к оставшимся уравнениям потока применяется приближение Буссинеска, чтобы устранить зависимость от вертикальной координаты. В результате полученные уравнения в частных производных выражаются через функции горизонтальных координат и времени.

В качестве примера рассмотрим потенциальное течение над горизонтальным дном в  $(x, z)$  плоскости, где  $x$  – горизонтальная координата,  $z$  – вертикальная координата. Уравнение описывающее дно задаётся следующим образом:  $z = \eta$ ,  $\eta(x, y, t)$  – общая высота столба жидкости.

$$\varphi = \varphi|_{z=\eta} + (z - \eta) \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=\eta} + \frac{1}{2} (z - \eta)^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \Big|_{z=\eta} + \frac{1}{6} (z - \eta)^3 \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} \Big|_{z=\eta} + \dots$$

Далее разложение подставляется в уравнения и не подходящие члены отбрасываются.

Приближение Буссинеска добавляет в каждом уравнении системы (2.43) слагаемое в правой части:

$$\begin{aligned} J_0 &= \frac{1}{6} H^3 \left( \frac{\partial^3 u_x}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u_y}{\partial y^3} \right) \\ J_x &= \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial^3 u_x}{\partial t \partial x^2} \\ J_y &= \frac{1}{2} H^2 \frac{\partial^3 u_y}{\partial t \partial y^2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Система (2.101) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} ((H + h) \cdot u_x) + \frac{\partial}{\partial y} ((H + h) \cdot u_y) &= J_0 \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} - f \cdot u_y &= -g \frac{\partial h}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{H + h} - \frac{\tau_{bx}}{H + h} + J_x \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + f \cdot u_x &= -g \frac{\partial h}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{H + h} - \frac{\tau_{by}}{H + h} + J_y \end{aligned} \quad (2.45)$$

Граничные и начальные условия не претерпевают изменений. Система уравнений (2.45), выражения (2.44), начальные условия (2.43) и граничные условия (2.42) позволяют найти более точные значения скоростей потока и уровня воды.

### 2.3.2.5. Постановка численной задачи.

Решение задачи (2.42) с граничными условиями (2.42) и начальными условиями (2.43) аналитическим путём возможно только в крайне редких случаях для специальных начальных и граничных условий и с некоторым количеством допущений. Поэтому возможно получение решения только в численном виде. Дифференциальные уравнения обычно решаются с помощью метода конечных разностей. Этот метод относится к классу сеточных методов и используется для решения широкого спектра задач, включая эллиптические, параболические и гиперболические уравнения. Подробный вывод конечно-разностных уравнений представлен в Приложении А параграф А2. Получим следующую систему уравнений:

$$h_{n,m}^{(k+1)} = h_{n,m}^{(k)} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (H_{n+1,m} + h_{n+1,m}^{(k)}) \cdot u_{n+1,m}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (H_{n-1,m} + h_{n-1,m}^{(k)}) \cdot u_{n-1,m}^{(k)} - \frac{\Delta t}{2\Delta y} (H_{n,m+1} + h_{n,m+1}^{(k)}) \cdot v_{n,m+1}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2\Delta y} (H_{n,m-1} + h_{n,m-1}^{(k)}) \cdot v_{n,m-1}^{(k)} \quad (2.46a)$$

$$u_{n,m}^{(k+1)} = u_{n,m}^{(k)} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} + \Delta t \cdot f_{n,m} \cdot v_{n,m}^{(k)} - g \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot h_{n+1,m}^{(k)} + g \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot h_{n-1,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} + \frac{2 \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot u_{n,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta y^2} \cdot u_{n,m-1}^{(k)} + \frac{2 \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta y^2} \cdot u_{n,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta y^2} \cdot u_{n,m+1}^{(k)} + \Delta t \cdot \frac{S_{n,m}^{(x,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}} - \Delta t \cdot \frac{b_{n,m}^{(x,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}} \quad (2.46б)$$

$$v_{n,m}^{(k+1)} = v_{n,m}^{(k)} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n+1,m}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n-1,m}^{(k)} - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n+1,m}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n-1,m}^{(k)} + \Delta t \cdot f_{n,m} \cdot u_{n,m}^{(k)} - g \frac{\Delta t}{2\Delta y} \cdot h_{n+1,m}^{(k)} + g \frac{\Delta t}{2\Delta y} \cdot h_{n-1,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot v_{n-1,m}^{(k)} + \frac{2 \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot v_{n,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot v_{n+1,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta y^2} \cdot v_{n,m-1}^{(k)} + \frac{2 \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta y^2} \cdot v_{n,m}^{(k)} - \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta y^2} \cdot v_{n,m+1}^{(k)} + \Delta t \cdot \frac{S_{n,m}^{(y,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}} - \Delta t \cdot \frac{b_{n,m}^{(y,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}} \quad (2.46в)$$

Получилась система уравнений, в которой параметры (уровень воды, скорость потока вдоль  $x$  и  $y$ ) в последующий момент времени явно выражаются через параметры в данный момент времени, что значительно упрощает и ускоряет вычисление такой системы.

## **Выводы к главе 2.**

1. Рассмотрены: подход к построению модели «рискового арктического судоходства», математическая модель оценки георисков и рассмотрена математическая численная модель расчёта уровня поверхности воды и скорости потока в разных точках и в разные моменты времени.

2. Описаны структура, состав и содержание геомодели обстановки в системе РАС. Общий подход к построению модели «рискового арктического судоходства» позволяет создать информационную модель судоходства, которая позволит прокладывать наиболее безопасный для судна маршрут через акваторию. Данная модель учитывает в себе такие геопараметры как: навигационно-гидрографические параметры, гидрометеорологические параметры, параметры модели обстановки на основных трассах и путях движения, параметры территориального распределения судов и транспортных потоков, ситуационно-тактические параметры, параметры рискованной обстановки, параметры контроллинговой обстановки. Учёт всех видов геопараметров позволяет создать полноценную геомодель, с помощью которой будет возможно принимать решения безопасной навигации судов. Наиболее важной частью является характеристика рискованной обстановки.

3. Разработана адаптированная территориально ориентированная статистически-вероятностная модель оценки георисков, которая по сравнению с имеющимися моделями, которая учитывает сильные автокорреляционные зависимости процесса. Данная модель позволяет дать более точную оценку вероятности выхода параметра одномерного процесса за заданные границы и возможность получения прогноза значений оценки георисков на больший период времени по сравнению с ранее полученными моделями.

4. Сформированы модели расчёта уровня поверхности воды и скорости потока в разных точках и в разные моменты времени. Одна из таких моделей является система уравнений Навье – Стокса и уравнение неразрывности. Данная система уравнений и начальные и граничные условия позволяют найти эволюцию потока и поверхностных колебаний воды в различных акваториях. В связи с тем, что система уравнений Навье – Стокса весьма затратна и использует большое количество данных, поэтому для расчёта уровня поверхности воды была рассмотрена другая модель – модель мелкой воды. Получена численная аппроксимация уравнений мелкой воды, расчётные параметры которой выражаются в явном виде, что позволит ускорить расчёты.

5. Разработанная геомодель системы РАС служит теоретической основой для исследования методического аппарата анализа территориальной ситуации в локальных рискованных акваториях Арктической зоны, оценки рискованной ГМ- и др. обстановки, выработки территориально-содержательных рекомендаций по регулированию рискованного арктического судоходства.

### **Глава 3. Разработка геоинформационной методики территориального анализа, оценки и прогнозирования обстановки в системе РАС**

Модели обстановки, описывающие территориальную ситуацию и процессы в тех или иных областях социально-хозяйственной деятельности (транспортная логистика, лесное и сельское хозяйство, добыча углеводородов и биоресурсов и т.д.), позволяют строить на их основе контроллинговые процедуры (методики), поддерживающие управление их пространственными объектами и системами и регулирование.

Разработка контроллинговых методик основывается на распределении георисков. Поэтому рассмотрим общий подход к разработке методик расчёта георисков. На рис. 3.1 представлено схема построения методики расчёта георисков, основанный на случайных процессах. Первый этап – сбор и подготовка геоданных. От качества данных напрямую зависят достоверность и полезность итоговых оценок геориска. На данном этапе происходит очистка, фильтрация, форматирование данных и размещение их в базе данных. Следующим этапом является предварительная установка параметров, в которой происходит выбор временного промежутка, разделение его на отрезки и формирование данных для каждого малого промежутка времени. Третий этап – выделение особенностей геопроецесса, который включает предварительную обработку геоданных, выделение особенностей геопроецесса, выдвижение гипотезы о распределении геопроецесса в соответствии с его особенностями. Например, из предварительной обработки данных выдвигаем гипотезу, что процесс подчиняется нормальному закону распределения. На четвёртом этапе происходит статистическая обработка данных. Рассчитываются математическое ожидание и дисперсия для каждого малого промежутка времени, автокорреляционная функция, временные зависимости. Пятый этап – проверка гипотезы на соответствие заданным требованиям. Шестой этап – выбор модели в соответствии с выделенными

особенностями процесса. Следующий этап (седьмой) – расчёт геориска для разных малых промежутков времени. На этом этапе происходит установка параметров для расчёта геориска для установленных малых промежутков времени, интерполяция полученных данных, расчёт вероятного времени выхода. Последний этап (восьмой) – вывод данных. На данном этапе из полученных расчётов формируется база данных и строятся геоизображения распределения рисков.

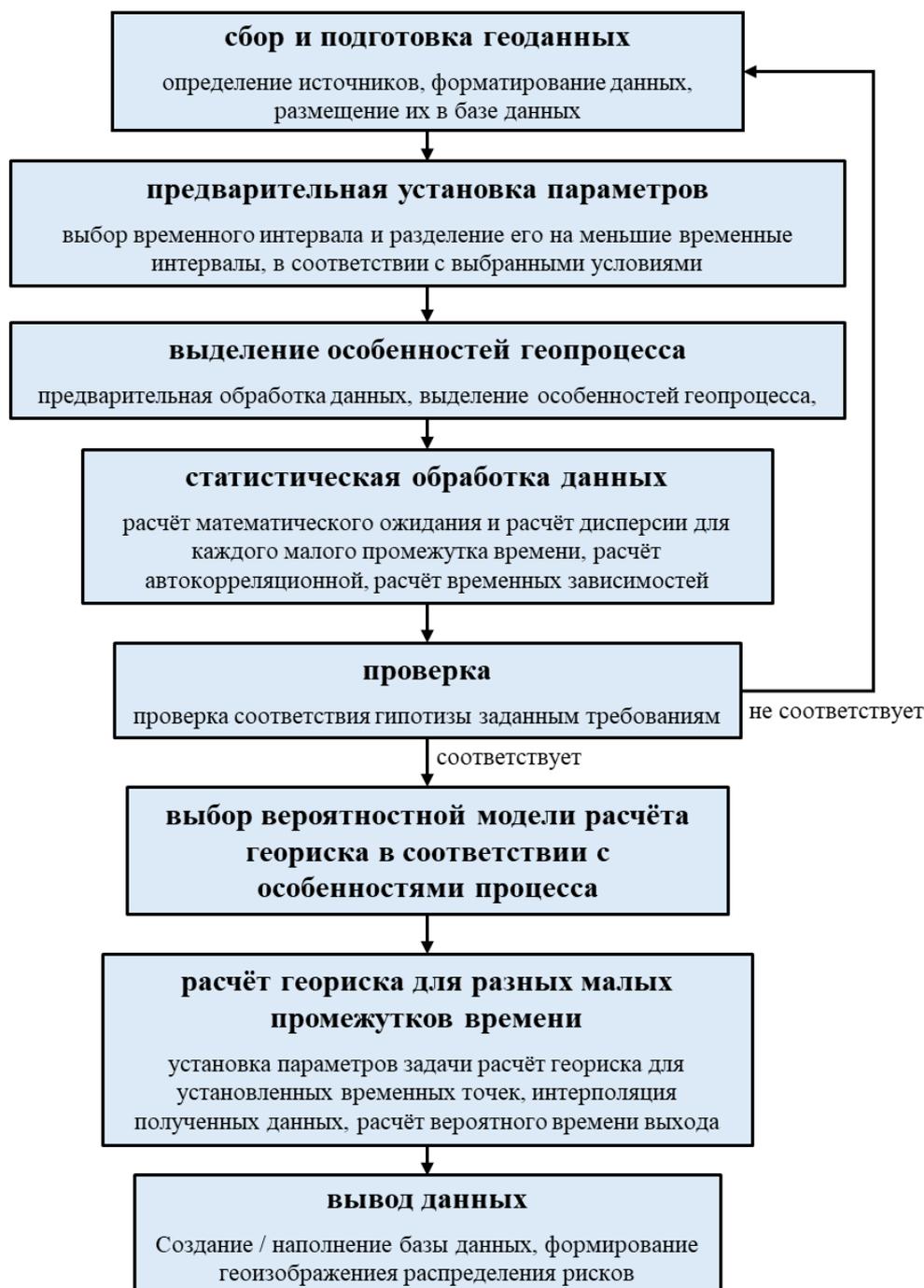


Рис.3.1. Схема построения методики расчётов георисков случайных процессов.

### 3.1. Методические основы геоконтроллинга территориальной активности

В соответствии с общей методологией территориального управления указанные средства геоинформационного регулирования ТХА средствами общей и специальной обработки ГИ в целом должны поддерживать и обеспечивать выполнение контроллинговых процедур оценки обстановки, выработки вариантов решения (рекомендаций), планирования, реализации принятого решения.

Методической основой ГИУ служит общий геоинформационный метод (ОГМ) создания и использования ГИ (рис. 3.2). ОГМ служит для организации сквозной интегральной обработки ГИ в АСУ и полнофункционального пространственного анализа ГИ. Суть метода состоит в автоматизации ручных технологий создания и использования картографической (геопространственной) информации, переходе от ручного составления карт специалистом-картографом к геоинформационной технологии (ГИТ) создания и использования ГИ и геоизображений (ГИз) пользователями-неспециалистами в области картографии.



Рис. 3.2. Структура общего геоинформационного метода отображения и использования ГИ: ДЗЗ – данные зондирования Земли; ОперИ – оперативная информация; АИ – априорная информация; ОИ – описательная информация.

ОГМ – это трансформация (или цифровизация) известного картографического метода исследования в современную цифровую картографию геомониторинги, автоматизированный пространственный анализ и т. д.

Предпосылками появления и формирования ОГМ послужили: теоретический и методический аппарат КМИ; развитие, широкое внедрение и использование геоинформатики, ГИС, цифровых и электронных карт, средств цифрования картографической информации, систем ДЗЗ, спутниковой навигации, специальных картографических пакетов прикладных программ (программных оболочек ГИС), беспилотных авиационных и морских средств, средств связи и телекоммуникации, интернета; современная система геоинформационного и геоэкологического образования.

Становление геоинформационных методов обуславливается:

- ростом объемов и пространственного охвата обрабатываемой территориальной информации в органах управления, усложнением решаемых с помощью ГИ задач;

- необходимостью расширения приемов и способов пространственного анализа разнородной ГИ;

- потребностями автоматизированного управления в технологиях сквозной, согласованной, оперативной обработки ГИ;

- необходимостью преодоления ограничений картографического метода создания и использования ГИ.

Структуру метода составляют процедуры отображения и анализа ГИ, т. е. данных обстановки, на всех этапах обработки ГИ при поддержке управления ТО. Это приемы и способы ввода, согласования, преобразования и визуализации геоинформации, а также приемы анализа и способы работы с отдельными геоизображениями и их сериями. Они основываются на известном картографическом методе (КМ) отображения и исследования, и в расширение картографического метода обеспечивают участие пользователя в создании ГИ, использование первичной полевой информации при составлении ГИз, расширение

номенклатуры приемов и методов преобразования и анализа ГИ. ОГМ – это результат последовательного развития КМ на базе методологии геоинформатики, компьютерной графики, геоинформационного картографирования, дистанционного зондирования, средств и систем интегральной навигации и управления, электронных карт. От КМ геоинформационные методы отличаются согласованностью и совместным использованием разнородной геоинформации, более высокой степенью объективности отображения и анализа данных обстановки, расширенным набором процедур геопространственного и геоструктурного анализа. Это совокупность автоматических и автоматизированных приемов, способов, методик и операций, а также практических рекомендаций по отображению и анализу данных геопостранства и геоситуации. Основное назначение ОГМ – организация и обеспечение интегральной, сквозной, согласованной обработки разнородной ГИ в АСУ для обеспечения отображения и анализа территориальной обстановки. По аналогии с КМ ОГМ включает два основных геоинформационных метода – создания (отображения) и использования геоинформации.

### 3.1.1. Геоинформационный метод создания (отображения) пространственной информации

Геоинформационный метод создания (отображения) (ГМО) ГИ (рис. 4.1) включает разрабатываемые геоинформатикой и геоинформационным картографированием приемы и способы ввода (сканирование, цифрование, обработка данных дистанционного зондирования (ДДЗ), передача ГИ по вычислительным сетям), преобразования (форматов, протоколов, математической основы, системы кодирования), согласования (по району, по месту, по точности, по дискретности), совместной обработки разнородной ГИ (априорной и оперативной), визуализации ГИ. ГМО строится в соответствии с принципами, требованиями и рекомендациями по формированию ГИ в АСУ, геомодельными представлениями АСУ.

ГМО дополнительно включает способы обработки ГИ, которые устраняют недостатки картографического метода отображения и обеспечивают:

оперативность создания ГИ и выполнения разнообразных преобразований и согласований ГИ, обусловливаемую автоматизацией сбора, обработки, актуализации, обмена и отображения ГИ, совместной обработкой оперативной (информация от системы наблюдения, ДЗЗ) и априорной (карты) ГИ; объективность отображения обстановки, обусловливаемую устранением фактора картографа-составителя, участием пользователя в формировании ГИ, доступом к первичным данным полевых наблюдений, совместной обработкой разнородной ГИ; повышение эргономических качеств ГИЗ за счет реализации адаптивной информационной модели отображения ГИ и ГИЗ, анимационных свойств, мультимедийности ГИЗ, взаимно-однозначного соответствия картографической и описательной форм ГИ.

С точки зрения проблематики автоматизированного управления ТО геоинформационный метод отображения обеспечивает:

– формирование однородного геоинформационного поля АСУ за счет хронологизации данных и согласования различной ГИ;

– формирование однородного геоинформационного поля АСУ за счет согласования различной ГИ на основе хронологизации данных;

– представление геоситуации в близком к реальному масштабу времени за счет совместной обработки априорной и оперативной ГИ;

– активность пространственного представления содержательной составляющей ГИ за счет реализации взаимно-однозначного соответствия основных форм ГИ – описательной и графической (картографической).

### 3.1.2. Геоинформационный метод использования пространственной информации

Геоинформационный метод использования (исследования) ГИ (ГМИ) базируется на КМ использования и ГМО, принципах геомоделирования и геомоделях. Он представляет систему приемов и способов преобразования и анализа ГИ, предназначенных для полноценного пространственного анализа ГИ. Включает (рис. 3.1) приемы и способы: определения, описания, графические и графоаналитические приемы, морфометрии и картометрии, математико-

геоинформационного моделирования (МГМ), преобразования ГИ, геоструктурного и геопространственного анализа, анализа разновременной и разнолокализованной ГИ (серий ГИ и ГИз) и др.

От своего предшественника, картографического метода исследования, ГМИ отличается:

- более высокой оперативностью, объективностью и точностью пространственного анализа;

- расширением номенклатуры приемов и способов территориального анализа, акцентом на геопространственных и геоструктурных исследованиях ситуации.

ГМИ включает следующие основные приемы и способы:

- описания, наблюдения и определения как первичную базу получения фактографического материала по территории и простейшего пространственного анализа. Определениями также служат запросы к базе геоданных для получения первичной информации о ГО и ГС;

- графические и графоаналитические приемы, связанные с прямыми измерениями по карте и последующими расчетами, обеспечивающими пространственное моделирование как наблюдаемых на ГИз, так и идеальных характеристик (поля плотностей, градиентов, средних показателей, корреляционных зависимостей и т. д.);

- приемы математико-геоинформационного моделирования, направленные на совместное применение математических и геоинформационных моделей для получения новой идеальной пространственной информации, которой нет на исходных ГИз (в первичной ГИ);

- способы преобразования ГИ (ГИз), обеспечивающие трансформации ГИ в вид, пригодный для выполнения пространственного анализа и решения задач территориальных приложений; базируются на операциях ГП;

- способы работы с сериями разновременной и разнолокализованной ГИ, позволяющие устанавливать связи геообъектов разной тематики или территории, а также определять параметры системной динамики объектов и процессов на ПЗ;

– способы работы с геоструктурами, включающие определение на основе отношений пространственного и содержательного упорядочения ГП базовых территориальных образований – геообъектов, георегионов и геосистем, а также пространственный и тематический анализ этих структур;

– способы работы с геопространствами.

Описания, наблюдения и определения по ГИЗ и картам – любое территориальное исследование начинается с описания пространственных явлений и связей между ними. Это первичная фактография. На геоинформационном уровне определение или наблюдение заключается в запросе базы пространственных данных о получении территориальных и содержательных характеристик геообъектов. Описание может сопровождаться качественными оценками (синтез) и количественными исследованиями (анализ). Описание позволяет детализировать графические данные (условные знаки объектов на ГИЗ), расписывая их по слоям.

С помощью описания осуществляется текстовое сопровождение ГИ для пояснения поставленных задач и отображаемой обстановки, детализации ГИ, передачи рекомендаций ЛПР по действиям при решении стандартных задач в типовых условиях обстановки.

Наблюдение (описание) сравнимо с чтением обычной карты. Оно включает подсчет и определение положений объектов, а также того, что, где и в каком количестве находится.

Среди наиболее важных причин для поиска и определения ГО – возможность выполнения их дальнейших измерений и сравнений. Количественные характеристики ГО позволяют выполнять прямые аналитические сравнения с другими тематическими покрытиями или другими показателями того же покрытия.

Наличие геообъектов, их местоположений и распределений важны для территориального анализа геоситуации. Простая нумерация объектов и определение их положения позволяет исследовать их связи с объектами иного качества того же покрытия. Сравнения с другими территориальными объектами могут использоваться для выяснения причин (источников) определенных картин

распределений или, по меньшей мере, для выдвижения гипотез о сильной пространственной зависимости (связи) между ГО.

Сама возможность находить точечные, линейные или площадные объекты на карте имеет мало ценности. Большинство объектов выбираются (определяются) в зависимости от того, что они представляют в реальном мире. Сущностные параметры передаются атрибутами ГО. По этой причине чаще всего ищутся ГО с атрибутами в качестве критерия для определения. Наблюдение и определение объектов выполняется с помощью моделей ГО.

Графические и графоаналитические приемы представляют различные измерения и построения на ГИЗ и картах. Выполняется определение длин, расстояний, направлений, углов, площадей, объемов и т. д. вместе с определением местоположения и подсчетом геообъектов эти приемы образуют полный комплект начальных возможностей для более сложных методов территориального анализа.

Измерения и сравнения выполняются на одной или нескольких картах. Они включают совмещение и анализ данных, полученных с ГИЗ разной тематики, конкретизацию представлений об абстрактных географических полях плотности, интенсивности, связи и др. Эти приемы позволяют выполнять:

- построение роз-диаграмм ветров, течений и др.;
- определение направлений, длин, плотности, концентрации и т. д.;
- моделирование распространения территориальных процессов и явлений.

Математико-картографическое моделирование (МКМ), будучи разновидностью МГМ, представляет комплексирование математических и картографических моделей в системе «создание–использование» карт в целях конструирования и пространственного анализа тематического содержания карт. Картографическая информация здесь используется двояко:

- как источник тематической информации для математических моделей;
- как отображение результатов математического моделирования тематического содержания карт.

Особенностью интеграции геоинформационных, математических и других методов состоит в том, что географическое (территориальное) моделирование

первично по отношению ко всем остальным видам моделирования. Оно задает основные параметры (область определения данных, область определения значений, граничные условия, целевые функции), пространство исследования, содержание, структуру и направление для математического моделирования применительно к задачам исследования территории.

Опыт применения МГМ и МКМ, интеграции физических, информационных и других моделей показывает наличие устойчивых прямых и обратных связей геоинформационных методов с формальным аппаратом нетерриториальных наук. Использование ГИЗ, карт в смежных научно-технических и практических дисциплинах не только обогащает тематическое геоинформационное картографирование новыми сюжетами и содержательными приемами, но и оказывает заметное влияние на методологию взаимодействующих дисциплин. Эти науки приобретают новые геопространственные подходы и ориентацию (военная география, геокибернетика, геомаркетинг, геомедицина, геостатистика и др.).

В территориальных исследованиях нашли устойчивое применение методы: математического анализа; математической статистики; теории информации; теории графов и др.

Основным направлением использования математического анализа в территориальных исследованиях служат методики аппроксимации. Аппарат аппроксимации применяется для моделирования кривых и поверхностей, разложения ГИЗ на составляющие.

При разложении ГИЗ отображаются фоновая (тренд) и остаточная поверхности. На первый план ставится задача выявления региональных (нормальных) и локальных (аномальных) закономерностей размещения и развития геоявлений. Фоновая поверхность представляет собой абстракцию, отображающую действие генеральных территориальных закономерностей, которые в действительности никогда не проявляются в чистом виде (закон существования и взаимосвязи ландшафтных явлений), а выступают лишь в совокупности особых черт территориального явления.

При аппроксимации поверхностей и полей решаются чисто интерполяционные задачи построения поверхностей по отдельным значениям параметра для достижения наиболее полных приближений в заданных пределах. При этом используются особые структуры данных для работы с поверхностями – грид, TIN-модели, полигоны Тиссена, диаграммы Вороного и др.

Математическая статистика имеет широкое применение при исследованиях по картам и ГИЗ, в картометрии и морфометрии. Заимствованные методы статистики в ГМИ модифицируются в соответствии с особенностями и требованиями пространственного анализа. Основной дефект статистических показателей – их недостаточная пространственная дифференцированность. Нельзя проследить различия от места к месту обобщающих статистик или показателей связи, полученных для какого-либо участка, области или района. Поэтому разрабатываются способы картографирования самих статистик: средних, дисперсий или других моментов. Выполняется картографирование взаимосвязей явлений, составление специальных ГИЗ районирования территории по степени взаимного соответствия явлений, карт изокоррелят, отклонений от регрессии, разности рангов, картограмм взаимосвязи и т. д.

Приемы теории информации, информационные функции для территориального анализа используются в двух направлениях:

– применение функции энтропии в качестве показателя неоднородности ГИЗ – сложности структуры региона: рельефа, грунта, геологического строения и другие свойства этой функции позволяют получать синтетическую оценку пространственной дифференциации явлений;

– использование информационной меры в качестве показателей соответствия явлений на ГИЗ разной тематики, подобно тому, как это осуществляется в теории корреляции.

Вычисление информационных критериев не связано с ограничениями, накладываемыми особенностями распределения сопоставляемых величин. Расчеты можно выполнять и в том случае, когда одно или оба сопоставляемых явлений не

имеют на ГИз числовых характеристик, а подразделяются только по качественным градациям (порядковая шкала).

Приемы теории графов позволяют наглядно моделировать сети, маршруты, коммуникации, иерархические структуры ГИ и т. д.

Приемы МГМ позволяют увеличивать количество пространственной информации в территориальных исследованиях за счет генерации новой производной геинформации.

Способы преобразования ГИ и ГИз обеспечивают трансформацию геоданных в требуемый вид или форму и, по сути, представляют операции над объектами ГП. Это известные операции: анаморфирования; абстрагирования; генерализации; проекционные преобразования; преобразования масштаба и др.

Способы работы с сериями ГИ и ГИз – это так называемые приемы наложения, или оверлеи, – сравнения данных одного покрытия с другими. Используются для определения связей между ГО (геоявлениями, процессами) и построения различных покрытий из нескольких исходных. Главное предназначение наложений – построение результирующих покрытий-оценок, показывающие области на ПЗ, в которых возможны те или иные виды деятельности. Результаты наложений могут выявлять причинно-следственный механизм геоявлений и процессов.

Покрытия-решения строятся с помощью наложений, определяющих порядок отбора и логического формирования результирующего полигона: математических (сложение, вычитание, умножение, деление и т. д.); логических; идентифицирующих; селективных.

Наложения позволяют выполнять:

– анализ одномоментных ГИз разной тематики и территории для определения связей между объектами и явлениями;

– изучение разновременных ГИз для определения параметров системной динамики объектов и конфигураций в регионе.

Наложение бывает полезным и продуктивным при объединении с другими методами пространственного анализа – преобразование ГИ, переклассификация, буферизация, маршрутизация, аллокация и др.

Способы работы с геоструктурами – наиболее существенная составляющая аппарата ГМИ. Основное назначение способов – пространственное упорядочение и структурирование геосреды. Они включают:

- определение территориальных или пространственных объектов;
- установление отношений между ГО;
- выделение ГР и ГС на основе выявленных отношений пространственной и содержательной упорядоченности;
- выполнение пространственного анализа геоструктур, определение их метрических и топологических характеристик.

Геообъектный анализ подразумевает, во-первых, выделение ГО в пространстве посредством анализа: плотности территориальных распределений; концентраций; коммуникаций; миграций; узлов и узловых районов; центральных мест и других территориальных явлений.

Во-вторых, определение пространственных характеристик ГО – положение, конфигурация, форма и т. д.; в-третьих, осуществление преобразований – переносы, развороты, буферизация, окрестности и др.

Георегиональный анализ включает, во-первых, установление отношений пространственной упорядоченности между геообъектами: территориальные распределения (расстояние); соседство (окрестность).

Во-вторых, определение георегионов в соответствии с ОПУ как территориальных структур взаимного размещения.

В-третьих, анализ георегиона:

- определение конфигурации и протяженности – собственное пространство, ориентация, форма;
- определение пространственных распределений на территории – выявление того, как точки, линии и области образуют измеримые паттерны, дающие ключ к пониманию того, как устроены территориальные объекты или явления. За пространственным распределением может быть выявлен источник или первопричина процессов в регионе;

– определение концентрации в регионе, интегрально характеризующей тяготение геообъектов к каким-либо пунктам в пределах анализируемой территории, выявление распределений потенциалов по территории как источника функциональной или природной активности в регионе.

В-четвертых, определение динамики явлений и процессов в регионе.

Геосистемный анализ предусматривает, во-первых, установление отношений содержательной упорядоченности между георегионами и геообъектами: районирование; классификация; организация; взаимодействие, взаимовоздействие; порождение или наследование; таксономические и др.

В-пятых, определение геосистем на территории в соответствии с ОСУ как структур разнокачественных ареалов.

В-шестых, анализ геосистем: определение параметров связей между элементами геосистем; определение системообразующих элементов и связей; структурное моделирование; маршрутизация, моделирование на графах и др.

Работа с геопространствами реализует подход к территориальному анализу как к исследованию конкретного пространства предметов и явлений географической действительности в различных формах его выражения. Форма представления пространства связана с существом решаемой задачи геоанализа и нацелена на адекватное пространственное отображение содержательной сущности исследуемых объектов и явлений геосреды.

### **3.2. Структура методики**

Структура методики разработки системы РАС основана на статистических моделях, описанных в главе 2. Статистические модели рассматривают одномерный случайный процесс. В методике в качестве такого процесса рассматривается изменение уровня водной поверхности. Методику формально можно разделить на две подметодики, основываясь на значениях автокорреляционной функции. Первая подметодика включает в себя процессы со слабо автокоррелированными ограничивающими факторами (значения не превышают 0,2), вторая подметодика включает в себя процессы с сильно автокоррелированными ограничивающими

факторами (значения больше 0,2). Эти две методики являются основными частями общей методики разработки системы РАС.

### 3.2.1. Оценка краткосрочных георисков арктического судоходства

Как было указано, слабо автокоррелированные ограничивающие факторы определяются, как факторы, значение автокорреляционной функции между двумя временными точками которых меньше 0,2. Если значения величины слабо зависит от времени, то автокорреляционная функция будет быстро спадать от 1 до малых значений (значений меньше 0,2). В данном разделе будем считать, что автокоррелированные факторы слабы.

Во время предварительной обработки данных нескольких географических точек в акватории Обской губы было выявлено, что при рассмотрении уровня водной поверхности за сутки выделяется два процесса и автокорреляционная функция обоих процессов мала. Было выявлено, что один процесс связан с приливыми явлениями, а другой процесс – с отливными явлениями. Основываясь на предварительной обработке данных, построим методику расчёта георисков территориальной активности в районах со слабо автокоррелированными ограничивающими фактора.

На рис.3.3 представлена схема методики оценка георисков территориальной активности в районах со слабо автокоррелированными ограничивающими факторами. Сначала необходимо провести *подготовку данных*, что включает в себя редактирование и форматирование данных, и размещение их в базе данных.

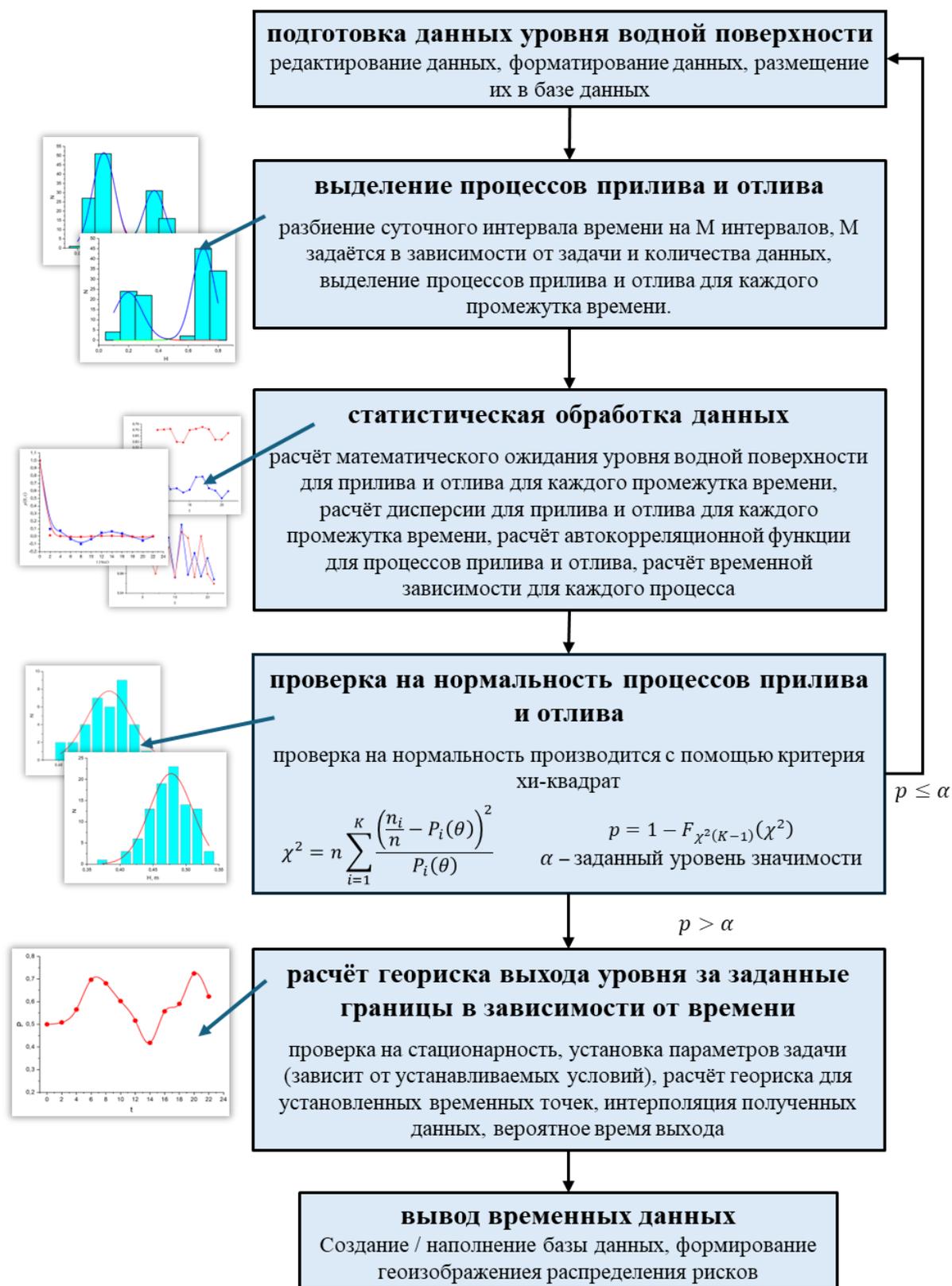


Рис.3.3. Схема методики оценки краткосрочных георисков арктического судоходства.

Следующий этап – это *выделение двух процессов*. Он начинается с разбиения суточного интервала на  $M$  более меньших интервалов, число которых зависит от числа геоданных и поставленной задачи. Далее для каждого интервала строятся диаграммы, на основе которых происходит выбор уровня водной поверхности, условно делящий один общий процесс на два процесса. Назовём этот уровень переходным уровнем. Первый процесс включает в себя значения меньше переходного уровня, второй процесс – значения больше переходного уровня.

Третий этап – *статистическая обработка данных*. Рассчитываются следующие статистические параметры:  $\mu_{1,2}$  – математическое ожидание,  $\sigma_{1,2}$  – среднеквадратичное отклонение,  $\rho_{1,2}$  – автокорреляционная функция. Индексами 1 и 2 обозначены первый процесс и второй процесс соответственно. Уравнения, которые будут использоваться для вычислений параметров, имеют следующий вид:

$$\mu_{1,2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{1,2;i}$$

$$\sigma_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_{1,2;i} - \mu_{1,2})^2} \quad (3.1)$$

где  $x_{1,2;i}$  – значения уровня воды для определённого промежутка времени,  $N$  – число измерений уровня воды для определённого промежутка времени. Автокорреляционная функция вычисляется следующим образом:

$$\rho(t_x, t_y) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x) \cdot (y_i - \mu_y) \quad (3.2)$$

где  $t_x, t_y$  – значение времени из одного и из другого промежутка времени соответственно;  $x_i, y_i$  – значения уровня воды для одного и для другого промежутка времени соответственно;  $N$  – число измерений уровня воды для определённых промежутков времени;  $\mu_x, \mu_y$  – среднее значение уровня воды для одного и для другого промежутка времени соответственно;  $\sigma_x, \sigma_y$  – среднеквадратичное отклонение уровня воды для одного и для другого промежутка времени

соответственно. Считаем, что каждый из процессов описывается нормальной плотностью распределения:

$$g_j(t_i, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_j(t_i)} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_j(t_i)}{\sigma_j(t_i)}\right)^2\right) \quad (3.3)$$

где индекс  $j = 1$  относится к первому процессу, индекс  $j = 2$  относится ко второму процессу,  $t_i$  – начальное время  $i$ -го интервала. Рассмотрим уровень для первого процесса и второго процесса совместно. Гистограммы аппроксимируются как два гауссовских пика:

$$g(x) = A_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) + A_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) \quad (3.4)$$

Где отношение коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  задают высоту пика 1 и высоту пика 2 соответственно. Совершим нормировку распределения для дальнейшего вычисления вероятности. Для этого напишем условие нормировки:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} c \cdot g(x) dx = 1 \quad (3.5)$$

Где  $c$  – константа нормировки. Подставим функцию  $g(x)$  в условие нормировки (3.5), тогда получим:

$$c \cdot A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) dx + \\ + c \cdot A_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) dx = 1$$

Известно, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right) dx = 1,$$

тогда из условия нормировки (3.5) получим:

$$c \cdot (A_1 + A_2) = 1$$

Получаем константу нормировки:

$$c = \frac{1}{A_1 + A_2}$$

Нормированная функция распределения примет вид:

$$f(x) = c \cdot g(x) = B_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) + B_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) \quad (3.6)$$

Где вводятся коэффициенты, которые связаны с коэффициентами  $A_1$  и  $A_2$  следующим образом:  $B_1 = \frac{A_1}{A_1 + A_2}$  и  $B_2 = \frac{A_2}{A_1 + A_2}$ . Между коэффициентами  $B_1$  и  $B_2$  присутствует линейная зависимость. Уравнение этой зависимости имеет следующий вид:

$$B_1 + B_2 = 1 \quad (3.7)$$

Коэффициенты  $\frac{B_1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}}$  и  $\frac{B_2}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}}$  определяют значение в максимуме пика прилива и отлива соответственно.

В дальнейшем понадобится знать общее значение математического ожидания и среднеквадратического отклонения. Математическое ожидание можно найти, используя формулу:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \quad (3.8)$$

Подставим значение функции (3.6) в формулу для нахождения математического ожидания, получим:

$$\begin{aligned} \mu &= \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \left( B_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) + B_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) \right) dx = \\ &= B_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) dx + B_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) dx \end{aligned}$$

Известно, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_i} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right) dx = \mu_i$$

Тогда

$$\mu = B_1 \cdot \mu_1 + B_2 \cdot \mu_2 \quad (3.9)$$

Дисперсию можно найти, используя формулу:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - \mu^2 \quad (3.10)$$

Подставим значения функции (3.6) и математического ожидания в формулу для нахождения дисперсии, получим:

$$\sigma^2 = B_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) dx + B_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) dx - (B_1 \cdot \mu_1 + B_2 \cdot \mu_2)^2$$

Известно, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right) dx = \mu_i^2 + \sigma_i^2$$

Тогда

$$\sigma^2 = B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_1 \cdot \mu_1^2 + B_2 \cdot \mu_2^2 - (B_1 \cdot \mu_1 + B_2 \cdot \mu_2)^2$$

Вспомним, что  $B_1 + B_2 = 1$ . Дисперсия будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_1 \cdot \mu_1^2 + B_2 \cdot \mu_2^2 - (B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2) + \mu_2)^2 = \\ &= B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_1 \cdot \mu_1^2 + B_2 \cdot \mu_2^2 - B_1^2 \cdot (\mu_1 - \mu_2)^2 - 2 \cdot B_1 \cdot \mu_2 \cdot (\mu_1 - \mu_2) - \\ &\quad - \mu_2^2 = B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_1 \cdot \mu_1^2 + B_2 \cdot \mu_2^2 + B_2 \cdot B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2)^2 - \\ &\quad - B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_2 + 2 \cdot \mu_2) - \mu_2^2 = B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_1 \cdot \mu_1^2 + B_2 \cdot \mu_2^2 + \\ &\quad + B_2 \cdot B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2)^2 - B_1 \cdot \mu_1^2 - \mu_2^2 \cdot (1 - B_1) = \\ &= B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_2 \cdot B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2)^2 \end{aligned}$$

В итоге получаем следующее значение дисперсии, выражающиеся через статистические значения прилива и отлива:

$$\sigma^2 = B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_2 \cdot B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2)^2$$

Среднеквадратическое отклонение является корнем из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{B_1 \cdot \sigma_1^2 + B_2 \cdot \sigma_2^2 + B_2 \cdot B_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2)^2} \quad (3.11)$$

Четвёртый этап – проверка на нормальность первого процесса и второго процесса. Используем критерий Пирсона (также называемый критерий хи-

квадрат), который позволяет оценить значимость различий между фактическим количеством исходов или качественных характеристик выборки, попадающих в каждую категорию, и теоретическим количеством, которое можно ожидать в изучаемых группах при справедливости основной гипотезы. В нашем случае основная гипотеза – это подчинение статистики нормальному распределению. Процедура проверки гипотез с использованием критериев предусматривает группирование наблюдений. Область определения случайной величины разбивают на  $K$  непересекающихся интервалов. В соответствии с заданным разбиением подсчитывают число  $n_i$  выборочных значений, попавших в  $i$ -ый интервал, и вероятности попадания в интервал  $P_i(\theta) = F(x_i, \theta) - F(x_{i-1}, \theta)$  ( $x_i$  – граничные точки интервалов), соответствующие теоретическому закону с функцией распределения  $F(x, \theta)$  ( $\theta$  – вектор параметров распределения). Математическое выражение критерия выглядит следующим образом:

$$\chi^2 = n \sum_{i=1}^K \frac{\left(\frac{n_i}{n} - P_i(\theta)\right)^2}{P_i(\theta)} \quad (3.12)$$

Где  $n$  – общее число измерений;  $n_i$  – число выборочных значений, попавших в  $i$ -ый интервал;  $P_i(\theta)$  – теоретическое значение вероятности попадания в интервал. Также задаётся уровень значимости  $\alpha$ , который определяет вероятность ошибки первого рода. Далее находим уровень значимости  $p = 1 - F_{\chi^2(K-1)}(\chi^2)$ , где  $F_{\chi^2(K-1)}(\chi^2)$  – функция распределения хи-квадрат с  $K-1$  степенью свободы, которая имеет следующий вид:

$$F_{\chi^2(k)}(x) = \frac{\gamma\left(\frac{k}{2}, \frac{x}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}$$

где  $\gamma(n, x)$  – нижняя неполная гамма-функция,  $\Gamma(n)$  – полная гамма-функция. Если  $p \leq \alpha$ , то гипотеза о нормальности распределения отвергается и осуществляется переход к первому этапу – *подготовке данным*. Если  $p > \alpha$ , то осуществляется переход к следующему этапу.

На пятом этапе осуществляется *расчёт георисков*. Сначала нужно проверить на стационарность процесс, т.е. выявим есть ли зависимость уровня воды от времени. Для этого нужно определить стационарность или не стационарность математического ожидания и дисперсии. Проверим равенство средних значений и дисперсий между значениями, которые соответствуют разным промежуткам времени  $i$  и  $j$ . Воспользуемся для выяснения равенства средних значений  $T$ -критерием Стьюдента [131], который имеет вид:

$$T_{ij} = \frac{(\mu_i - \mu_j)}{\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{N_i - 1} + \frac{\sigma_j^2}{N_j - 1}}} \quad (3.13)$$

Воспользуемся для выяснения равенства дисперсий значений  $F$ -критерием Фишера [131], который имеет вид:

$$F_{ij} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_j^2} \quad (3.14)$$

Введём индикаторную функцию:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } \begin{cases} |T_{ij}| < t_{N_i+N_j-2} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ F_{N_i-1;N_j-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) < F_{ij} < F_{N_i-1;N_j-1} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{cases} \\ 0, \text{ если } \begin{cases} |T_{ij}| \geq t_{N_i+N_j-2} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ F_{ij} \geq F_{N_i-1;N_j-1} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ F_{ij} \leq F_{N_i-1;N_j-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \end{cases} \end{cases} \quad (3.15)$$

где  $t_{N_i+N_j-2} \left(\frac{\alpha}{2}\right)$  – квантиль уровня  $\frac{\alpha}{2}$  распределения Стьюдента,  $F_{N_i-1;N_j-1} \left(\frac{\alpha}{2}\right)$  –

квантиль уровня  $\frac{\alpha}{2}$  распределения Фишера. Введём коэффициент стационарности

$W$ , который определим следующим образом:

$$W = \frac{2}{M \cdot (M - 1)} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M p_{ij} \quad (3.16)$$

Будем считать процесс стационарным, если коэффициент стационарности не менее 0,75, если коэффициент стационарности меньше 0,75, то процесс будем считать стационарным. Если процессы стационарны, то можно считать, что математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение не зависят от времени. Их можно представить, как среднее значения по времени:

$$\mu_{1,2} = \langle \mu_{1,2}(t) \rangle_{t_f} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mu_{1,2;i}, \quad \sigma_{1,2} = \langle \sigma_{1,2}(t) \rangle_{t_f} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sigma_{1,2;i} \quad (3.17)$$

Следующее действие состоит в расчёте риска (вероятности) того, что уровень воды выйдет за границы заданного промежутка  $[h_l(t), h_u(t)]$  в заданный момент времени, т.е. найти вероятность, что уровень не будет принимать значения в заданном промежутке. Так как считаем, что значения автокорреляционной функции малы, то для данной задачи воспользуемся формулой полной вероятности:

$$P(t, h_l(t), h_u(t)) = 1 - \int_{h_l(t)}^{h_u(t)} f(x, t) dx \quad (3.18)$$

Используя (3.6), получим следующее преобразование (3.18):

$$P(t, h_l(t), h_u(t)) = 1 - B_1(t) \int_{h_l(t)}^{h_u(t)} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1(t)} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_1(t)}{\sigma_1(t)}\right)^2\right) dx - \\ - B_2(t) \int_{h_l}^{h_u} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2(t)} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_2(t)}{\sigma_2(t)}\right)^2\right) dx$$

Функция ошибок имеет вид:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-z^2) dz$$

Интеграл выражается через функцию ошибок следующим образом:

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dx = \int_0^b \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dx -$$

$$- \int_0^a \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dx = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{b-\mu}{\sqrt{2} \cdot \sigma}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{a-\mu}{\sqrt{2} \cdot \sigma}\right)$$

Тогда вероятность примет следующий вид:

$$P(t, h_l, h_u) = 1 - \frac{1}{2} B_1(t) \left( \operatorname{erf}\left(\frac{h_u(t) - \mu_1(t)}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1(t)}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{h_l(t) - \mu_1(t)}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1(t)}\right) \right) -$$

$$- \frac{1}{2} B_2(t) \left( \operatorname{erf}\left(\frac{h_u(t) - \mu_2(t)}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2(t)}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{h_l(t) - \mu_2(t)}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2(t)}\right) \right) \quad (3.19)$$

Здесь  $t$  – переменная, а  $h_l$  и  $h_u$  – параметры. Следующее действие интерполяции функции  $P(t, h_l, h_u)$  по переменной  $t$  для представления данных в более полном виде. Вид интерполяции (линейным сплайном, кубическим сплайном, бета сплайном, ...) зависит от выполняемой задачи.

Рассмотрим подробнее (3.6): первое слагаемое отвечает за один процесс, второе слагаемое отвечает за другой процесс. Первое слагаемое  $f_1(x, t)$  и второе слагаемое  $f_2(x, t)$  имеют вид соответственно:

$$f_1(x, t) = B_1(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right)$$

$$f_2(x, t) = B_2(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right)$$

Найдём вероятности, что в момент времени  $t$  будет осуществляться первый процесс  $P_1$  или будет осуществляться второй процесс  $P_2$ :

$$P_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x, t) dx = B_1(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right) dx = B_1(t)$$

$$P_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(x, t) dx = B_2(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right) dx = B_2(t)$$

Коэффициенты  $B_1$  и  $B_2$  имеют значения вероятности, что в момент времени  $t$  будет осуществляться первый процесс или второй процесс соответственно.

Также будет целесообразно найти вероятное время выхода уровня воды за границы заданного промежутка  $[h_l(t), h_u(t)]$ , т.е. среднее время в течение, которого уровень будет в промежутке  $[h_l(t), h_u(t)]$ :

$$T_{\text{ВЫХ}} = \int_0^{t_f} P(t) dt \quad (3.20)$$

Если предположить, что заданный промежуток  $[h_l, h_u]$  и набор параметров распределения  $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \mu_2 > \mu_1)$  не зависит от времени, то вероятное время выхода будет иметь следующий вид:

$$T_{\text{ВЫХ}} = t_f - \frac{1}{2} \left( \left( \operatorname{erf} \left( \frac{h_u - \mu_1}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{h_l - \mu_1}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1} \right) \right) \cdot \int_0^{t_f} B_1(t) dt + \right. \\ \left. + \left( \operatorname{erf} \left( \frac{h_u - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{h_l - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2} \right) \right) \cdot \int_0^{t_f} B_2(t) dt \right)$$

Учитывая уравнение (3.7), получим, что вероятное время выхода преобразуется к следующему виду:

$$T_{\text{ВЫХ}} = t_f \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \operatorname{erf} \left( \frac{h_u - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{h_l - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2} \right) \right) \right) - \frac{1}{2} \int_0^{t_f} B_1(t) dt \cdot \\ \cdot \left( \operatorname{erf} \left( \frac{h_u - \mu_1}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{h_u - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{h_l - \mu_1}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{h_l - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2} \right) \right) \quad (3.21)$$

Если сделать следующую замену в (3.21):  $x = \frac{h_u - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2}$ ,  $y = \frac{h_l - \mu_2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_2}$ ,  $a = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} B_1(t) dt$ ,

$b = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ ,  $c = \frac{\sigma_2 (\mu_2 - \mu_1)}{\sigma_1 \sqrt{2}}$ , то получим симметричный вид функции от двух переменных

с тремя параметрами следующего вида:

$$T_{\text{ВЫХ}} = t_f \left( 1 - \frac{1}{2} (\operatorname{erf}(x) - \operatorname{erf}(y)) - \frac{1}{2} a \cdot \right. \\ \left. \cdot (\operatorname{erf}(b \cdot x + c) - \operatorname{erf}(b \cdot y + c) - (\operatorname{erf}(x) - \operatorname{erf}(y))) \right) \quad (3.22)$$

В таком виде функцию проще анализировать. Можно сделать некоторые выводы о параметрах. Параметр  $a$  является средним значением по времени  $B_1(t)$ , поэтому

параметр принимает значения от 0 до 1. Параметр  $b$  и параметр  $c$  однозначно больше 0. Приведём к ещё более простому виду функцию (3.22), сделав промежуток  $[h_l, h_u]$  симметричным относительно  $\mu_2$ , т.е.  $x = -y$ , тогда вероятное время выхода имеет следующий вид:  $T_{\text{вых}} = t_f(1 - (\text{erf}(x) \cdot (1 - a) + a \cdot \text{erf}(b \cdot x + c))) = t_f \cdot (1 - s)$ . Здесь  $s$  – некоторая константа, которая очевидно принимает значения в промежутке от 0 до 1. Поэтому  $T_{\text{вых}}$  представляется в виде интервала времени, умноженного на константу, принимающей значения в промежутке  $[0, 1]$ .

Последний этап – это *вывод временных данных*. На данном этапе происходит сначала вывод геориска  $P(t, h_l, h_u)$  в зависимости от времени  $t$  в базы данных, потом, при необходимости, визуализация данных.

Детализированное описание расчётов краткосрочных волновых рисков для одной географической точки акватории Обской губы представлено в приложении Б параграф Б1.

### 3.2.2. Оценка долгосрочных георисков арктического судоходства

Сильно автокоррелированные ограничивающие факторы определяются, как факторы, значение автокорреляционной функции между двумя временными точками которых больше 0,2. Если значения величины зависят от значений в предыдущие моменты времени, то автокорреляционная функция будет меняться в пределах значений промежутка  $[0,2; 1]$ . В данном разделе будем считать, что автокоррелированные факторы сильны.

На основе результатов, полученных при предварительной обработке данных уровня водной поверхности нескольких географических точек в акватории Обской губы, была разработана методика оценка георисков территориальной активности в районах с сильно автокоррелированными ограничивающими факторами. Сильно автокоррелированные ограничивающие факторы в акватории Обской губы возникают при рассмотрении изменений уровня водной поверхности за годовой или месячный период времени. Данный процесс имеет только один пик функции распределения, и автокорреляционная функция имеет большие значения. Поэтому он отличается от рассмотренного ранее процесса со слабой автокорреляционной

функцией, и требуется разработка новой методики обработки геоданных. Представленная в этом разделе, методика по содержанию не будет сильно отличаться от представленной ранее, но будет отличаться по наполнению.

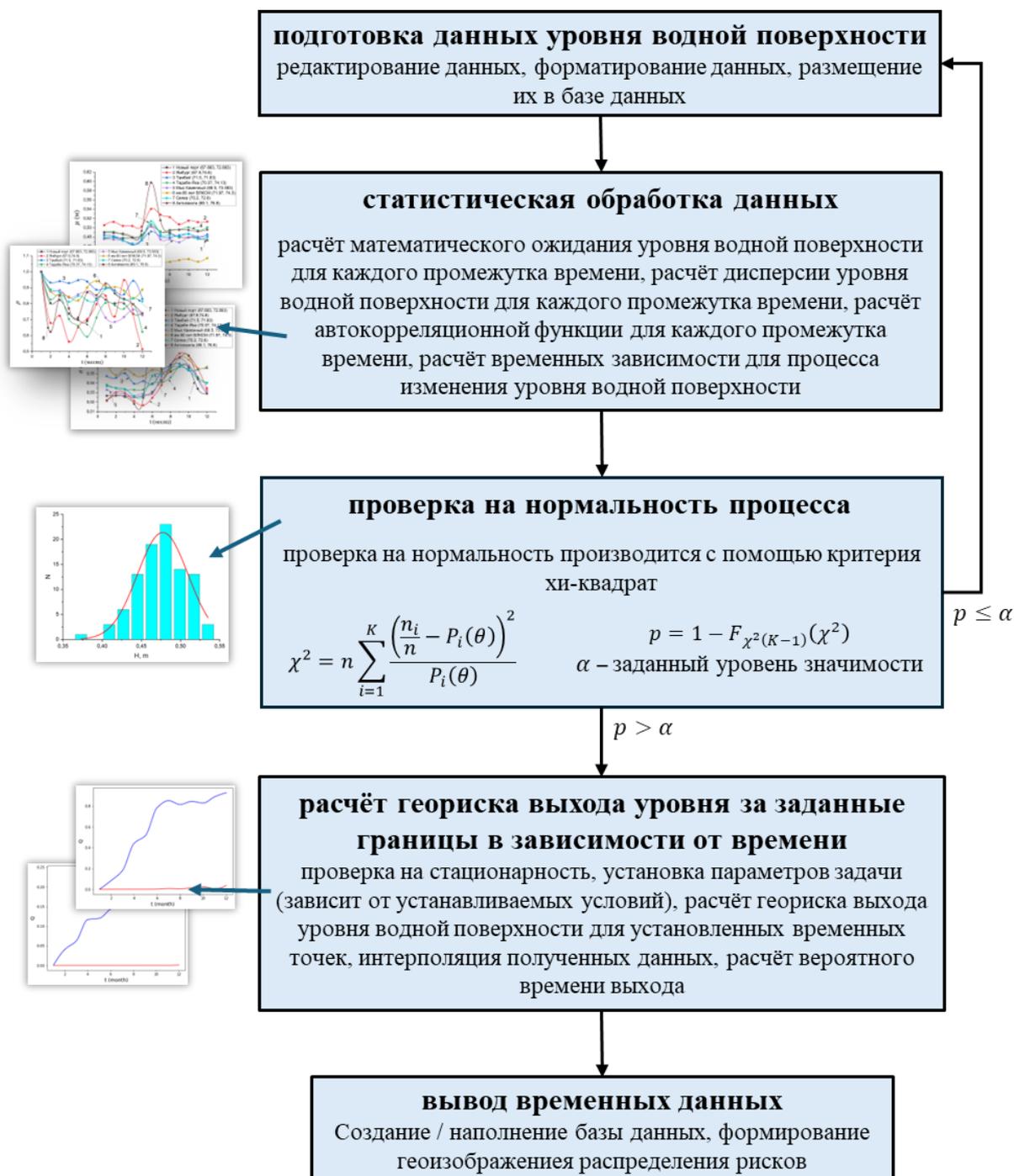


Рис. 3.4. Схема методики оценка долгосрочных георисков арктического судоходства.

На рис.3.4 представлена схема методики оценка георисков территориальной активности в районах с сильными автокоррелированными ограничивающими факторами. Сначала необходимо провести *подготовку данных*, что включает в себя редактирование и форматирование данных, и размещение их в базе данных.

Второй этап – *статистическая обработка данных*. В данной методике случайной величиной является уровень водной поверхности. Сначала разбивается годовой интервал на М более меньших интервалов, число которых зависит от числа поставленной задачи и геоданных. Для данной методики рассчитываются следующие параметры: первый начальный момент случайной величины ( $\mu$  – математическое ожидание), 2-ой центральный момент случайной величины ( $\sigma^2$  – дисперсия),  $\rho$  – автокорреляционная функция. Для вычисления математического ожидания и среднеквадратическое отклонение используются уравнения (3.1):

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_i - \mu)^2}$$

где  $x_i$  – значения уровня водной поверхности для определённого промежутка времени, N – число измерений уровня водной поверхности для определённого промежутка времени. Вычисление автокорреляционной функции вычисляется, используя уравнение (3.2):

$$\rho(t_x, t_y) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x) \cdot (y_i - \mu_y)$$

где  $t_x, t_y$  – значение времени из одного и из другого промежутка времени соответственно;  $x_i, y_i$  – значения уровня водной поверхности для одного и для другого промежутка времени соответственно; N – число измерений уровня водной поверхности для определённых промежутков времени;  $\mu_x, \mu_y$  – среднее значение уровня водной поверхности для одного и для другого промежутка времени соответственно;  $\sigma_x, \sigma_y$  – среднеквадратичное отклонение уровня водной поверхности для одного и для другого промежутка времени соответственно.

Считаем, что процесс изменения уровня водной поверхности описывается нормальной плотностью распределения:

$$g(t_i, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma(t_i)} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu(t_i)}{\sigma(t_i)}\right)^2\right) \quad (3.23)$$

где  $t_i$  – начальное время  $i$ -го интервала.

Так же на данном этапе происходит выявление стационарности или нестационарности процесса. Проверим равенство средних значений и дисперсий между значениями, которые соответствуют разным промежуткам времени  $i$  и  $j$ . Воспользуемся для выяснения равенства средних значений  $T$ -критерием Стьюдента (3.13):

$$T_{ij} = \frac{(\mu_i - \mu_j)}{\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{N_i - 1} + \frac{\sigma_j^2}{N_j - 1}}}$$

Для выяснения равенства дисперсий воспользуемся  $F$ -критерием Фишера (3.14):

$$F_{ij} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_j^2}$$

Введём индикаторную функцию (3.15):

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } \begin{cases} |T_{ij}| < t_{N_i+N_j-2} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ F_{N_i-1;N_j-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) < F_{ij} < F_{N_i-1;N_j-1} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{cases} \\ 0, \text{ если } \begin{cases} |T_{ij}| \geq t_{N_i+N_j-2} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ F_{ij} \geq F_{N_i-1;N_j-1} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ F_{ij} \leq F_{N_i-1;N_j-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \end{cases} \end{cases}$$

Коэффициент стационарности  $W$  (3.16), определит является процесс стационарным или нет:

$$W = \frac{2}{M \cdot (M - 1)} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M p_{ij}$$

Стационарность процесса была определена следующим образом – коэффициент стационарности не менее 0,75. Нестационарность процесса – коэффициент стационарности меньше 0,75. Если процесс стационарен, то можно считать представить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение следующим образом:

$$\mu = \langle \mu(t) \rangle_{t_f} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mu_i, \quad \sigma = \langle \sigma(t) \rangle_{t_f} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sigma_i$$

Третий этап – *проверка на нормальность процесса*. Для проверки используем критерий Пирсона (также называемый критерий хи-квадрат), который был описан в предыдущем разделе. Если гипотеза о нормальности распределения отвергается, то осуществляется переход к первому этапу – подготовке данным. Если гипотеза о нормальности подтверждается, то осуществляется переход к следующему этапу.

Четвёртый этап – *расчёт геориска* (вероятности) того, что уровень воды выйдет за границы заданного промежутка  $[a(t), b(t)]$  в заданном промежутке времени  $[t_i, t_s]$ . Так как автокорреляционная функция сильна, то на вероятность в данный момент времени влияет вероятность в предыдущие моменты времени. Поэтому производится расчёт условной вероятности, которая будет зависеть от уровня водной поверхности в начальный момент времени. Получить точное значение вероятности является очень сложной задачей, поэтому приведём оценку верхней и нижней границы. Для задачи расчёта оценки геориска воспользуемся формулами из главы 2 подраздела 2.3.1.2.

Оценка верхней границы можно вычислить, используя формулу (2.28):

$$P^*(t_i, t_f | x_b) = \min_{\theta \in [t_i, t_s]} \left( \Phi \left( \frac{b(\theta) - m(\theta) - \frac{\sigma(\theta)}{\sigma(t_i)} \rho(t_i, \theta) (x_b - m(t_i))}{\sigma(\theta)} \right) - \Phi \left( \frac{a(\theta) - m(\theta) - \frac{\sigma(\theta)}{\sigma(t_i)} \rho(t_i, \theta) (x_b - m(t_i))}{\sigma(\theta) \sqrt{1 - \rho^2(t_i, \theta)}} \right) \right)$$

Где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа. Нижняя граница оценки, полученная в главе 2 и приближенная к точному значению, выражается формулой (2.91):

$$P_*(t_i, t_s | x_b) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi(1 - \rho_s^2)}} \int_{t_i}^{t_s} \left| W(t|x_b) - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{1 - \rho_s^2}{1 - \rho^2}} \cdot U(t|x_b) \right| dt$$

Где введены следующие обозначения:

$$\rho = \rho(t_i, t); \rho_f = \rho(t_i, t_s); \partial\beta = \frac{d\beta(t|x_b)}{dt}; \partial\alpha = \frac{d\alpha(t|x_b)}{dt}$$

$$W(t|x_b) = (\partial\beta + g'(t) \cdot \beta) \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) - (\partial\alpha + g'(t) \cdot \alpha) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}\right)$$

$$U(t|x_b) = \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot \left(-\partial\beta + \sqrt{2}\eta\nu \cdot \beta + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) - \\ - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot \left(-\partial\alpha + \sqrt{2}\eta\nu \cdot \alpha - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right)$$

$$\alpha = \alpha(t|x_b) = (a(t) - m(t)) \frac{1}{\sigma(t)} - \rho(t_s, t) \cdot (x_b - m(t_s)) \cdot \frac{1}{\sigma(t_s)}$$

$$\beta = \beta(t|x_b) = (b(t) - m(t)) \frac{1}{\sigma(t)} - \rho(t_i, t) \cdot (x_b - m(t_i)) \cdot \frac{1}{\sigma(t_i)}$$

$$g = \frac{1}{\rho(t, t + \tau)}; g'(t) = \frac{dg(t, t + \tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=0}$$

$$\lambda = \partial\rho_{tt} - \rho \cdot \partial\rho_t; \eta = -2\partial\rho_{tt}; \partial\rho_{tt} = \frac{\partial}{\partial s} (\rho(t, s)) \Big|_{s=t}$$

$$\nu = d_1 + d_2 - d_3; d_i = \sum_{j=0}^3 v_{ij}; \delta = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij}; c_0 = \sum_{i=1}^3 \sqrt{i} \approx 4,146$$

$$v_{ij} = (V)_{ij} = (L)_{ij} - (KCK)_{ij}; L = \frac{1}{\eta^2(1 - \rho^2)} (S + \lambda^2 N); K = \frac{1}{6\eta} N$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & c_{01} & c_{02} & c_{03} \\ c_{01} & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{02} & c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{03} & c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix}; N = \begin{pmatrix} 11 & -6 & -3 & -2 \\ -6 & 6 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c_{ij} = (i + j)^2 \partial^2 \rho_{tt} (1 - \delta_{ij}) - (i^2 + j^2) \rho \partial^2 \rho_t - i \cdot j (\partial\rho_t)^2$$

$$S = \begin{pmatrix} v^2 & -\lambda \cdot v & -\lambda \cdot v & -\lambda \cdot v \\ -\lambda \cdot v & \lambda^2 & \lambda^2 & \lambda^2 \\ -\lambda \cdot v & \lambda^2 & \lambda^2 & \lambda^2 \\ -\lambda \cdot v & \lambda^2 & \lambda^2 & \lambda^2 \end{pmatrix}$$

Для нахождения нижней и верхней границы оценки геориска используются следующие выражения соответственно:

$$Q_*(t_i, t_s | x_b) = 1 - P^*(t_i, t_s | x_b), \quad Q^*(t_f | x_b) = 1 - P_*(t_i, t_s | x_b)$$

Верхняя граница оценки геориска  $Q^*(t_i, t_s | x_b)$  принимает значения близкие точному значению геориска.

Для оценки вероятного времени выхода уровня воды за границы заданного промежутка  $[a(t), b(t)]$  – средний промежуток времени, в течение которого уровень водной поверхности будет находиться за пределами промежутка  $[a(t), b(t)]$  – используется выражение:

$$T_{\text{вых}} = \int_{t_i}^{t_f} Q_*(t_i, t | x_b) dt \quad (3.24)$$

Здесь  $[t_i, t_f]$  – полный промежуток времени, для которого проводятся расчёты.

Последний этап – это *вывод временных данных*. На данном этапе происходит сначала вывод геориска  $P(t_i, t, h_l, h_u | x_b)$  в зависимости от времени  $t$  в базы данных, потом, при необходимости, визуализация данных.

Детализированное описание расчётов долгосрочных волновых рисков для нескольких географических точек акватории Обской губы представлено в приложении Б параграф Б2.

### 3.2.3. Интегральная методика оценки георисков арктического судоходства

В арктической зоне измерение параметров уровня водной поверхности затруднительно из-за сложных климатических условий. Поэтому количество данных будет недостаточно для полного описания состояния акваторий в арктической зоне. В данном разделе рассмотрена полноценная методика, которая позволит получить подробную картину распределения риска по всей акватории.

На рис.3.5 представлена схема методики системы РАС. Первый этап – подготовка данных. Он включает в себя редактирование и форматирование данных, размещение полученных данных в базе данных.

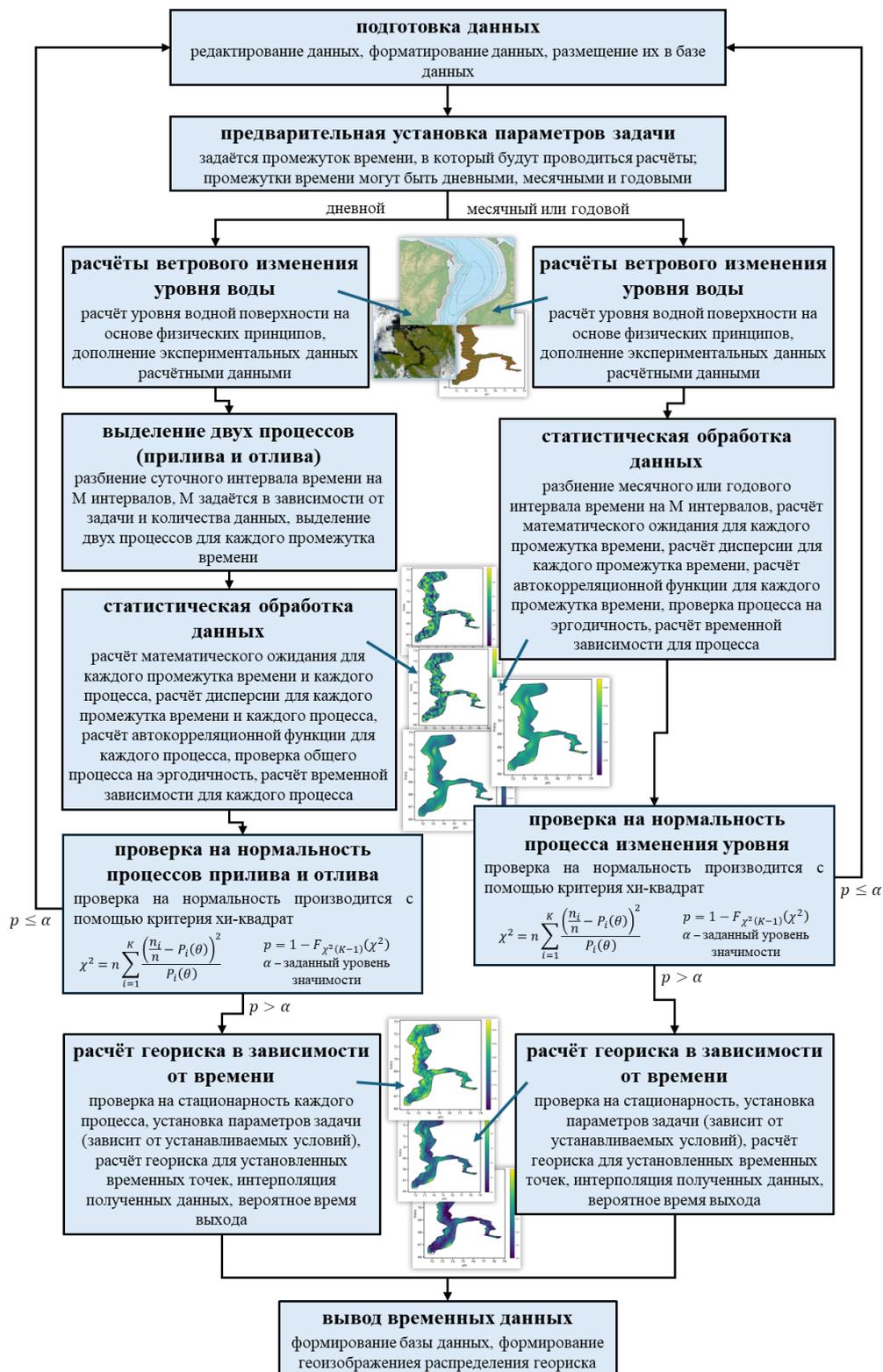


Рис. 3.5. Схема интегральной методики оценки георисков.

Следующий этап носит название *предварительная установка параметров задачи*. На данном этапе устанавливается промежуток времени, на котором будут производиться расчёты. Можно задать один из трёх промежутков: дневной, месячный, годовой. Далее происходит ветвление в зависимости от выбранного промежутка времени. Выделяются две ветки: первая – для дневного промежутка; вторая – для месячного и годового промежутка.

После предварительной установки параметров в первой и второй ветках выполняется этап *расчёты дополняющие экспериментальные данные*. На данном этапе производятся расчёты уровня водной поверхности на основе уравнений мелкой воды, представленных в главе 2 пункт 2.3.2. Для реализации этого пункта необходимо собрать данные. Первое – модель рельефа дна акватории, не зависит от времени, влияет на длины волн. Второе – распределение ветров, обычно зависит от сезонов года, является случайным параметром. Третье – количество воды, которая впадает в акваторию из рек. Четвёртое – начальное распределение поля уровня водной поверхности и поля скоростей водного потока. Пятое – граничные условия, могут иметь и не иметь трения воды о границу.

Для численного решения уравнения мелкой воды необходимо задать расчётную сетку и интервал времени для точности и устойчивости решения. Сначала зададим размер ячейки, исходя из общих физических предположений. В мелководных акваториях волнообразование ограничено, и длина волн относительно невелика по сравнению с глубоководными участками океанов. Нам не нужно детально изучать волнообразование в акватории, достаточно знать среднее по длине волны  $\lambda$  изменение уровня в течение суток. Сделаем элементарную ячейку сетки такой, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$$\frac{a}{\lambda} \gg 1$$

Где  $\lambda$  – длина волны,  $a$  – длина ребра элементарной ячейки. Берём  $\Delta x = \Delta y = a$ . Это приближение не даст точного решения системы уравнений, но даст примерное

представление об изменениях уровня водной поверхности и уменьшит вычислительные затраты.

В расчётах будем использовать декартовы координаты, т. к. разница в широте и долготе малы. Это достаточно грубое допущение, однако для описания методики такого преобразования будет достаточно. Поэтому введём следующие преобразования географических координат в декартовы координаты:

$$\begin{cases} x = R \cdot \pi \frac{(\varphi - \varphi_{min})}{180} \cdot \sin(\theta) \\ y = R \cdot \pi \frac{(\theta - \theta_{min})}{180} \end{cases}$$

Где  $R = 6371$  км – средний радиус земли,  $\varphi$  – широта,  $\theta$  – долгота. Обратное преобразование примет следующий вид:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_{min} + \frac{180}{\pi \cdot R \cdot \sin\left(\theta_{min} + \frac{180}{\pi \cdot R} \cdot y\right)} \cdot x \\ \theta = \theta_{min} + \frac{180}{\pi \cdot R} \cdot y \end{cases}$$

Условие Куранта-Фридрихса-Леви (КФЛ) является необходимым условием устойчивости явных численных методов решения гиперболических уравнений в частных производных, включая уравнения мелкой воды. Оно накладывает ограничения на соотношение между временным шагом  $\Delta t$  и пространственными шагами  $\Delta x$  и  $\Delta y$ . Максимальная скорость распространения волн (фазовая скорость распространения малых гравитационных волн) определяется выражением:

$$c_{max} = \sqrt{g \cdot H}$$

Где  $g$  – ускорение свободного падения,  $H$  – средняя глубина жидкости. Тогда условие КФЛ формулируется следующим образом:

$$\Delta t \leq C \cdot \frac{\min(\Delta x, \Delta y)}{c_{max}} = C \cdot \frac{\min(\Delta x, \Delta y)}{\sqrt{g \cdot H}}$$

Здесь  $C$  – коэффициент Куранта, обычно принимается близким к 1 для максимального разрешения деталей.

Следующая задача провести расчёты водной поверхности и поля скоростей водного потока в заданной акватории. Расчёты проводятся для суточного

промежутка времени и выбранного дня. Для данного дня задаются распределение ветров, количество воды, поступающей в акваторию из внешних источников, начальные и граничные условия. Вычисляется среднее значение уровня водной поверхности для каждого часа в суточном интервале, т.е. для каждого дня всего 24 измерения. Полученные данные дополняется база данных, сформированная на первом этапе.

Рассмотрим теперь по отдельности каждую из ветвей методики. Начнём с первой ветви. Сначала идёт этап *выделение двух процессов*. Первая задача этого этапа разбиение суточного интервала времени на  $M$  интервалов,  $M$  задаётся в зависимости от задачи (можно разбить суточный интервал на малые интервалы по 1 часу или по 0,5 часа). Следующая задача выделение двух процессов для каждого малого промежутка времени. Следующий этап *статистическая обработка данных*. Первая задача: расчёт математического ожидания для каждого промежутка времени и каждого процесса, расчёт дисперсии для каждого промежутка времени и каждого процесса, расчёт автокорреляционной функции для каждого процесса. Следующей задачей является проверка общего процесса на эргодичность. Последняя задача в данном этапе – расчёт временной зависимости для каждого процесса. Далее идёт этап *проверка на нормальность каждого процесса*, в котором происходит проверка на нормальность, производится с помощью критерия хи-квадрат. Если проверка даёт положительный результат, то осуществляется переход к следующему этапу. Если проверка не даёт положительный результат, то осуществляется переход к первому этапу для сбора большего количества данных. Последний этап в первой ветви – расчёт геориска в зависимости от времени. На данном этапе происходит проверка на стационарность каждого процесса, установка параметров задачи, расчёт геориска для установленных временных точек и географических точек, интерполяция полученных данных, вероятное время выхода. Этапы, представленные в первой ветви, подробно описаны в пункте 3.2.1.

Теперь рассмотрим вторую ветвь методики. Сначала идёт этап *статистическая обработка данных*. Первая задача этого этапа – разбиение суточного интервала времени на  $M$  интервалов,  $M$  задаётся в зависимости от задачи

(можно разбить годовой интервал на малые интервалы по 1 месяцу, месячный интервал – по 1 день). Следующая задача выделение двух процессов для каждого малого промежутка времени. Вторая задача: расчёт математического ожидания для каждого промежутка времени, расчёт дисперсии для каждого промежутка времени, расчёт автокорреляционной функции. Следующей задачей является проверка общего процесса на эргодичность. Последняя задача в данном этапе – расчёт временной зависимости для каждого процесса. Далее идёт этап *проверка на нормальность процесса*, в котором происходит проверка на нормальность, производится с помощью критерия хи-квадрат. Если проверка даёт положительный результат, то осуществляется переход к следующему этапу. Если проверка не даёт положительный результат, то осуществляется переход к первому этапу для сбора большего количества данных. Последний этап в первой ветви – расчёт геориска в зависимости от времени. На данном этапе происходит проверка на стационарность процесса, установка параметров задачи, расчёт геориска для установленных временных точек и географических точек, интерполяция полученных данных, вероятное время выхода. Этапы, представленные во второй ветви, подробно описаны в пункте 3.2.2.

Последним этапом методики является *вывод временных данных*. Первой задачей является формирование баз данных, которые включают в себя информацию о заданных параметрах, о географических точках (широта, долгота), о временных точках, о георисках в каждой географической точке и каждой временной точке. Базы данных помогут упростить визуальное отображение данных в виде временных рядов или пространственного распределения.

Детализированное описание расчётов распределения волновых рисков для всей акватории Обской губы представлено в приложении Б параграф Б3.

### **3.3. Программная методика пространственного анализа рисков арктических акваторий и выработки пространственно-содержательных рекомендаций по безопасности арктической навигации**

Интенсификация хозяйственного использования арктических акваторий, включая активную разработку шельфовых месторождений и рост транзитного судоходства по Северному Морскому Пути (СМП), сопровождается возрастанием требований к навигационной безопасности морской деятельности в Арктической зоне. Специфические условия региона — мелководность, экстремально низкие температуры, изменчивость гидрометеорологических параметров, сложный ледовый режим, недостаточная изученность рельефа дна и динамики береговой линии относят его к разряду деструктивных [132, 133] или опасных, создают комплексные риски для мореплавания [134]. Традиционные методы планирования, основанные на анализе ограниченного набора навигационных данных (прежде всего, батиметрия и краткосрочные метеопрогнозы), становятся недостаточными [136, 137]. Современные вызовы требуют интегрального подхода, учитывающего вероятностную природу многих опасных явлений и их взаимное влияние [138].

В частности, уровень моря, определяемый приливно-отливными явлениями, ветровыми сгонно-нагонными процессами и долгосрочными климатическими трендами, является критически важным динамическим параметром, непосредственно влияющим на доступность фарватеров для судов с заданной осадкой. Его игнорирование или упрощённая оценка могут привести к посадке на мель, повреждению корпуса или полной блокировке судна. Таким образом, актуальной задачей является разработка интеллектуальной системы, способной в режиме, близком к реальному времени, оценивать совокупную безопасность локации для конкретного судна на основе всестороннего оперативного анализа десятков параметров. Предложено геоконтроллинг-решение [132], реализующее двухэтапный цикл территориального анализа и регулирования транспортной логистики: на первом этапе, строится динамическая безопасная изобата (зона приемлемого риска по уровню воды), а на втором — внутри этой зоны выполняется интегральная оценка всех остальных рисков. Предлагаемый подход

реализован в рамках программно-информационного комплекса, состоящего из двух основных модулей: «Оценка ГеоРисков» (вероятностная модель уровня воды) [139] и «ГруМАР» (грузоперевозки морские арктические рисковые, нейросетевая интегральная оценка) [140], и предназначен для планирования переходов в сложных акваториях Арктики, например, таких как Обская губа (Карское море).

Методология программной системы построена на последовательном выполнении четырёх базовых этапов:

1-й этап: Построение безопасных изобат по времени. Для заданных параметров судна (осадка, курс, скорость, тип) и прогноза уровня моря на время  $t^*$  модуль «Оценка ГеоРисков» на основе вероятностной модели рассчитывает зону (изобату), в пределах которой риск, связанный с колебаниями уровня воды, является приемлемым.

2-й этап: Выбор безопасной изобаты на конкретный момент времени  $t_i$ . Для оперативного планирования на выбранный момент времени  $t_i$  определяется актуальная безопасная изобата, которая служит первичной областью для дальнейшего анализа.

3-й этап: Интегральная оценка рисков внутри безопасной зоны. В пределах области, заданной безопасной изобатой, модуль «ГруМАР» выполняет всесторонний анализ более 50 взаимосвязанных параметров (метеорология, лёд, рельеф дна, параметры судна и т.д.) с помощью глубокого обучения, формируя интегральную карту рисков.

4-й этап: Построение оптимального маршрута. В зоне, являющейся пересечением безопасной изобаты и интегральной оценки «ГруМАР», строится оптимальный маршрут перехода судна, минимизирующий совокупный риск. Расчёты проводятся по следующим формулам:

Прежде чем перейти к описанию системы «ГруМАР», необходимо детально рассмотреть базовую вероятностную модель оценки риска, связанного с колебаниями уровня моря, реализованную в модуле «Оценка ГеоРисков». Этот параметр является одним из наиболее критичных для безопасного планирования

арктических маршрутов, так как определяет фактическую доступность фарватеров для судов с заданной осадкой.

### 3.3.1. Модуль «Оценка ГеоРисков»

Для каждого узла регулярной сетки, наложенной на акваторию, на основе исторических данных уровня воды за несколько лет выполняется статистический анализ временных рядов. Расчёты проводятся по следующим формулам:

**Математическое ожидание уровня воды:**

$$m_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} . \quad (3.25)$$

где  $x_{ij}$  — значение уровня в  $j$ -й момент внутри  $i$ -го интервала.

**Среднеквадратичное отклонение как мера изменчивости:**

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - m_i)^2} \quad (3.26)$$

**Автокорреляционная функция**, характеризующая зависимость текущего значения от предыдущего:

$$r_i = \frac{\text{Cov}(X_i, X_{i+1})}{s_i \cdot s_{i+1}} \quad (3.27)$$

На основе этих статистик для произвольного момента времени  $t$  вычисляется вероятность нахождения уровня воды в безопасном интервале  $[a, b]$ , где  $a$  — минимально допустимая глубина с учётом осадки судна и навигационного запаса под килем,  $b$  — уровень, превышение которого может быть опасно по иным причинам (например, ограничения по высоте под мостами).

Статистики для произвольного момента времени  $t$  находятся как:

$$m(t) = \text{linear\_interp}(t, \{t_i\}, \{m_i\})$$

$$s(t) = \text{linear\_interp}(t, \{t_i\}, \{s_i\})$$

где  $t_i$  — узлы временной сетки;  $m_i$ ,  $s_i$  — рассчитанные ранее математическое ожидание и СКО)

Вероятность нахождения уровня воды в безопасном интервале:

$$P(t) = \left[ \Phi \left( \frac{b - m(t)}{s(t)} \right) - \Phi \left( \frac{a - m(t)}{s(t)} \right) \right]$$

где:

$\Phi$  — функция стандартного нормального распределения;

$a$  — минимально допустимая глубина (осадка + установленный (назначенный) минимальный запас воды под килем);

$b$  — максимально допустимый уровень воды.

Риск выхода уровня за верхнюю границу интервала рассчитывается как:

$$Q_{\text{верх}} = 1 - \left[ \Phi \left( \frac{b - m(t)}{s(t)} \right) - \Phi \left( \frac{a - m(t)}{s(t)} \right) \right] \quad (3.28)$$

где  $m(t)$  и  $s(t)$  получаются линейной интерполяцией рассчитанных статистик  $m_i$  и  $s_i$ .

Для визуализации геориска акватория дискретизируется установленной сеткой (матрица ячеек). В каждом узле  $(x_i, y_j)$  вычисляется значение  $Q_{\text{верх}}(t)$ . Далее методом интерполяции (например, IDW или  $K_{\text{riging}}$ ) строится непрерывное поле риска.

Здесь IDW (англ. Inverse Distance Weighting, рус. «Обратное Взвешенное Расстояние») — метод пространственной интерполяции. Предполагает, что значения в ближних точках сильнее оказывают влияние на прогнозируемое значение, нежели значения в точках, которые расположены дальше.

Кригинг (Kriging) — метод интерполяции, который используется в геостатистике. Цель метода — оценить значение переменной в неизмеренном местоположении на основе данных из близких точек. Например, можно интерполировать среднюю месячную концентрацию озона в городе или доступность здоровых продуктов в окрестностях.

Для визуализации геориска акватория дискретизируется сеткой с узлами  $(x_i, y_j)$ . Для каждого узла, зная его глубину по батиметрии и прогнозную изменчивость уровня воды  $m(t)$  и  $s(t)$ , вычисляется вероятность события, при котором

фактическая глубина в точке станет меньше минимально допустимой для данного судна  $a$  (где  $a$  — сумма осадки судна и навигационного запаса). Эта вероятность  $Q_{\text{верх}}(t)$  рассчитывается по формуле (3.28).

Далее методом интерполяции строится непрерывное поле вероятности  $Q_{\text{верх}}(t)$ . Изобата риска — это линия равного уровня этой вероятности, т.е. геометрическое место точек, где  $Q_{\text{верх}}(x, y) = \text{const}$  (например, 5%). Система отображает эту изобату на карте, маркируя её как «Предел безопасного плавания по условиям осадки». Зона с более высоким риском (ближе к берегу или на меньших глубинах) считается недоступной для плавания в данный момент времени.

Результатом данного этапа является **карта рисков по изобатам**, визуализирующая вероятность безопасного прохождения для судна с заданными параметрами (осадка, курс, скорость, тип) в зависимости от прогноза уровня моря (Рис.3.6).

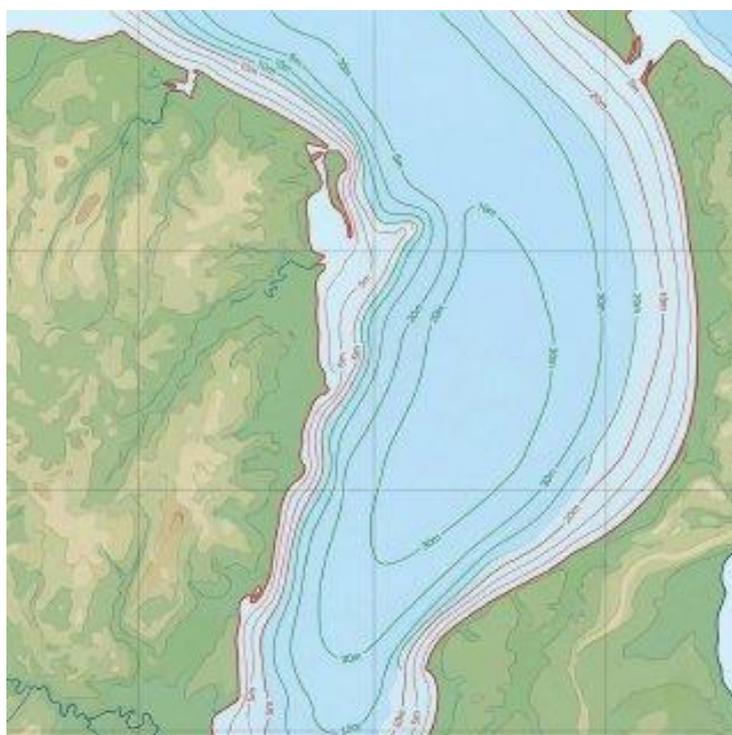


Рис. 3.6. Карта рисков по изобатам в зависимости от прогноза уровня моря и параметров судна

### 3.3.2. Модуль интегральной оценки георисков

После определения зоны безопасной изобаты система переходит к интегральному анализу обстановки внутри этой зоны с помощью модуля «ГруМАР». Он интегрирует более 50 взаимосвязанных параметров в единую нейросетевую модель, что позволяет перейти от оценки одного фактора к комплексной интегральной оценке навигационной безопасности, учитывающей синергетические эффекты и компенсацию рисков.

Архитектура системы носит модульный характер и реализована на языке Python. Она включает:

1. Модуль «Оценка ГеоРисков» (предобработка и вероятностная оценка уровня воды — NumPy, SciPy, Pandas).
2. Модуль «ГруМАР» (нейронная сеть для интегральной оценки риска внутри безопасной зоны — TensorFlow/Keras).
3. Модуль картографической визуализации и построения маршрутов (GeoPandas, Matplotlib, Folium).

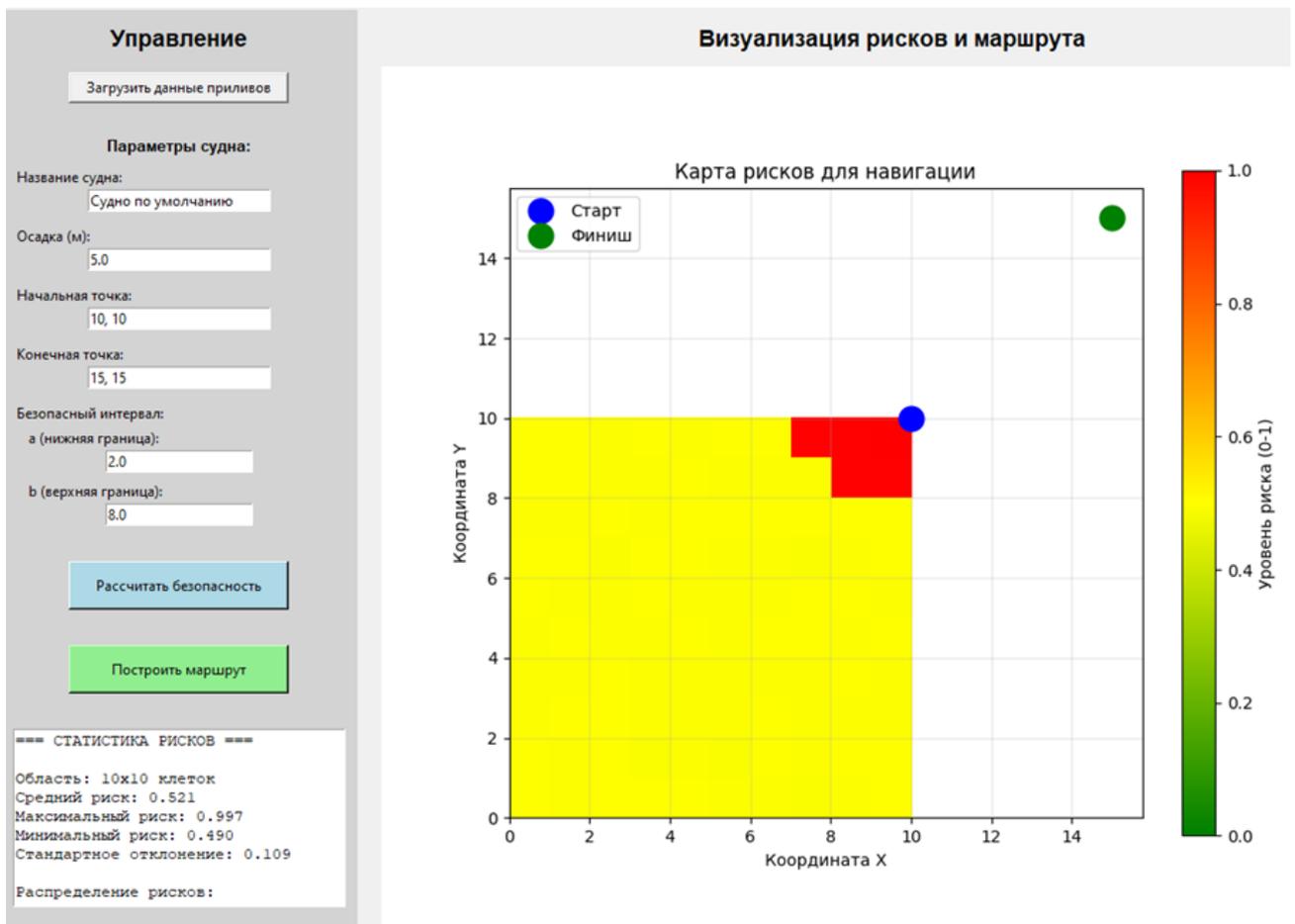


Рис 3.7. Общий интерфейс программы

Входные данные для системы:

- векторная карта региона с изобатами (приведена на рисунке 3.8);
- растровый слой батиметрии;
- временные ряды уровня воды;
- прогнозные метеорологические и океанографические данные;
- данные о ледовой обстановке;
- характеристики судна;
- маршрутные (рейсовые) установки.

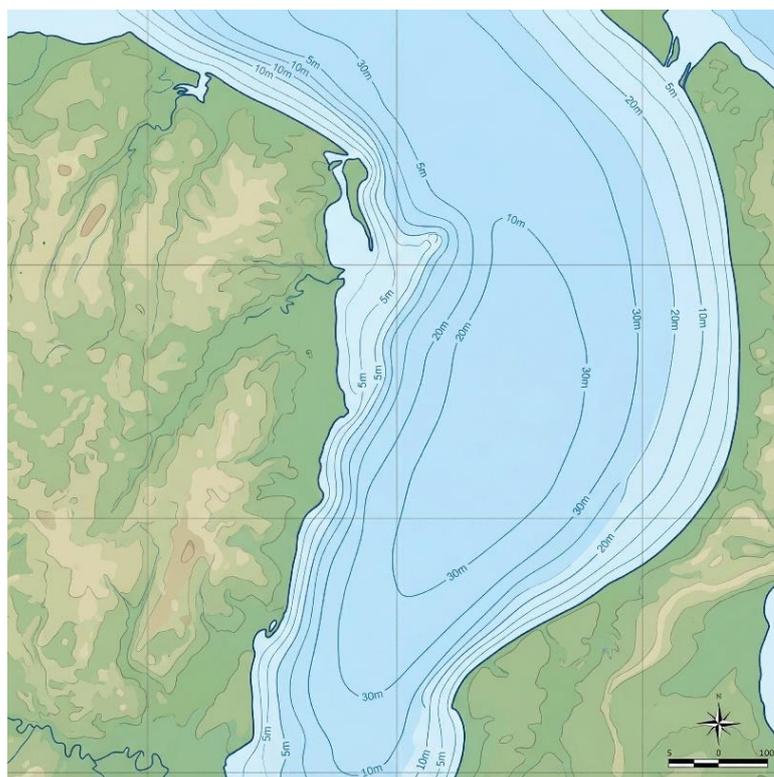


Рис. 3.8. Входные данные в виде карты.

После построения базовой вероятностной оценки риска, связанного с колебаниями уровня моря, модуль «ГруМАР» осуществляет всесторонний анализ обстановки, интегрируя более 50 взаимосвязанных параметров в единую нейросетевую модель. Это позволяет перейти от оценки одного фактора к комплексной интегральной оценке навигационной безопасности, учитывающей синергетические эффекты и компенсацию рисков.

Полный вектор признаков, подаваемый на вход нейронной сети, структурирован в следующие девять логических категорий:

1. Геоморфологические и батиметрические параметры (6+ параметров):

а. Глубина в узле регулярной сетки: Фундаментальный параметр, определяющий физическую возможность прохождения судна.

б. Стандартное отклонение глубин в окрестности (радиус 500 м): Количественная мера неровности дна. Высокое значение указывает на наличие банок, подводных камней или резких перепадов, что повышает риск касания грунта даже при формально достаточной средней глубине.

с. Минимальная глубина в радиусе 1 км: Критический параметр для судов с большой осадкой, определяющий «узкое горло» на участке.

d. Уклон дна (градиент глубины): влияет на устойчивость судна, особенно на мелководье, и может указывать на оползневые или абразионные процессы.

e. Тип донных отложений (классифицированный): Категориальная переменная (песок, ил, галька, скала). Влияет на держащую силу якоря, характер повреждений при посадке на мель и работу гидроакустических средств.

f. Расстояние до ближайшей изобаты, соответствующей критической глубине (осадка + запас): определяет «буферную зону» безопасности. Малое расстояние означает нахождение в непосредственной близости от опасной границы.

## 2. Гидрологические и приливные параметры (8+ параметров):

a. Текущий прогнозный уровень воды: Динамическая основа для расчёта фактической доступной глубины.

b. Вероятностные характеристики для времени  $t$ : Математическое ожидание уровня  $m(t)$ , среднеквадратичное отклонение  $s(t)$  и коэффициент автокорреляции  $r(t)$ .

с. Рассчитанный риск: Вероятность опасного превышения уровня над безопасным интервалом.

d. Амплитуда прилива: Максимальное ожидаемое изменение уровня за цикл.

e. Скорость подъёма/спада воды: определяет динамику изменения глубин и должна учитываться при расчёте времени прохождения мелководного участка.

f. Фаза прилива (синусоидальная кодировка): позволяет сети учитывать циклический характер процесса.

## 3. Метеорологические параметры (10+ параметров):

a. Скорость и направление истинного ветра: влияют на дрейф, управляемость и нагрузку на корпус.

b. Скорость и направление кажущегося ветра (с учётом курса и скорости судна): Ключевой параметр для оценки аэродинамических нагрузок и работы судовых систем.

с. Порывистость ветра: Мера турбулентности, влияющая на стабильность курса.

d. Атмосферное давление и его вертикальный градиент: параметры для оценки формирования штормовых явлений.

e. Температура воздуха и точка росы: влияют на обледенение надстроек и видимость (туман).

f. Горизонтальная видимость: критически важный параметр для визуальной и радиолокационной навигации.

g. Наличие и интенсивность осадков (дождь, снег): ухудшают видимость и могут влиять на стабильность радиолокационного сигнала.

#### 4. Океанографические параметры (8+ параметров):

a. Скорость и направление поверхностного течения: определяют снос судна и фактическую скорость относительно грунта.

b. Вертикальный градиент скорости течения: может указывать на наличие внутренних волн или фронтальных разделов.

с. Температура поверхности моря (ТПМ): Косвенный индикатор ледовых процессов и влияет на работу судовых систем забортной воды.

d. Солёность и плотность воды: Влияют на плавучесть судна (изменение осадки) и работу гидроакустических средств.

e. Волнение: Значительная высота волны, период и направление распространения. Определяют качку, динамические нагрузки на корпус и потерю скорости на волнении.

#### 5. Ледовые параметры (7+ параметров):

a. Общая концентрация льда: Доля акватории, покрытая льдом.

b. Концентрация льда по возрастам: Разделение на молодой (тонкий), однолетний и многолетний (паковый) лед, имеющий разную прочность и опасность для корпуса.

с. Средняя и максимальная толщина льда: Прямой показатель сопротивления льда.

d. Наличие, концентрация и размер айсбергов/торосов: Локальные экстремальные опасности.

e. Скорость и направление дрейфа ледового поля: определяют динамику ледовой обстановки и возможность сжатия.

#### 6. Навигационно-операционные параметры (8+ параметров):

a. Расстояние до ближайшего берега: Параметр, влияющий на возможность манёвра и экстренной посадки на мель как последнего средства.

b. Извилистость ближайшего фарватера (индекс извилистости): отражает сложность управления судном на участке.

c. Наличие и тип навигационных средств (бинарные признаки): буи, створы, радиомаяки, система дифференциальной коррекции.

d. Интенсивность судоходства в районе (историческая/прогнозная): влияет на риск столкновения и необходимость соблюдения МППСС.

e. Требуемое время прохождения участка (при заданной скорости): Связано с утомляемостью экипажа и динамикой изменения обстановки.

f. Наличие ледокольной поддержки (бинарный признак): корректирует оценку ледового риска.

g. Квалификация экипажа (нормированная оценка) и состояние технических средств судна: Факторы человеческого и технического надёжности.

#### 7. Статистические и исторические параметры (5+ параметров):

a. Коэффициент стационарности временного ряда уровня воды: показывает, насколько надёжны вероятностные оценки для данной точки.

b. История аварийных происшествий в данном квадрате (частота инцидентов/год): Прямой индикатор исторически опасной зоны.

c. Сезонный индекс риска: Нормированный показатель типичной опасности для данного времени года.

d. Долгосрочный климатический тренд уровня моря (мм/год): Учитывает постепенное изменение базовых условий.

e. Прогнозная неопределённость метеопараметров (дисперсия ансамбля прогнозов): Мера достоверности входных прогнозных данных.

f. Параметры судна (5+ параметров):

g. Геометрические: Осадка (критический параметр), длина, ширина, водоизмещение.

h. Гидродинамические: Коэффициент общей полноты, индексы манёвренности (циркуляция) и управляемости.

i. Ледовый класс (категориальный признак): определяет предельную толщину льда для самостоятельного плавания.

9. Параметры предобработки временных рядов:

a. Коэффициент заполненности ряда: Доля отсутствующих данных.

b. Результаты тестов на аномалии: признаки, указывающие на корректность исходных данных.

Принцип интеграции: все количественные параметры нормируются, категориальные — кодируются. Сформированный вектор признаков подается на вход нейронной сети, которая, обучаясь на исторических данных об успешных и аварийных переходах, выявляет сложные нелинейные взаимосвязи между параметрами и итоговым риском. Например, сеть может научиться, что сочетание умеренной глубины, сильного бокового ветра и определённой фазы прилива создает больший риск, чем каждый из этих факторов по отдельности. Это и составляет основу интегральной оценки, выходящей далеко за рамки простого суммирования частных рисков (рис. 3.10).

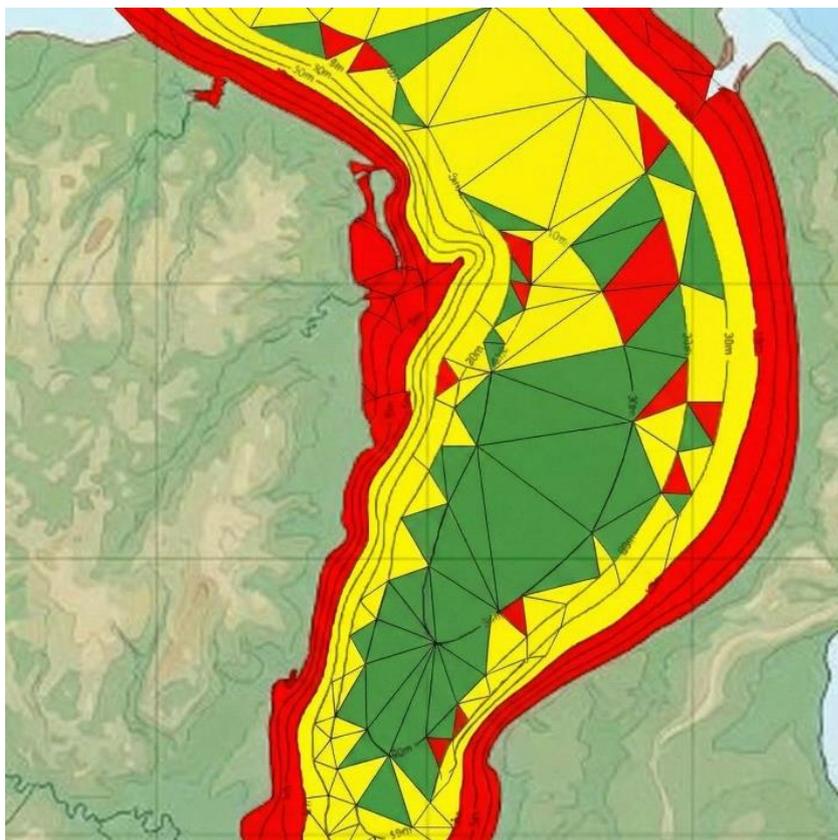


Рис. 3.10. Интегральная карта оценочных рисков треугольников «ГруМАР», отражающая совокупное влияние гидрологических, метеорологических и ледовых параметров.

Модель искусственной нейронной сети, способная оценить вероятность возникновения событий, подвергающих риску судно, проходящее по маршруту, может быть реализована с использованием архитектуры рекуррентной нейронной сети (RNN). Архитектура RNN состоит из нейронных блоков, в которых информация обрабатывается последовательно. В контексте оценки вероятности риска каждый блок будет отвечать за обработку информации о судне на каждом шаге его перемещения по маршруту.

Математическая составляющая такой RNN связана с передачей информации от одного блока к другому. Вводные данные - указанные выше типы рисков - являются входами нейронной сети (формально векторы событий  $N$  - вектор навигационно-операционных параметров,  $A$  - вектор метеорологических параметров,  $R$  - вектор гидрографических параметров,  $E$  - вектор статистических

параметров,  $S$  – вектор служебных параметров - обработки временных рядов). Каждый блок обрабатывает информацию, учитывая предыдущие состояния и данные, передавая их следующему блоку.

Формализуем задачу оценки риска в терминах ИНС. Исходные геоданные задаются выражением (3.29):

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i(t) &= -\gamma_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n (\omega_{ij}(t) g(x_j(t)) + u_i(t)); \quad i, j = \overline{1 \dots n}; \\
 \dot{x}_i(t) &= -\gamma_i x_i(t) + g_i(z_i(t)) + u_i(t); \quad i, j = \overline{1 \dots n}; \\
 z_i(t) &= \sum_{j=1}^n \omega_{ij}(t) x_j(t - h); \\
 g_i(z_i(t)) &= (1 + \exp(-\lambda \sum_{j=1}^n \omega_{ij}(t) x_j(t - h)))^{-1}; \\
 \dot{x}_i(t) &= -\gamma_i x_i(t) + \left(1 + \exp\left(-\lambda \sum_{j=1}^n \omega_{ij}(t) x_j(t - h)\right)\right)^{-1} + u_i(t); \\
 & \quad i, j = \overline{1 \dots n}.
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

где:  $x_i(t) = (N_1 \dots N_n, A_1 \dots A_n, R_1 \dots R_n, E_1 \dots E_n, S_1 \dots S_n)$  – вектор данных в определенный момент времени (значения нейрона),  $\dot{x}_i(t)$  – вектор геоданных, преобразованный для оценки обстановки,  $\omega_{ij}(t)$  – вектор приоритетов параметров в конкретный момент времени (веса связей нейронов);  $u_i(t)$  – вектор внешних воздействий (принудительного управления) в конкретный момент времени;  $g_i(t)$  – функция активации нейрона (сигмоидального типа),  $z_i(t)$  – сумма воздействия ансамблей (групп) нейронов,  $\gamma_i$  – затухание нейрона (специальный поправочный коэффициент).

Обучающее множество для рассматриваемой сети будет содержать данные о перемещении судна по маршруту в разные временные точки. Для каждой временной точки будет известен риск возникновения определенного события, например, потери груза или повреждения судна. Обучение сети осуществляется путем подачи последовательных пар входных данных и целевых значений риска на каждом временном шаге.

Важно отметить, что для обучения нейронной сети требуется наличие достаточного количества размеченных данных, содержащих входную информацию.

1. Инициализация весов: Веса нейронной сети инициализируются случайными значениями. Обозначим веса как  $\omega$ .

2. Прямое распространение: Входные данные  $X$  подаются на входной слой нейронной сети. Затем сигналы распространяются через слои нейронов, применяя активационные функции к полученным значениям. Результатом являются выходные значения  $Y$ .

3. Вычисление функции ошибки: сравниваем выходные значения сети  $Y$  с ожидаемыми значениями  $Y_{true}$  и вычисляем значение функционала ошибки  $E$ , который нужно минимизировать. Обычно для задачи классификации используется кросс-энтропийная функция потерь:

$$E = -\sum(Y_{true} * \log(Y) + (1 - Y_{true}) * \log(1 - Y)) \quad (3.30)$$

Для обеспечения прозрачности работы «чёрного ящика» нейросети разработан **дашборд** (рис.3.11). Дашборд выполняет функцию объяснимого ИИ (XAI).

Объяснимый искусственный интеллект (Explainable AI, XAI) — это направление исследований и набор методов в области искусственного интеллекта, которые позволяют сделать решения и поведение моделей машинного обучения понятными для человека. Основная цель — превратить сложные, непрозрачные модели, часто называемые «чёрными ящиками», в «прозрачные» или «стеклянные ящики», которые могут объяснить, каким образом они принимают решения.

Дашборд отображает:

- графики изменения ключевых параметров вдоль маршрута;
- **серые картоиды** — срезы нейросети (уровень активации нейронов, отвечающих за ледовую опасность, за глубину и т.д.);
- уровень доверия к прогнозу.

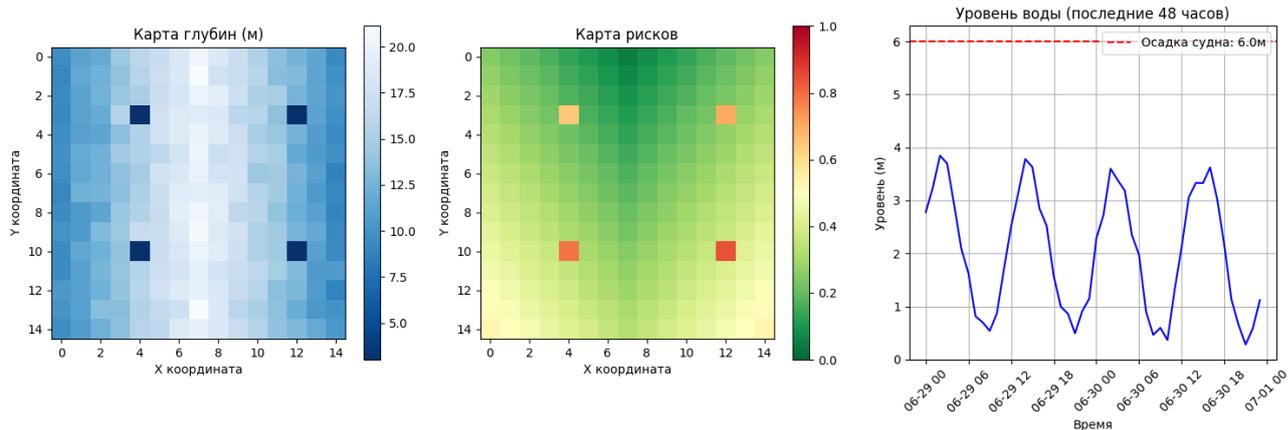


Рис 3.11. Дашборд информационных картоидов и графиков.

Финальным этапом является синтез карты рисков (Рис.3.11) и построение траектории, минимизирующей совокупный риск. Для этого используется алгоритм поиска кратчайшего пути на взвешенном графе.

Пространство поиска дискретизируется в сетку (регулярную или нерегулярную). Каждой ячейке или узлу присваивается стоимость прохода, пропорциональная интегральному риску  $\{R(x_i, y_j)\}$ , полученному от нейросети.

Алгоритм  $A^*$  использует оценочную функцию:

$$f(n)=g(n)+h(n),$$

где:  $g(n)$ — фактическая стоимость пути от стартовой точки до текущего узла  $n$  (накопленный риск);  $h(n)$  — эвристическая оценка стоимости пути от узла  $n$  до цели (например, евклидово расстояние, деленное на максимально допустимую скорость).

Суть алгоритма:  $A^*$  одновременно ищет путь с наименьшей стоимостью и направляет поиск в сторону цели с помощью эвристики  $h(n)$ , что обеспечивает оптимальность и высокую скорость работы. Эвристика  $h(n)$  должна быть допустимой (не переоценивать истинную стоимость) для гарантии нахождения оптимального решения.

Математическая постановка задачи маршрутизации. Общая стоимость перехода определяется как сумма локальных рисков вдоль траектории (рис. 3.12):

$$C_{\text{total}} = \int_{\Gamma} R(x, y) dl \rightarrow \min,$$

Где:  $r$  – путь (линия пути);  $R(x, y)$  — функция интегрального риска в точке  $(x, y)$ ,  $dl$  — элемент линии пути.

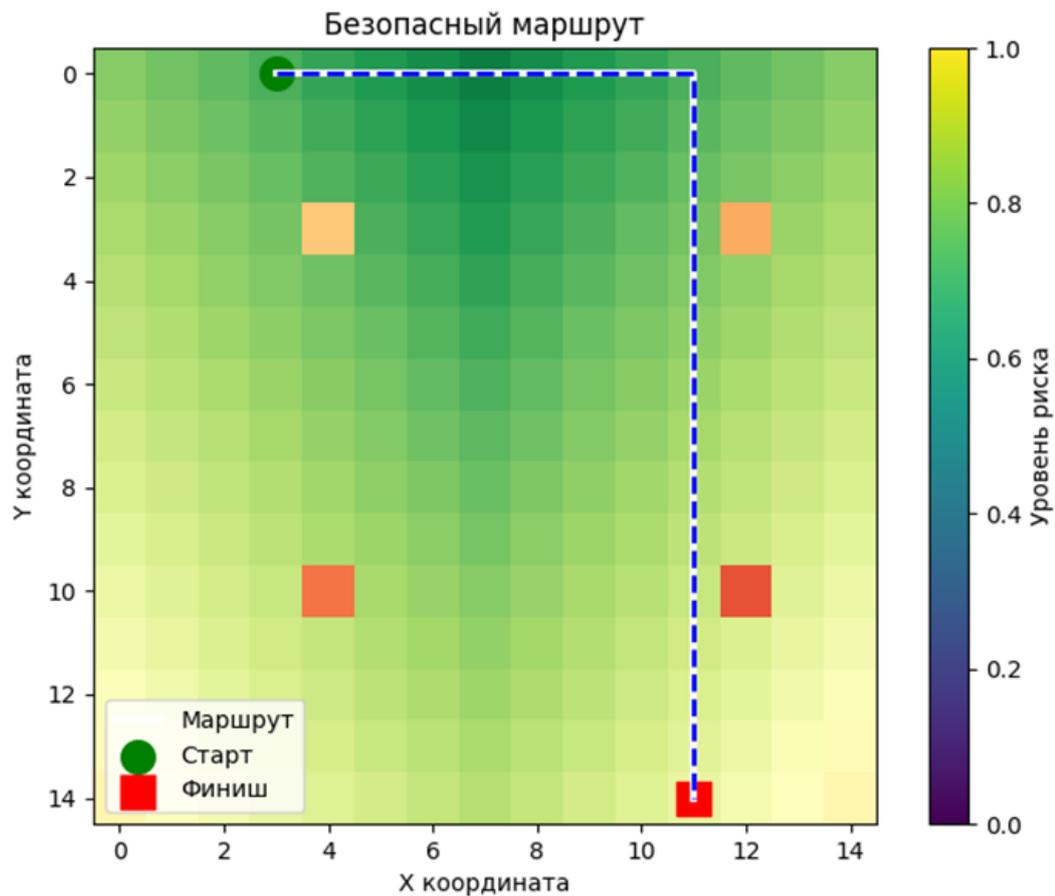


Рис 3.12. Итоговый маршрут на картоиде.

Финальный этап — перенос построенного маршрута на географическую карту (рис. 3.13).

Координаты узлов сетки, через которые проходит путь, найденный ранее, преобразуются из экранной системы координат сетки в географические координаты с помощью аффинного преобразования:

$$\begin{cases} \lambda = a_{11}X_{\text{grid}} + a_{12}Y_{\text{grid}} + b_1, \\ \varphi = a_{21}X_{\text{grid}} + a_{22}Y_{\text{grid}} + b_2, \end{cases}$$

что эквивалентно матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{\text{grid}} \\ Y_{\text{grid}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}.$$

где:  $\varphi, \lambda$  - географические широта и долгота точки;  $X_{\text{grid}}, Y_{\text{grid}}$  - координаты точки в системе координат расчётной сетки (в пикселях или условных единицах);  $a_{11}$  - коэффициент масштабирования по оси X;  $a_{22}$  - коэффициент масштабирования по оси Y;  $a_{12}, a_{21}$  - коэффициенты, учитывающие возможный перекося осей;  $b_1, b_2$  — параметры сдвига (смещение начала координат сетки относительно географического нуля).

Перекося осей (ненулевые коэффициенты  $a_{12}, a_{21}$  в формуле аффинного преобразования) возникает из-за несовпадения систем координат. Основные причины: разные проекции карт, поворот и наклон, масштабирование (как в рассматриваемом случае, анаморфизм).

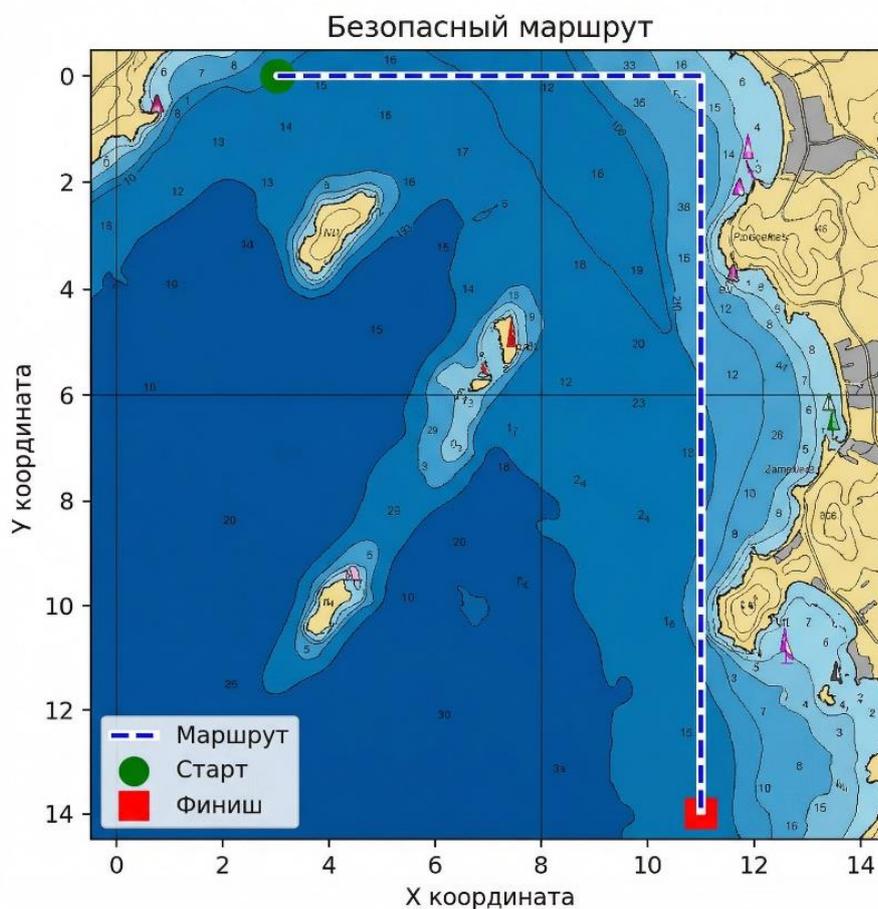


Рис 3.13. Итоговый маршрут на карте

Алгоритм работы системы включает следующие блоки:

- Загрузка и классификация данных.
- Визуализация рисков (тепловая карта).
- Построение оптимального маршрута (алгоритм A\*).
- Постобработка и перенос маршрута на карту.

Рассмотрена практическая задача построения маршрута для судна класса Arc6 в Обской губе в летне-осеннюю навигацию (рис. 3.14, рис. 3.15). В модель были включены дополнительные факторы: экологические риски, зоны экстремальной погоды и учений. Зоны выделены в целях усложнения задачи и являются учебными данными.

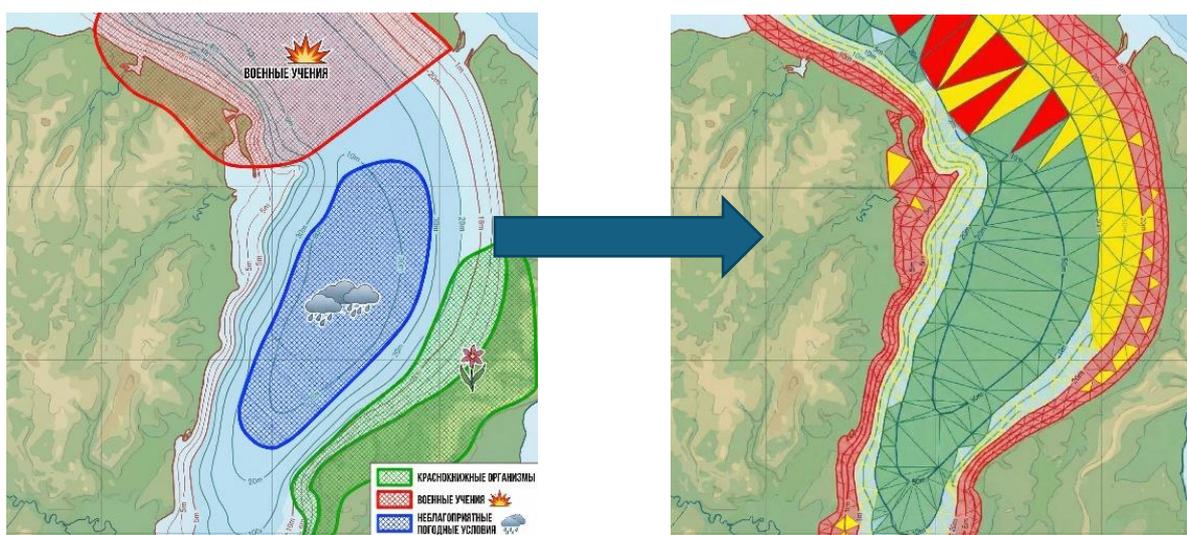


Рис 3.14. Практическая часть – переход к оценочному картоиду.

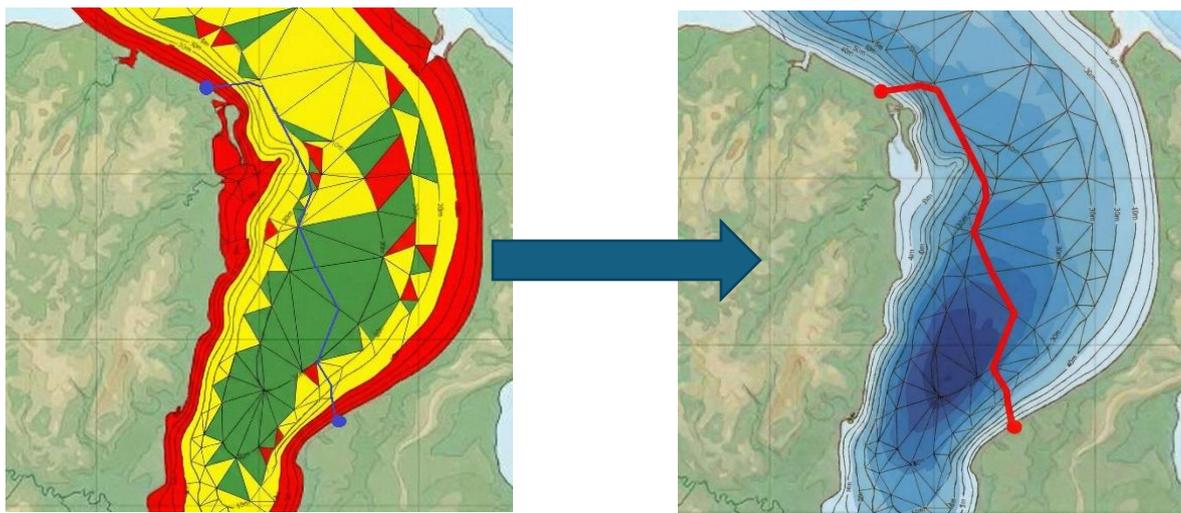


Рис. 3.15. Этапы построения безопасного (оптимального) маршрута.

Нейронная сеть успешно классифицировала зоны, построила тепловую карту рисков и сгенерировала оптимальный маршрут, обходящий опасные участки. Эксперименты показали, что предложенная нейросетевая методика на 6% точнее аналитических методов в условиях неопределённости.

Основные преимущества программной системы:

- a. Логика двухэтапного подхода: чёткое разделение на оценку базового гидрографического риска (безопасная изобата) и интегральный анализ всех остальных факторов внутри неё (области безопасной изобаты);
- b. Интегральность: учёт более 50 взаимосвязанных параметров среды и георисков на втором этапе;
- c. Объективность и скорость: ИНС превосходят традиционные экспертные и аналитические методы;
- d. Адаптивность: работа в условиях неполных нечетких данных и неопределённости;
- e. Наглядность: визуализация в виде геоизображений зон безопасных изобат, «тепловых» карт интегральных рисков и оптимальных маршрутов.

Дальнейшее развитие системы геоинформационной поддержки безопасной арктической навигации связано с увеличением объёма обучающих данных для

модуля «ГруМАР», интеграцией с системами реального времени и адаптацией двухэтапной методологии для других сложных регионов с учётом их специфики.

### **Выводы по главе 3**

Рассмотрев методики расчёта оценки георисков выхода уровня водной поверхности за заданные границы в заданный временной промежуток и методология программной системы, которая обеспечивает безопасную навигацию судоходства, можно сделать следующие выводы:

1. Построена методика оценки краткосрочных георисков уровня воды. Особенность этой методики заключается в наличии двух процесса. Один процесс связан с приливом, второй процесс связан с отливом. Данные процессы имеют суточные ограничения по времени. Оба случайных процесса описываются гауссовским распределением. Оба процесса слабо автокоррелированы. Отмечается линейная зависимость между вероятностями наличия прилива и отлива.

2. Построена методика оценки долгосрочных георисков уровня воды. В этой методике присутствует лишь один процесс, плотность распределения которого также описывается распределением Гаусса. Процесс имеет месячные и годовые временные ограничения. Выделяются следующие основные особенности процесса: изменение уровня водной поверхности в разных точках не являются стационарным; в каждой географической точке имеется сильная корреляционная зависимость; геориск будет зависеть от времени, от заданного интервала уровня и от начального значения. Данная методика основана на экспериментальных данных. В случае их недостатка данная методика будет недостаточно точно описывать оценку геориска в области всей акватории.

3. Построена интегральная методика оценки георисков уровня воды. Эта методика учитывает как физическое описание изменения уровня воды, так и статистическо-вероятностные методы. Интегральная методика позволяет увеличить точность описания оценки геориска и позволяет получить распределение рисков в области всей акватории. Данная методика требует предварительных сложных и время затратных вычислений, которые

подразумевают численные расчёты уравнений мелкой воды для нескольких дней. Можно для всей области акватории рассчитать геориск при первичном измерении уровня водной поверхности в нескольких точках акватории.

4. Построена методология программной системы, которая состоит из 3 модулей: модуль «Оценка ГеоРисков» — предобработка и вероятностная оценка уровня воды; модуль «ГруМАР» — нейронная сеть для интегральной оценки риска внутри безопасной зоны; модуль картографической визуализации и построения маршрутов. Программа успешно классифицирует зоны, строит тепловую карту рисков и генерирует оптимальный маршрут, обходящий опасные участки в акватории Обской Губы.

## Заключение

В результате проведенного диссертационного исследования получена совокупность научных результатов, обеспечивающих решение актуальной задачи повышения эффективности территориального анализа и оценки обстановки в территориальной системе РАС с учетом быстроменяющейся ледовой и др. навигационно-гидрографической и гидрометеорологической информации в интересах арктического судоходства, в том числе:

1. Геоинформационная модель комплексной логистической обстановки в системе РАС, отображающая геопространственную структуру региональной Лог-Об, включающая специфические логистические параметры объектов арктических судов и инфраструктуры, факторы ФГУ и ХГУ, гидрометеорологические и навигационно-гидрографические особенности Арктической зоны, элементы тактической обстановки, что позволяет адекватно описывать специфику логистической ситуации в АЗРФ, учитывать и обеспечивать непрерывное отображение Лог-Об и ее динамики, детализировать территориальные сценарии грузоперевозок в Арктике, отображать морские риски для судна, гибко варьировать алгоритмы и процедуры обработки и анализа логистической и др. геоинформации в интересах обеспечения РАС.

2. Методика обработки разнородной оперативной логистической, навигационно-гидрографической, гидрометеорологической информации и выработки рекомендаций по организации функционирования системы РАС с учетом обеспечивающих оптимизацию процессов эксплуатации средств водного транспорта, имманентных интересов субъектов транспортных процессов использует комбинации аппарата территориального анализа при моделировании навигационно-гидрографической и гидрометеорологической обстановки в АЗРФ и классических методов исследования операций для решения транспортных задач, ИНС-процедур оценки морских рисков арктического судоходства, а также инвариантных формализмов описания и представления сложных логистических транспортных систем. Апробация разработанного на базе методики оперативной

оценки обстановки в системе РАС специального программного обеспечения «ДестрРегК» показала по сравнению с традиционными методами логистического моделирования и анализа прирост скорости (оперативности): для функционального подпространства системы рискованных морских арктических грузоперевозок на 9%; для операционного подпространства системы рискованных морских арктических грузоперевозок на 13%. Значение показателя своевременности вычисления оптимального маршрута судна повысилось на 7% по сравнению с существующими показателями оперативности.

3. Учитывая важность РАС для поддержания и наращивания безопасности судоходства в Арктической зоне, основной областью применения результатов диссертационного исследования является современное методическое обеспечение процедур безопасной навигации флота, так как реализация методики управления арктическими грузоперевозками опирается на современные технологии сбора, обработки и анализа разнородной многоуровневой динамической информации об обстановке.

4. Дальнейшим направлением исследования является разработка расширенной номенклатуры ситуационных риск-оценок для процессов в РАС, а также последовательная дифференциация, уточнение, специализация, детализация геоинформационных методик и процедур поддержки управления судоходством в АЗРФ.

## Список использованных источников

1. Лифшиц, В.М. Опасные явления на море / В.М. Лифшиц. - М. : ВНИЦентр, 1977. – 111 с.
2. Вейхман, В.В. Проблема определения понятия “безопасность мореплавания” / В.В. Вейхман. // Теория и практика судовождения: Сборник научных трудов БГА РФ. Вып. 8. — Калининград, 1995. — С. 96 - 101.
3. Брызгин, Н.Н. Опасные метеорологические явления в Российской Арктике / А.А. Дементьев, Н.Н. Брызгин. – СПб. : Гидрометеиздат, 1996. – 156 с.
4. Моря российской Арктики в современных климатических условиях / Министерство природных ресурсов и экологии Российской Федерации, Федеральная служба по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды [и др.]; под общей редакцией И. М. Ашика. - Санкт-Петербург : ААНИИ, 2021. – с. 359.
5. Метеорологический режим Арктического бассейна (по данным дрейфующих станций). Том 2. Климат приледного слоя атмосферы Арктического бассейна / Е.И. Александров, Н.Н. Брызгин, А.А. Дементьев, В.Ф. Радионов – СПб. : Гидрометеиздат, 2014. – 144 с.
6. Александров, Е.И. База приземных метеорологических данных полярных районов и ее использование // Формирование базы данных по морским льдам и гидрометеорологии. / Е.И. Александров, А.А. Дементьев – СПб.: Гидрометеиздат, 1995. – С. 67 – 75.
7. Морфодинамика устьевых систем крупных рек арктического побережья России: атлас / отв. ред. ВН. Коротаев, Г.И. Рычагов, НА. Римский-Корсаков. М.: АПР, 2017. 148 с.
8. Журавель В.П. Северный морской путь: оценки и прогнозы // Научно-аналитический вестник ИЕ РАН. — 2023. — №2. — С. 125-135. DOI: 10.15211/vestnikieran22023125135
9. Воронина, Е.П. Современные подходы к обеспечению комплексного развития северного морского пути: маркетинг-анализ транспортно-логистического

- потенциала // Север и рынок: формирование экономического порядка. — 2022. — Т.25. №4. — С. 58-71. DOI:10.37614/2220-802X.4.2022.78.004
10. Гусейнов, Г.Г. Устойчивое развитие Арктических регионов Российской Федерации // Региональная энергетика и энергосбережение. — 2023. — №1. — С. 18-24.
  11. Журавель, В.П. Петербургский международный экономический форум (ПМЭФ- 2022) и его арктическая повестка // Арктика и Север. — 2022. — №48: С. 244-260. DOI:10.37482/issn2221-2698.2022.48.244
  12. Новожилов, А.М. Пространство Северного морского пути как международный транспортный путь // Ученые записки РАП. — 2022. — №21(2). — С. 9-13. DOI:10.24182/2073-6258-2022-21-2-9-13.
  13. Панамарева, О.Н. Геоинформационные средства поддержки управления сложными территориальными экономическими транспортными системами / О.Н. Панамарева, С.И. Биденко // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Экономика и управление – 2014 – №4(2) – С. 138-152.
  14. Арктическое пространство России в XXI веке: факторы развития, организация управления / под ред. акад. В.В. Ивантера. – СПб.: Издательский дом «Наука», 2019. – 1040 с.
  15. Гидрометеорологическое обеспечение мореплавания - Глухов В.Г., Гордиенко А.И., Шаронов А.Ю., Шматков В.А. ,2014.
  16. Волков, Н.А. Номенклатура морских льдов условные обозначения для ледовых карт. / Н.А. Волков– Ленинград: Гидрометеиздат, 1974. – 63 с.
  17. Ашик, И.М. Сезонные и межгодовые изменения уровня моря // Изменчивость природных условий в шельфовой зоне Баренцева и Карского морей / И.М. Ашик, Е.Н. Дворкин; Под ред. А.И. Данилова, Е.У. Миронова, В.А. Спичкина. – СПб., АНИИ. – 2004. – С. 162–173.
  18. Атлас океанов. Северный Ледовитый океан. 1980. Изд. МО СССР ВМФ. - 184 с.

19. Научные исследования в Арктике. Том 2. Климатические изменения ледяного покрова морей Евразийского шельфа / Фролов И.Е., Гудкович З.М., Карклин В.П., Ковалев Е.Г., Смоляницкий В.М. СПб.: Наука, 2007. – 136 с.
20. Anisimov O., Vaughan D., Callaghan T. 2007: Polar regions (Arctic and Antarctic).
21. Шаронов, А.Ю. Атлас погоды для выполнения гидрографических работ в Арктике на примере Баренцева моря / А.Ю. Шаронов, В.А. Шматков // Российская Арктика – 2022 – №19 – С. 34-52.
22. Макоско, А.А. Гидрометеорологическое обеспечение плавания по трассам Северного морского пути / А.А. Макоско // Арктика: экология и экономика – 2013 – №3 – С. 40-49.
23. Бушуев, А.В. Атлас ледовых образований / А.В. Бушуев, Н.А. Волков, В.С. Лоцилов. — Л.: Гидрометеиздат, 1974. — 139 с.
24. Деев, М.Г. Льды Арктики и климат Северного полушария / М.Г. Деев. — М.: Мысль, 1986. — 245 с.
25. Какой климат в Арктике [электронный ресурс] – электронные текстовые данные – режим доступа: URL <https://будущее-арктики.рф/klimat-arktiki/>
26. Суровцева, И.С. Нейронные сети / И.С. Суровцева, В.И. Клюкина, Р.П. Пивоваровой. — Воронеж: ВГУ, 2014. — 224 с.
27. Boyer, T.P. Secular Sea level change in the Russian sector of the Arctic Ocean / T.P. Boyer, J.I. Antonov, O.K. Baranova, C. Coleman, H.E. Secular // Journal of Geophysical Research. — 2004. — Vol. 109. — C03042. — doi:10.1029/2003JC002007.
28. Бородачев, В.Е. Льды Карского моря / В.Е. Бородачев. - СПб.: Гидрометеиздат, 1998. – 182 с.
29. Опасные ледовые явления для судоходства в Арктике / Под ред. Е.У. Миронова. СПб.: Изд. ААНИИ, 2010. – 320 с.
30. Гидрометеорологическое обеспечение мореплавания / Глухов В.Г., Гордиенко А.И., Шаронов А.Ю., Шматков В.А. СПб. : ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова, 2014. – 406 с.

31. План развития Северного морского пути на период до 2035 года, утвержден распоряжением Правительства Российской Федерации от 1 августа 2022 г. № 2115-р.
32. Стратегия развития Арктической зоны Российской Федерации и обеспечения национальной безопасности на период до 2035 года (утв. УПРФ от 26 октября 2020 г. № 645).
33. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 1 августа 2022 года №2115-р. «План развития Северного морского пути на период до 2035 года».
34. Указ Президента Российской Федерации от 26 октября 2020 года N 645 «О Стратегии развития Арктической зоны Российской Федерации и обеспечения национальной безопасности на период до 2035 года» (с изменениями на 27 февраля 2023 года).
35. Указ Президента Российской Федерации от 5 марта 2020 года N 164 «Об Основах государственной политики Российской Федерации в Арктике на период до 2035 года» (с изменениями на 21 февраля 2023 года).
36. Балыкин П.А. Состояние и ресурсы рыболовства морей восточной Арктики // Материалы всероссийской конференции ученых и специалистов, посвященной 160-летию Н.М. Книповича. - Мурманск, - 2023 - С. 50-55.
37. Перечень поручений по итогам совещания по вопросу развития Арктической зоны Российской Федерации от 13.04.2022 [Электронный ресурс] // URL: <http://www.kremlin.ru/acts/assignments/orders/68462/print> (дата обращения 22.01.2024).
38. XIV Международный форум "Арктика: настоящее и будущее имени А.Н. Чилингарова". Портал Sudostroenie.info / [Электронный ресурс] // URL: <https://sudostroenie.info/novosti/44096.html> (дата обращения: с 18.12.2024)
39. Арктическое пространство России в XXI веке: факторы развития, организация управления / под ред. акад. В.В. Ивантера. – СПб.: Издательский дом «Наука», 2019. – 1040 с.
40. Захаров, В.Ф. Морские льды в климатической системе / В.Ф. Захаров. - СПб.: Гидрометеиздат, 1996. - 213 с.

41. Ezhov, D. Arctic Sea transport situation and economic activity evaluation and control GIS-technology / D. Ezhov, S. Chernyi // Int. J. Computational Science and Engineering – 2022 – Vol. 25 No. 2. – P.116–124.
42. Широкоград, А.Б. Арктика и Северный морской путь: безопасность и богатство России / А.Б. Широкоград - М. : Вечер, 2017. - 412 с.
43. Шаронов, А.Ю. География водных путей / А.Ю. Шаронов. - СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова, 2017. – 392 с.
44. Ежов, Д.А. Оценка и прогнозирование рисков арктических грузоперевозок с помощью аппарата искусственных нейронных сетей / Д.А. Ежов, И.С. Храмов // Информация и Космос. – 2023. - № 4. – С. 127 – 136.
45. Абчук, В.А. Теория риска в морской практике / В.А. Абчук. - Л.: Судостроение, 1983. - 152 с.
46. Морской рейс [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ozhikharev.wixsite.com/projects> (дата обращения: 05.10.2023).
47. Топалов, В.П., Торский В. Г. Риски в судоходстве / В.П. Топалов, В.Г. Торский. — Одесса: Астропринт, 2007. — 368 с.
48. Фисенко, А.И. Риски организации судоходства в Арктике по Северному морскому пути / А.И. Фисенко // Транспортное дело России - 2015. - № 6. - С. 260 – 262.
49. Kuo, Ch. Management Ship Safety / Ch. Kuo. – LLP: London, Hong Kong, 2008. — 198 p.
50. Новоселова, М.Н., Магнитные бури: физическая природа, методы измерения и гипотетические подходы к снижению их воздействия на человека / М.Н. Новоселова, А.Р. Рафикова // Актуальные исследования – 2025 – №50(285) – С. 9–12.
51. Авакян, С.В. Влияние магнитных бурь на аварийность систем электроэнергетики, автоматики и связи / С.В. Авакян, Н.А. Воронин и К.А. Дубаренко // Глобальная энергия – 2012 – №3(154), Ч.2 – С. 253–266
52. Основные критерии применимости платформы БПЛА в целях ближней ледовой разведки и оперативного ледово-информационного обеспечения

- морских операций БПЛА-мониторинг ледовой обстановки / С.С. Сероветников, Л.А. Старцев, В.Т. Соколов, Т.А. Алексеева // Проблемы Арктики и Антарктики – 2025 – №71(4) – С. 500-512.
53. Технологии использования цифровых аэромобильных киберфизических платформ в Арктике / А.А. Бенгерт, М.В. Винокур, Д.А. Ежов, С.И. Биденко // Арктика и инновации – 2023 – №1(1) – С. 41-50.
54. Митько, А.В. Информационное обеспечение системы освещения подводной обстановки в Арктическом регионе / А.В. Митько // Информационные технологии и системы: управление, экономика, транспорт, право – 2015 – №2(16) – С. 45-50.
55. Пешехонов, В.Г. Сетецентрический подход к решению проблемы освещения подводной обстановки в Арктике / В.Г. Пешехонов, Ю.А. Брага, А.И. Машошин // Известия Южного федерального университета. Технические науки – 2012 – №3 – С.219-227.
56. Геоинформационное управление развитием природно-технических систем / Истомин Е.П., Присяжнюк С.П., Соколов А.Г. и др. – СПб.: Свое издательство, 2022. – 419 с.
57. Istomin E., Mikheev V., Petrov Ya., Prisyazhnyuk S., Sokolov A. Geospatial aspects of managing the development of complex systems. Springer International Publishing AG. Part of Springer Nature | Privacy Policy | Terms & Conditions Your Privacy Choices/Manage Cookies, 2023. – 413 с.
58. Истомин Е.П. Геоинформационная поддержка управления территориальной активностью в условиях многосферных деструктивных воздействий. Санкт-Петербург: Военно-морской институт ВУНЦ ВМФ «ВМА», 2024. – 27 с.
59. Давыдов, Ю.В. Интеграция искусственных нейронных сетей и приближённых множеств для построения перспективных архитектур интеллектуальных информационных / Ю.В. Давыдов // Информатизация и связь. – 2018. – № 6. – С. 12–18.
60. Левченко, Н.Г. Предпосылки внедрения автоматизированной информационной системы управления транспортно-логистическими

- процессами в Арктике с применением нечётких нейросетевых технологий / Н.Г. Левченко, В.Ф. Рычкова, С.М. Смирнов // Транспортное дело России. – 2016. – №6. – С. 153–155.
61. Лентарев, А.А. Перспективы использования интеллектуальных систем в управлении Северным морским путем / А.А. Лентарев // Морские интеллектуальные технологии. – 2016. – Т. 1. № 3 (33). – С. 355–359.
  62. Панамарев, Г.Е. Геоинформационная поддержка управления сложными территориальными объектами и системами / Г.Е. Панамарев, С.И. Биденко. – Новороссийск: Изд-во ГМУ, 2012. – 202 С.
  63. Гидрометеорологические условия шельфовой зоны морей СССР. Том 7. Карское море. Том 11. Море Лаптевых. Том 12. Восточно-Сибирское море. Том 13. Чукотское море. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 278 с.
  64. Арманд, Д.Л. Информационные модели природных комплексов / Д.Л. Арманд. М.: Наука. 1975 г.
  65. Шаронов, А.Ю. География водных путей / А.Ю. Шаронов. - СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова, 2017. – 392 с.
  66. Фирсов, Ю.Г. Гидрографические информационные технологии / Ю.Г. Фирсов. – СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова, 2025. – 128 с.
  67. Понятие об анаморфозах, способы их создания [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://studfile.net/preview/9261696/page:11/>
  68. Дерябин, В.В. Использование электронных картографических навигационных информационных систем / В.В. Дерябин. – СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова, 2019. – 160 с.
  69. Асланикашвили, А.Ф. Метакартография / А.Ф. Асланикашвили. Тбилиси: Просвещение, 1974 г.
  70. Коньшев, В.Н. Арктика / В. Н. Коньшев, А. А. Сергунин; под ред. к. геол.-минер. наук И. В. Прокофьева, – М.: РИСИ, 2011. – 194 с.
  71. Сухановский, А.Ф. Арктическая Россия / Сухановский А.Ф., Слободянюк И.Ю.. Под ред. А.И. Бедрицкого. Архангельск: СК-Россия. 2007. – 307 с.

72. Интересы России в Арктике требуют новых кораблей [электронный ресурс] – электронные текстовые данные – режим доступа: URL <https://invoen.ru/analitika/interesi-rossii-v-arktike-trebujut-novih-korablej/>
73. Правила классификации и постройки морских судов. — СПб.: Российский морской регистр судоходства, 2010. — Т. 1. — 479 с.
74. Арикайнен, А.И. Азбука ледового плавания / А.И. Арикайнен, К.Н. Чубаков. — М.: Транспорт, 1987. — 223 с.
75. География Мирового океана: Северный Ледовитый и Южный океаны / Г.А. Баскаков, Р.М. Деменицкая, О.К. Леонтьев и др. – Л. : Наука, 1985. – 501 с.
76. Морские прогнозы \ З.К. Абузяров, К.И. Кудрявая, Е.И. Серяков, Л.И. Скриптунова. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 319 с.
77. Что известно о создании Арктического флота? [электронный ресурс] – Режим доступа: [https://aif.ru/society/army/что\\_известно\\_о\\_создании\\_арктического\\_флота](https://aif.ru/society/army/что_известно_о_создании_арктического_флота)
78. Руководство для сквозного плавания судов по Северному морскому пути. – С.П-б: Изд. ГУНИО МО РФ, 1995, 415 с.
79. Правила плавания в акватории Северного морского пути. М.: Постановление Правительства Российской Федерации от 18 сентября 2020 г. № 1487. – 33 с.
80. Анохин А.И. Преодоление морских опасностей. - Мурманск: кн. изд-во, 1977. - 288 с.
81. Арикайнен, А.И. Азбука ледового плавания / А.И. Арикайнен, К.Н. Чубаков. — М.: Транспорт, 1987. — 223 с.
82. Арикайнен, А. И. Судоходство во льдах Арктики / А. И. Арикайнен. – М.: Транспорт, 1990. – 246 с.
83. Организация безопасности плавания судов / С.Б. Олышамовский, Д.К. Земляновский, И.А. Щепетов. - М.: Транспорт, 1979. - 213 с.
84. MarineTraffic Live Ships Map. Discover information and vessel positions for vessels around the world. / [Электронный ресурс] // URL: <https://www.marinetraffic.com/> (дата обращения: с 22.03.2022).
85. Чижков Ю. В. Арктическая морская транспортная система. – СПб.: Медиапапир, 2021. – 96 с.

86. Рокос, С.И. Субаквальные многолетнемерзлые породы Обской и Тазовской губ Карского моря / С.И. Рокос, Д.А. Костин, С.М. Куликов // Криосфера Земли. – 2019. – Т. XXIII. № 5. – С. 17-26.
87. Стратиграфия и литология верхней части разреза акватории Обской и Тазовской губ Карского моря / С.И. Рокос, С.М. Куликов, В.Н. Скурихин, В.П. Соколов // Рельеф и четвертичные образования Арктики, Субарктики и Северо-Зшада России. 2020. № 7. С. 164-167.
88. Коротаев, В.Н. Устьевые системы крупных рек арктического побережья России: типизация, геоморфология и история формирования / В.Н. Коротаев, О.Л. Поморцев // Вестник Северо-Восточного федерального ун-та им. М.К. Ам-мосова. Серия «Нфгки о Земле». 2022. № 4. С. 59-76.
89. Рельеф дна обской губы карского моря / А.А. Ермолов, Г.А. Кажукало, А.И. Носков, С.А. Огородов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 5. Геогр. – 2024 – Т.79 № 1 – С.89–102.
90. Современное океанологическое и экогеологическое состояние Обской губы / И.М. Ефремкин, Е.М. Снопова, М.А. Холмянский, П.С. Зеленковский. – Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 7. Геология, география. – 2009 – №3 – С. 58-65.
91. Системные и современные проблемы, риски, возможности экономического развития российской Арктики: монография / под научной редакцией Т.П. Скуфьиной, Н.А. Серовой. — Апатиты: Изд-во Кольского научного центра, 2024. — 222 с.
92. Балыкин П.А. Состояние и ресурсы рыболовства морей восточной Арктики // Материалы всероссийской конференции ученых и специалистов, посвященной 160-летию Н.М. Книповича. - Мурманск, - 2023 - С. 50-55.
93. Об утверждении Методических рекомендаций по разработке и подготовке к принятию проектов технических регламентов : Приказ Минпромэнерго РФ от 12.04.2006 N 78 – Доступ из справочноправовой системы «Судебные и нормативные акты РФ» – Текст : электронный.

94. Применение стохастических моделей для прогнозирования рисков в геосистемах / Е.П. Истомин, Л.С. Слесарева // Ученые записки российского государственного гидрометеорологического университета – 2011 – №17 – С. 145-149.
95. Оценка риска экстремальных гидрометеорологических явлений / Е.П. Истомин, Л.С. Слесарева // Ученые записки российского государственного гидрометеорологического университета – 2010 – №16 – С.14-21.
96. Сложная информационная система прогнозирования рисков с применением фильтра калмана-бьюси / Е.П. Истомин, В.В. Новиков, О.Н. Колбина, А.Ю. Сидоренко, С.Ю. Степанов // Ученые записки российского государственного гидрометеорологического университета – 2014 - №36 - С.183-188.
97. Геоинформационная модель для управления рисками в Бурунди / Э. Ндикумана, Е.П. Истомин, Н.В. Яготинцева // Геоинформатика – 2024 №1 - С.19-27.
98. Мотченко, А.В. Многокритериальное моделирование финансовых рисков / А.В. Мотченко // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 5: Экономика – 2010 – №2.
99. 12. Бурлов, В.Г. Синтез модели и способов функционирования системы в условиях конфликта / В.Г. Бурлов, Е.А. Зенина, А.В. Матвеев // Научно-технические ведомости СПбГПУ: информатика, телекоммуникации, управление. – 2012. – № 3. – С.72-79.
100. Биденко С.И. Оценка территориальной ситуации с использованием искусственных нейронных сетей / С.И. Биденко, И.С. Храмов, М.Б. Шилин М.Б. // Геоинформационные технологии, 2022. – Вып №54. - С.109-123.
101. Храмов И.С. Оценка и прогнозирование рисков арктических грузоперевозок с помощью аппарата искусственных нейронных сетей / И.С. Храмов, С.И.Биденко, Д.А.Ежов и др. // Информация и Космос. – 2023. –№ 4. – С. 127-136.
102. Биденко, С.И. Геоинформационные модели и методы поддержки управления / С.И. Биденко, Д.Н. Самотонин. – СПб: ФВУ ПВО, 2004 г.

103. Воробьев, О.Г. Геотехнические системы (генезис, структура, управление) / О.Г. Воробьев, О.Ч. Реут. – Петрозаводск. ПетрГУ, 1994. - 82 с.
104. Тикунов В. С. Моделирование в геоинформатике: от объекта к системе / В. С. Тикунов // Известия Российской академии наук. Серия географическая. — 2012. — № 5. — С. 7-17
105. Разработка концептуальной модели управления рисками устойчивого развития объектов и территорий в пространственном аспекте» / отчет о НИР, РГГМУ, 2015 г., № 01201459336.
106. Геомоделирование территориальной морской активности в системе управления автономным судовождением / Е.Л. Бородин, С.И. Биденко, З.А. Гаевская [и др.] // Эксплуатация морского транспорта. – 2021. – № 4(101). – С. 103-111.
107. Прокофьев, П.А. Многоаспектная модель описания региона для решения задач планирования и оперативного управления / П.А. Прокофьев // Информация и Космос. – 2023. –№ 4. – С. 121–126.
108. Обоснование направлений построения и использования аэромобильных робототехнических киберплатформ в интересах обеспечения арктической территориальной хозяйственной активности / Кравченко П.Н. Щесняк С.С., Миляков Д.Ф. [и др.]; редак. проф. С.С. Щесняк: Монография. – СПб.: Изд-во АО НЦ ПЭ, 2022. – 289 с.
109. Арапов, С.В. Региональное управление и территориальное планирование / С.В. Арапов, А.А. Курочкина. Е.Е. Петрова. – Санкт-Петербург: РГГМУ, 2021. – 460 с.
110. Бакланов, П.Я. Территориальные структуры хозяйства в региональном управлении / П.Я. Бакланов. – М.: Наука, 2007. – 239 с.
111. Бурлов, В.Г. Адаптивное управление доступностью в геоинформационной системе, использующей туманные вычисления / В.Г. Бурлов, В.В. Грызунов, Д.Е. Сипович // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9. № 9. С. 74–87.

112. Управление развитием региона: моделирование возможностей / О.И. Дранко, Д.А. Новиков, А.Н. Райков, И.В. Чернов; Под ред. академика РАН Д.А. Новикова. – М.: УРСС, 2022. – 431 с.
113. Зализнюк, А.Н. Стратегическое планирование геоинформационного обеспечения систем управления / А.Н. Зализнюк, С.П. Присяжнюк // Информация и космос. – 2016. – № 4. – С. 130–132.
114. Ндикумана, Э., Значимость геоинформатики в управлении георисками / Э. Ндикумана, Е.П. Истомин, Н.В. Яготинцева // Информационные технологии и системы: управление, экономика, транспорт, право. — 2023. — № S2-1. — С. 128–133.
115. Введение в геоинформационное управление: учебное пособие / М.Р. Вагизов, Е.П. Истомин, О.Н. Колбина, С.П. Присяжнюк, А.Г. Соколов, Н.В. Яготинцева. — СПб.: НП «БИУ», 2021. — 352 с.
116. Каганович, А.А. Геоинформационное управление пространственно-распределёнными территориальными системами / А.А. Каганович // Информация и Космос. – 2017. – № 3. – С. 126 – 134.
117. Биденко С.И. Аэромобильные киберфизические платформы как инструмент для информационной поддержки управления арктической территориальной активностью / С.И. Биденко, Е.Л.Бородин, К.В.Захаров, и др. // Научно-технический журнал Информация и космос. №2 – 2022.
118. Биденко С.И., Храмов И.С. Оценка навигационно-тактической обстановки и выработки рекомендаций на основании процедуры топологизации географической реальности. / С.И. Биденко // Региональная информатика (РИ-2020). XVII Санкт-Петербургская международная конференция. Материалы конференции - Санкт-Петербург - 2020. С. 336-338.
119. Журкин, И.Г. Анализ структуры данных для представления в ГИС / И.Г. Журкин, А.Н. Никишин // Геодезия и картография. – 2003. – №8. – с. 44 – 49.
120. Терехов, В.А. Нейросетевые системы управления / В.А. Терехов. – М: Высшая школа, 2002. – 183 с

121. Оценка георисков территориальной активности в районах с **сильно** коррелированными ограничивающими факторами / И.Е. Истомин, И.А. Мартын, С.И. Биденко, Д.В. Звездарёв // Информация и космос. — 2024. — № 4. — С. 148–155.
122. Оценка георисков территориальной активности в районах со слабо коррелированными ограничивающими факторами / Е.П. Истомин, И.Е. Истомин, И.А. Мартын, С.И. Биденко // Геоинформатика. — 2025. — № 1. — С. 50–56.
123. Приближённый метод индивидуального прогнозирования надёжности / Е.П. Истомин // Надёжность и контроль качества – 1987 - №2.
124. Об одном приближённом методе прогнозирования надёжности / Е.П. Истомин // Труды VI всесоюзн. Семинар по надёжности – Правда, 1987.
125. Ширяев, А.Н. Вероятность. В двух томах. Том 1 / А.Н. Ширяев. – М. : МЦНМО, 2007. – 552 с.
126. Ландау, Л.Д., Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Издание 4-е, стереотипное. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
127. Об уравнении неразрывности в гидродинамике / Бубнов В. А. // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Естественные науки - 2015.
128. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоемах / Булатов О. В., Елизарова Т. Г. // Журнал вычислительной математики и математической физики — 2011 — Т. 51, № 1 — С.170–184.
129. Уравнения модели мелкой воды на вращающейся притягивающей сфере 1. Вывод и общие свойства / Черевко А. А., Чупахин А. П. // Прикладная механика и техническая физика – 2009 – Т.50 – №2.
130. Моделирование турбулентного движения жидкости на основе гипотезы Буссинеска. Обзор / Шарфарец Б. П., Дмитриев С. П. // Научное приборостроение – 2018 – Т.28 – №3 – с.101-108.

131. Сравнительный анализ методов оценки стационарности самоподобных процессов / О.И. Шелухин, А.В. Осин, И.А. Невструев, Г.А. Урьев // электротехнические и информационные комплексы и системы – 2006 – №1(2).
132. Бенгерт А.А., Биденко С.И., Миляков Д.Ф., Михеев В.Л., Храмов И.С. Геоконтроллинг и моделирование рисков территории / под ред. проф. С. И. Биденко: Монография – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2025. – 263 с.
133. Бородин ЕЛ, Храмов И. С., Ежов Д. А., Биденко С. И. О понятиях угроз, опасностей и рисков судоходства в стесненных районах плавания // Эксплуатация морского транспорта. – 2023. - № 4 (109) – С. 51 - 60.
134. Методика оценки георисков на основе управляемых параметров / Е.П. Истомин, Я.А. Петров, И.Е. Истомин // ИнфоГео-2018. Стратегическое управление развитием территорий сборник трудов V международной научно-практической конференции – 2018 – №1.
135. Моделирование волновых процессов на замкнутых акваториях мелководных районов / Е.П. Истомин, В.Л. Михеев, Я.А. Петров, И.А. Мартын // Геоинформатика – 2021 - №3 - С.30-35.
136. Моделирование турбулентного движения жидкости на основе гипотезы Буссинеска. Обзор / Шарфарец Б. П., Дмитриев С. П. // Научное приборостроение – 2018 – Т.28 – №3 – с.101-108.
137. Численный метод решения уравнений мелкой воды повышенной точности на основе модифицированной схемы кабаре / Асфандияров Д. Г., Сороковикова О. С. // Математические заметки СВФУ – 2023 – Т.30 – №3.
138. Беляев К.П., Кулешов А.А., Тучкова Н.П. Моделирование динамики океана с усвоением данных наблюдений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018 № 133 13 с. doi:10.20948/prepr-2018-133, URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-133>
139. Истомин И.Е. Свидетельство ФСИС РФ от 25.09.2025 № 2025685683 о регистрации программы для ЭВМ «Оценка ГеоРисков» / Храмов И.С. - Оценка

георисков арктических акваторий в интересах обеспечения безопасной навигации.

140. Храмов И.С. Свидетельство ФСИС РФ от 26.01.2024 № 2024611957 о регистрации программы для ЭВМ «ГруМАР» / Ежов Д.А. - Оценка обстановки и зонирование арктических акваторий, выработка рекомендаций по организации и маршрутизации транспортной логистики в условиях морских рисков.

## Приложение А Детализированный математический аппарат содержательного описания геомодели системы РАС

### А.1. Вывод аналитических оценок георисков

Запишем вероятность (2.32) через 5 мерную условную функцию плотности вероятности:

$$\omega_3(t, \tau | x_b) = \int_{\overline{D(t)}} \int_{D(t+\tau)} \int_{D(t+2\tau)} \int_{\overline{D(t+3\tau)}} F_4(t, \tau, x_0, x_1, x_2, x_3 | x_b) dx_0 dx_1 dx_2 dx_3 \quad (\text{A.1})$$

Где  $\overline{D(t+i \cdot \tau)} = (-\infty, a(t+i \cdot \tau)] \cup [b(t+i \cdot \tau), \infty)$ . Интеграл по области  $\overline{D(t+i \cdot \tau)}$  в (A.1) можно представить как сумму двух интегралов по области  $(-\infty, a(t+i \cdot \tau)]$  и по области  $[b(t+i \cdot \tau), \infty)$ . В (2.33)  $F_4(t, \tau, x_0, x_1, x_2, x_3 | x_b)$  является плотностью вероятности для 5 мерного условного нормального распределения, в ней от времени будут зависеть только параметры распределения:  $m_0 = \mu(t)$ ,  $m_1 = \mu(t + \tau)$ ,  $m_2 = \mu(t + 2\tau)$ ,  $m_3 = \mu(t + 3\tau)$  – математическое ожидание случайных величин;  $\mu_b = \mu(0)$  – математическое ожидание в начальный момент времени;  $\sigma_0 = \sigma(t)$ ,  $\sigma_1 = \sigma(t + \tau)$ ,  $\sigma_2 = \sigma(t + 2\tau)$ ,  $\sigma_3 = \sigma(t + 3\tau)$  – среднеквадратичное отклонение случайных величин;  $\sigma_b = \sigma(0)$  – среднеквадратичное отклонение в начальный момент времени;  $\rho_{ij} = \rho(t + i\tau, t + j\tau)$  – корреляция между случайной величиной  $X_i$  и случайной величиной  $X_j$ ;  $\rho_{bj} = \rho(0, t + j\tau)$  – корреляция между случайной величиной  $X(0)$  в начальный момент времени и случайной величиной  $X_j$ .

Рассмотрим подробно, как строится плотность многомерного условного нормального распределения. Сначала запишем многомерное нормальное распределение с использованием вектора случайной величины  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^T$ , вектора математического ожидания  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T$  и ковариационной матрицы  $\Sigma$ :

$$F_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (\text{A.2})$$

Где  $|\Sigma|$  – определитель матрицы  $\Sigma$ ;  $\Sigma^{-1}$  – матрица обратная  $\Sigma$ . Ковариационная матрица имеет следующую структуру:  $(\Sigma)_{ij} = \sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$  при  $i \neq j$ ,  $(\Sigma)_{ii} = \sigma_i^2$  при  $i = j$ . Условное многомерное распределение строится на основе ковариационной матрицы. Допустим имеется вектор случайной величины  $\mathbf{X} = (\mathbf{Y}, \mathbf{Z})^T$ , который подчиняется закону нормального распределения с вектором математического ожидания  $\boldsymbol{\mu} = (\boldsymbol{\mu}_Y, \boldsymbol{\mu}_Z)^T$ . Ковариационную матрицу можно представить в следующем блочном виде:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} V_Y & V_{YZ} \\ V_{YZ}^T & V_Z \end{pmatrix}$$

Тогда случайный вектор  $\mathbf{Z}$  при заданном случайном векторе  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}_0$  имеет нормальное распределение со следующим параметрами:  $\boldsymbol{\mu}_{Z|Y} = \boldsymbol{\mu}_Z + V_{YZ}^T \cdot V_Y^{-1}(\mathbf{y}_0 - \boldsymbol{\mu}_Y)$  – условное математическое ожидание;  $\Sigma_{Z|Y} = V_Z - V_{YZ}^T V_Y^{-1} V_{YZ}$  – условная ковариационная матрица.

В нашем случае имеется только один случайный параметр, который задаёт начальное состояние  $X_b$ , и вектора случайных величин  $(X_0, X_1, X_2, X_3)^T$ , тогда можно задать следующие вектора  $\mathbf{Y} = (X_b)$  и  $\mathbf{Z} = (X_0, X_1, X_2, X_3)^T$ . Также можно задать вектора математического ожидания  $\boldsymbol{\mu}_Y = (m_b)$  и  $\boldsymbol{\mu}_Z = (m_0, m_1, m_2, m_3)^T$ , и ковариантные матрицы:

$$V_Y = (\sigma_b^2), \quad V_Z = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01} & \sigma_{02} & \sigma_{03} \\ \sigma_{01} & \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{02} & \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{03} & \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_3^2 \end{pmatrix}$$

$$V_{YZ} = (\sigma_{b0}, \sigma_{b1}, \sigma_{b2}, \sigma_{b3})$$

Исходя из выше сказанного находим параметры для условного нормального распределения при  $\mathbf{Y} = (x_b)$ :  $\mu_i = (\boldsymbol{\mu}_{Z|Y})_i = m_i - \frac{\sigma_i}{\sigma_b} \rho_{bi}(x_b - m_b)$  – условное математическое ожидание; ковариационная матрица –

$$\Sigma = \Sigma_{Z|Y} = V_Z - V_{YZ}^T \cdot V_{YZ} \cdot \frac{1}{\sigma_b^2} =$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma_0^2(1 - \rho_{0b}^2) & \sigma_0\sigma_1(\rho_{01} - \rho_{0b}\rho_{1b}) & \sigma_0\sigma_2(\rho_{02} - \rho_{0b}\rho_{2b}) & \sigma_0\sigma_3(\rho_{03} - \rho_{0b}\rho_{3b}) \\ \sigma_0\sigma_1(\rho_{01} - \rho_{0b}\rho_{1b}) & \sigma_1^2(1 - \rho_{1b}^2) & \sigma_1\sigma_2(\rho_{12} - \rho_{1b}\rho_{2b}) & \sigma_1\sigma_3(\rho_{13} - \rho_{1b}\rho_{3b}) \\ \sigma_0\sigma_2(\rho_{02} - \rho_{0b}\rho_{2b}) & \sigma_1\sigma_2(\rho_{12} - \rho_{1b}\rho_{2b}) & \sigma_2^2(1 - \rho_{2b}^2) & \sigma_2\sigma_3(\rho_{23} - \rho_{2b}\rho_{3b}) \\ \sigma_0\sigma_3(\rho_{03} - \rho_{0b}\rho_{3b}) & \sigma_1\sigma_3(\rho_{13} - \rho_{1b}\rho_{3b}) & \sigma_2\sigma_3(\rho_{23} - \rho_{2b}\rho_{3b}) & \sigma_3^2(1 - \rho_{3b}^2) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Где  $\rho_{ij}$  – коэффициент взаимной корреляции двух случайных величин. Согласно (A.2) и найденным параметрам плотность вероятности в (A.1) будет иметь следующий вид:

$$F_4(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (\text{A.4})$$

Рассмотрим подробнее интеграл (A.1), подставим под интеграл полученную функцию (A.4), тогда получим:

$$\int_{\frac{D(t)}{D(t+\tau)}} \int_{D(t+\tau)} \int_{D(t+2\tau)} \int_{\frac{D(t+3\tau)}{D(t+3\tau)}} \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right) dx_0 dx_1 dx_2 dx_3 \quad (\text{A.5})$$

Заметим, что ковариантную матрицу  $\Sigma$  можно представить в виде разложения на 3 матрицы  $\Sigma = SRS$ , где  $S$  – диагональная матрица,  $R$  – симметричная матрица; эти матрицы будут иметь вид:

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 - \rho_{0b}^2 & \rho_{01} - \rho_{0b}\rho_{1b} & \rho_{02} - \rho_{0b}\rho_{2b} & \rho_{03} - \rho_{0b}\rho_{3b} \\ \rho_{01} - \rho_{0b}\rho_{1b} & 1 - \rho_{1b}^2 & \rho_{12} - \rho_{1b}\rho_{2b} & \rho_{13} - \rho_{1b}\rho_{3b} \\ \rho_{02} - \rho_{0b}\rho_{2b} & \rho_{12} - \rho_{1b}\rho_{2b} & 1 - \rho_{2b}^2 & \rho_{23} - \rho_{2b}\rho_{3b} \\ \rho_{03} - \rho_{0b}\rho_{3b} & \rho_{13} - \rho_{1b}\rho_{3b} & \rho_{23} - \rho_{2b}\rho_{3b} & 1 - \rho_{3b}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Тогда матрица обратная ковариантной матрице будет иметь вид:

$$\Sigma^{-1} = (SRS)^{-1} = S^{-1}R^{-1}S^{-1}$$

Определитель матрицы  $\Sigma$  выражается через матрицы  $R$  и  $S$  следующим способом:

$|\Sigma| = |SRS| = |S|^2|R|$  Выражение под экспонентой в (A.5) примет вид:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) &= -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T S^{-1} R^{-1} S^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) = \\
&= -\frac{1}{2}(S^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}))^T R^{-1}(S^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}))
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Тогда согласно (A.7) в (A.5) можно сделать замену переменной  $\boldsymbol{\chi} = S^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})$ . Уравнение (A.7) с новой переменной принимает упрощённый вид:

$$-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^T R^{-1}\boldsymbol{\chi} \tag{A.8}$$

Так же для полноценной замены переменных в  $n$ -мерном интеграле понадобится якобиан перехода от одной системы координат к другой, в данном случае определитель матрицы Якоби будет иметь вид:  $J = |S|$ . Также преобразуется область интегрирования,  $D(t + i \cdot \tau)$  и  $\overline{D(t + i \cdot \tau)}$  преобразуется соответственно в:

$$\begin{aligned}
B(t + i \cdot \tau) &= \left[ \frac{(a(t + i \cdot \tau) - \mu_i)}{\sigma_i}, \frac{(b(t + i \cdot \tau) - \mu_i)}{\sigma_i} \right] = [\alpha_i, \beta_i], \\
\overline{B(t + i \cdot \tau)} &= \left( -\infty, \frac{(a(t + i \cdot \tau) - \mu_i)}{\sigma_i} \right] \cup \left[ \frac{(b(t + i \cdot \tau) - \mu_i)}{\sigma_i}, \infty \right) = (-\infty, \alpha_i] \cup [\beta_i, \infty)
\end{aligned} \tag{A.9}$$

При переходе из одной системы координат в другую, учитывая (A.8) и (A.9), и, введя новую плотность вероятности от новых переменных  $g(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3 | x_b)$ , интеграл (A.5) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\int_{\overline{B(t)}} \int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{\overline{B(t+3\tau)}} \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{|R|} |D|} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^T R^{-1}\boldsymbol{\chi}\right) J d\chi_0 d\chi_1 d\chi_2 d\chi_3 = \\
&= \int_{\overline{B(t)}} \int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{\overline{B(t+3\tau)}} \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{|R|}} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^T R^{-1}\boldsymbol{\chi}\right) d\chi_0 d\chi_1 d\chi_2 d\chi_3 = \tag{A.10} \\
&= \int_{\overline{B(t)}} \int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{\overline{B(t+3\tau)}} g(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) d\chi_0 d\chi_1 d\chi_2 d\chi_3
\end{aligned}$$

Новая плотность вероятности будет иметь вид:

$$g(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{|R|}} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^T R^{-1}\boldsymbol{\chi}\right) \tag{A.11}$$

Так как ищем (A.10) в нуле, то подробно рассмотрим  $g(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3)$  в нуле. Начнём с рассмотрения матрицы  $R$  в нуле. Разложим каждый из элементов матрицы  $R$  в ряд Тейлора в нуле по  $\tau$ , учтём члены вплоть до второго порядка:

$$\begin{aligned}
\rho_{0b} &= \rho \\
\rho_{1b} &= \rho + a_1\tau + b_1\tau^2 + O(\tau^3) & \rho_{01} &= 1 + a_{01}\tau + b_{01}\tau^2 + O(\tau^3) & \rho_{01} &= 1 + a_{01}\tau + b_{01}\tau^2 + O(\tau^3) \\
\rho_{2b} &= \rho + a_2\tau + b_2\tau^2 + O(\tau^3) & \rho_{02} &= 1 + a_{02}\tau + b_{02}\tau^2 + O(\tau^3) & \rho_{02} &= 1 + a_{02}\tau + b_{02}\tau^2 + O(\tau^3) \\
\rho_{3b} &= \rho + a_3\tau + b_3\tau^2 + O(\tau^3) & \rho_{03} &= 1 + a_{03}\tau + b_{03}\tau^2 + O(\tau^3) & \rho_{03} &= 1 + a_{03}\tau + b_{03}\tau^2 + O(\tau^3)
\end{aligned} \quad (\text{A. 12})$$

Рассмотрим коэффициенты перед  $\tau$  подробнее:

$$\begin{aligned}
a_i &= \left. \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho(0, t + i\tau)) \right|_{\tau=0} = i \left. \frac{d}{ds} (\rho(0, s)) \right|_{s=t} = i \cdot \partial \rho_t \\
a_{ij} &= \left. \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho(t + i\tau, t + j\tau)) \right|_{\tau=0} = \left. \frac{\partial}{\partial \tau_1} (\rho(t, \tau_1)) \right|_{\tau_1=t} \left. \frac{\partial \tau_1}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} + \left. \frac{\partial}{\partial \tau_2} (\rho(\tau_2, t)) \right|_{\tau_2=t} \left. \frac{\partial \tau_2}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = \\
&= i \cdot \left. \frac{\partial}{\partial s} (\rho(t, s)) \right|_{s=t} + j \cdot \left. \frac{\partial}{\partial s} (\rho(t, s)) \right|_{s=t} = (i + j) \left. \frac{\partial}{\partial s} (\rho(t, s)) \right|_{s=t} = (i + j) \cdot \partial \rho_{tt}
\end{aligned} \quad (\text{A. 13})$$

Были введены следующие обозначения:  $\partial \rho_t = \left. \frac{d}{ds} (\rho(0, s)) \right|_{s=t}$ ,  $\partial \rho_{tt} = \left. \frac{\partial}{\partial s} (\rho(t, s)) \right|_{s=t}$ .

Коэффициенты при  $\tau^2$  рассмотрим позже. Матрица  $R$  представима в следующем виде:

$$\begin{aligned}
R &= (1 - \rho^2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \\
&+ \begin{pmatrix} 0 & \partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t & 2(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & 3(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) \\ \partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t & -2\rho \partial \rho_t & 3(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & 4(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) \\ 2(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & 3(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & -4\rho \partial \rho_t & 5(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) \\ 3(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & 4(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & 5(\partial \rho_{tt} - \rho \partial \rho_t) & -6\rho \partial \rho_t \end{pmatrix} \tau + \\
&+ \begin{pmatrix} 0 & c_{01} & c_{02} & c_{03} \\ c_{01} & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{02} & c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{03} & c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} \tau^2 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} O(\tau^3)
\end{aligned} \quad (\text{A. 14})$$

Где коэффициенты матрицы при  $\tau^2$  имеют вид: ( $\delta_{ij}$  – символ Кронекера)

$$c_{ij} = (i + j)^2 \partial^2 \rho_{tt} (1 - \delta_{ij}) - (i^2 + j^2) \rho \partial^2 \rho_t - i \cdot j (\partial \rho_t)^2 \quad (\text{A. 15})$$

Обозначим:

$$\begin{aligned}
A &= (1 - \rho^2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \\
&+ \begin{pmatrix} 0 & \partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t & 2(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & 3(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) \\ \partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t & -2\rho\partial\rho_t & 3(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & 4(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) \\ 2(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & 3(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & -4\rho\partial\rho_t & 5(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) \\ 3(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & 4(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & 5(\partial\rho_{tt} - \rho\partial\rho_t) & -6\rho\partial\rho_t \end{pmatrix} \tau \quad (\text{A.16}) \\
B &= \begin{pmatrix} 0 & c_{01} & c_{02} & c_{03} \\ c_{01} & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{02} & c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{03} & c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} O(\tau) = \\
&= C + O(\tau)
\end{aligned}$$

Тогда (A.14) примет вид:

$$R = A + B \cdot \tau^2 \quad (\text{A.17})$$

Найдём матрицу обратную к  $R$ , воспользовавшись (A.17):

$$R^{-1} = (A + B \cdot \tau^2)^{-1} = (E + A^{-1}B \cdot \tau^2)^{-1}A^{-1} \quad (\text{A.18})$$

Матрица  $A^{-1}$  вычислений имеет вид:

$$\begin{aligned}
A^{-1} &= \frac{1}{6\eta\tau} \left( 1 - \frac{(-6)\lambda^2}{\eta(1-\rho^2)} \tau \right) \begin{pmatrix} 11 & -6 & -3 & -2 \\ -6 & 6 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \\
&+ \frac{1}{\eta^2(1-\rho^2)} \begin{pmatrix} v^2 & -\lambda \cdot v & -\lambda \cdot v & -\lambda \cdot v \\ -\lambda \cdot v & \lambda^2 & \lambda^2 & \lambda^2 \\ -\lambda \cdot v & \lambda^2 & \lambda^2 & \lambda^2 \\ -\lambda \cdot v & \lambda^2 & \lambda^2 & \lambda^2 \end{pmatrix} = \quad (\text{A.19}) \\
&= \frac{1}{6\eta\tau} \left( 1 - \frac{(-6)\lambda^2}{\eta(1-\rho^2)} \tau \right) N + \frac{1}{\eta^2(1-\rho^2)} S = \\
&= \frac{1}{\tau} \left( \frac{1}{6\eta} N \right) + \frac{1}{\eta^2(1-\rho^2)} (S + \lambda^2 N) = \frac{1}{\tau} K + L
\end{aligned}$$

Где  $\eta = -2 \cdot \partial\rho_{tt}$ ,  $\lambda = \partial\rho_{tt} - \rho \cdot \partial\rho_t$ ,  $v = \partial\rho_{tt} - 3\rho \cdot \partial\rho_t = 3\lambda + \eta$ ,  $K = \frac{1}{6\eta} N$ ,  $L = \frac{1}{\eta^2(1-\rho^2)} (S + \lambda^2 N)$ . Тогда  $A^{-1}B\tau^2$  в (A.18) будет иметь вид:

$$A^{-1}B\tau^2 = KC\tau + O(\tau^2)$$

Разложим (A.18) в ряд Тейлора по малому параметру  $\tau$ :

$$\begin{aligned}
R^{-1} &= (E + A^{-1}B \cdot \tau^2)^{-1}A^{-1} = (E + KC\tau + O(\tau^2))^{-1}A^{-1} = \\
&= \left( E - (KC\tau + O(\tau^2)) + O(\tau^2) \right) A^{-1} = \\
&= A^{-1} - KCA^{-1}\tau + A^{-1}O(\tau^2) = \frac{1}{\tau}K + L - KCK + O(\tau) = \quad (A.20) \\
&= \frac{1}{\tau}K + V + O(\tau)
\end{aligned}$$

Здесь  $V = L - KCK$ . Была найдена матрица  $R^{-1}$  с точностью до постоянной величины, отметим, что матрица пропорциональна  $\frac{1}{\tau}I$  ( $I$  – матрица из единиц).

Теперь рассмотрим определитель матрицы  $R$ :

$$|R| = |A + C \cdot \tau^2| = |A||E + A^{-1}C\tau^2| \quad (A.21)$$

Определитель матрицы  $A$  будет иметь следующий вид:

$$|A| = 6\eta^3(1 - \rho^2) \left( 1 + \frac{(-6)\lambda^2}{\eta(1 - \rho^2)}\tau \right) \tau^3$$

Введу обозначение  $u = \frac{(-6)\lambda^2}{\eta(1 - \rho^2)}$  Отдельно рассмотрим второй определитель в (A.21)

и разложим его в ряд Тейлора в нуле по  $\tau$  до первого члена последовательности:

$$|E + A^{-1}C\tau^2| \approx |E + KC\tau| \approx 1 + Sp(KC)\tau = 1 + h \cdot \tau$$

Где  $Sp(KC)$  – след матрицы,  $h = Sp(KC)$ . Таким образом (A.21) примет следующий вид:

$$|R| = 6\eta^3(1 - \rho^2)(1 + u\tau)(1 + h \cdot \tau)\tau^3 = 6\eta^3(1 - \rho^2)\tau^3(1 + (u + h) \cdot \tau + uh \cdot \tau^2) \quad (A.22)$$

Разложим в ряд Тейлора в нуле по параметру  $\tau$  до первой степени величину обратную норме матрицы  $R$ :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{|R|} &= \frac{1}{6\eta^3(1 - \rho^2)\tau^3(1 + (u + h) \cdot \tau + uh \cdot \tau^2)} = \\
&= \frac{1}{6\eta^3(1 - \rho^2)\tau^3} (1 - (u + h) \cdot \tau + (uh - (u + h)^2) \cdot \tau^2)
\end{aligned} \quad (A.23)$$

Поиск матрицы обратной матрице  $R$  нужен для детального рассмотрения величины, стоящей под экспонентой в (A.11):

$$\chi^T R^{-1} \chi = \frac{1}{\tau} \chi^T K \chi + \chi^T V \chi = \frac{1}{\tau} \frac{1}{6\eta} \chi^T N \chi + \gamma_2 = \frac{1}{\tau} \frac{1}{6\eta} \gamma_1 + \gamma_2 \quad (A.24)$$

Где  $\gamma_1 = \chi^T N \chi$ ,  $\gamma_2 = \chi^T V \chi$ ;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  не зависят от  $\tau$ . Рассмотрим подробнее  $\gamma_1$ :

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \boldsymbol{\chi}^T N \boldsymbol{\chi} &= 11\chi_0^2 + 6\chi_1^2 + 3\chi_2^2 + 2\chi_3^2 - 2 \cdot 6\chi_0\chi_1 - 2 \cdot 3\chi_0\chi_2 - \\ &- 2 \cdot 2\chi_0\chi_3 = 6(\chi_1 - \chi_0)^2 + 3(\chi_2 - \chi_0)^2 + 2(\chi_3 - \chi_0)^2 \end{aligned} \quad (\text{A. 25})$$

Рассмотрим подробнее величину  $\gamma_2$ :

$$\gamma_2 = \boldsymbol{\chi}^T V \boldsymbol{\chi} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij} \cdot \chi_i \cdot \chi_j \quad (\text{A. 26})$$

Где  $v_{ij}$  – элементы матрицы  $V$ ,  $\chi_i$  – элементы вектора  $\boldsymbol{\chi}$ . Плотность вероятности в окрестности 0 по  $\tau$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} g(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) &= \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{(1-\rho^2)} \sqrt{1+(u+h) \cdot \tau + uh \cdot \tau^2}} \frac{1}{\sqrt{6\eta^3 \tau^3}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} \frac{\gamma_1}{6\eta} + \gamma_2\right)\right) \approx \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 2\eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 3\eta\tau}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\gamma_1}{6\eta\tau}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma_2\right) = p_1 \cdot p_2 \end{aligned} \quad (\text{A. 27})$$

Где  $p_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 2\eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 3\eta\tau}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\gamma_1}{6\eta\tau}\right)$ ,  $p_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma_2\right)$ . Полная версия функции  $p_1$  представлена ниже:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 2\eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 3\eta\tau}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_1 - \chi_0)^2}{\eta\tau}\right) \cdot \\ &\cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_2 - \chi_0)^2}{2\eta\tau}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_3 - \chi_0)^2}{3\eta\tau}\right) = \\ &= \theta_1(\chi_1 - \chi_0) \cdot \theta_2(\chi_2 - \chi_0) \cdot \theta_3(\chi_3 - \chi_0) \end{aligned} \quad (\text{A. 28})$$

Где  $\theta_j(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot j \cdot \eta\tau}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{j \cdot \eta\tau}\right)$ . Сделаем замену в (A.28)  $x_i = \frac{\chi_i - \chi_0}{\sqrt{j \cdot \eta\tau}}$ , тогда получим:

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 2\eta\tau} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 3\eta\tau}} \exp\left(-\frac{1}{2} (6x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2)\right) \quad (\text{A. 29})$$

Интеграл (A.10) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} &\int_{\overline{B(t)}} \int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{\overline{B(t+3\tau)}} p_2(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) \cdot p_1 d\chi_0 d\chi_1 d\chi_2 d\chi_3 = \\ &= \int_{\overline{B(t)}} \int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{\overline{B(t+3\tau)}} p_2(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_3 d\chi_3 d\chi_2 d\chi_1 d\chi_0 \end{aligned} \quad (\text{A. 30})$$

Сначала рассмотрим следующий тройной интеграл:

$$\int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{B(t+3\tau)} p_2(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_3 d\chi_3 d\chi_2 d\chi_1 \quad (\text{A.31})$$

Сделаем следующую замену переменных в интеграле (59):  $\chi_i = x_i \cdot \sqrt{i \cdot \eta\tau} + \chi_0$ , тогда  $x_i = \frac{\chi_i - \chi_0}{\sqrt{i \cdot \eta\tau}}$  и дифференциалы  $d\chi_i = \sqrt{i \cdot \eta\tau} \cdot dx_i$ . Введём следующие обозначения:  $\bar{J}_i = (-\infty, y_{\alpha_i}] \cup [y_{\beta_i}, +\infty)$ ,  $J_i = [y_{\alpha_i}, y_{\beta_i}]$ ,  $y_{\alpha_i} = \frac{\alpha_i - \chi_0}{\sqrt{i \cdot \eta\tau}}$ ,  $y_{\beta_i} = \frac{\beta_i - \chi_0}{\sqrt{i \cdot \eta\tau}}$ ,  $\alpha_i = \alpha(t + i \cdot \tau)$ ,  $\beta_i = \beta(t + i \cdot \tau)$ ,  $\varphi_i(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x_i^2\right)$ . Через новые переменные (A.28) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \gamma_2 = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij} \cdot \chi_i \cdot \chi_j &= \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij} \cdot \chi_0^2 + \chi_0 \sqrt{\eta\tau} \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij} \cdot (\sqrt{i} \cdot x_i + \sqrt{j} \cdot x_j) + \\ &+ \eta\tau \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sqrt{ij} \cdot v_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \end{aligned}$$

Учтём, что матрица  $V$  симметричная ( $v_{ij} = v_{ji}$ ), и введём обозначения  $\delta = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_{ij}$  и  $d_i = \sum_{j=0}^3 v_{ij}$ , тогда  $\gamma_2$ , выраженная через переменные  $x_i$  примет окончательный вид:

$$\gamma_2 = \delta \cdot \chi_0^2 + 2\chi_0 \sqrt{\eta\tau} \sum_{i=0}^3 \sqrt{i} d_i \cdot x_i + \eta\tau \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sqrt{ij} \cdot v_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (\text{A.32})$$

Теперь рассмотрим, как будет преобразовываться через новые переменные функция  $p_2$ , которая задаётся через  $\gamma_2$ :

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma_2\right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2 - \chi_0 \sqrt{\eta\tau} \sum_{i=0}^3 \sqrt{i} d_i \cdot x_i - \frac{1}{2} \eta\tau \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sqrt{ij} \cdot v_{ij} \cdot x_i \cdot x_j\right) \end{aligned}$$

Теперь разложим экспоненту в ряд по степеням малого параметра  $\tau$ . В данном ряде должны быть степени кратные  $\frac{1}{2}$ , остановимся на первой степени:

$$p_2 \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot \left(1 - \chi_0 \sqrt{\eta\tau} \sum_{i=0}^3 \sqrt{i} d_i \cdot x_i - \frac{\eta\tau}{2} \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sqrt{ij} \cdot (v_{ij} - d_i \cdot d_j) \cdot x_i \cdot x_j\right) \quad (\text{A.33})$$

В дальнейшем будет показано, что  $\tau$  со степенями больше  $\frac{1}{2}$  можно пренебречь. Учитывая (A.33) и введённые обозначения, интеграл (A.31) преобразуется через новые переменные следующим образом:

$$h(\chi_0) = \int_{B(t+\tau)} \int_{B(t+2\tau)} \int_{B(t+3\tau)} p_2(\chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3) \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_3 d\chi_3 d\chi_2 d\chi_1 \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \int_{J_1} \int_{J_2} \int_{J_3} \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_2(x_2) \cdot \varphi_3(x_3) \left(1 - \chi_0 \sqrt{\eta\tau} \sum_{i=0}^3 \sqrt{i} d_i \cdot x_i - \frac{\eta\tau}{2} \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sqrt{ij} \cdot (v_{ij} - d_i \cdot d_j) \cdot x_i \cdot x_j\right) dx_3 dx_2 dx_1 \quad (\text{A.34})$$

Данный интеграл разделяется на 3, рассмотрим каждый в отдельности. Первый интеграл будет иметь вид:

$$h_1(\chi_0) = \int_{J_1} \int_{J_2} \int_{J_3} \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_2(x_2) \cdot \varphi_3(x_3) dx_3 dx_2 dx_1 = \int_{J_3} \varphi_3(x_3) dx_3 \cdot \int_{J_2} \varphi_2(x_2) dx_2 \cdot \int_{J_1} \varphi_1(x_1) dx_1 \quad (\text{A.35})$$

Тогда интеграл типа одного из интегралов (A.35) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\int_{J_i} \varphi_i(x_i) dx_i &= \int_{-\infty}^{y_{\beta_i}} \varphi_i(x_i) dx_i - \int_{-\infty}^{y_{\alpha_i}} \varphi_i(x_i) dx_i = \Phi(y_{\beta_i}) - \Phi(y_{\alpha_i}) = \\
&= \frac{1}{2} \left( \operatorname{erf}(y_{\beta_i}) - \operatorname{erf}(y_{\alpha_i}) \right) = \frac{1}{2} \left( \operatorname{erf} \left( \frac{\beta_i - x_0}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\alpha_i - x_0}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} \right) \right) \quad (\text{A.36a}) \\
&= -\frac{1}{2} \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \beta_i}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \alpha_i}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} \right) \right)
\end{aligned}$$

Где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа,  $\operatorname{erf}(x)$  – функция ошибок. Функция Лапласа выражается через функцию ошибок следующим образом:  $\Phi(x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right)$ .

Интеграл по другому виду промежутка будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
\int_{\bar{J}_i} \varphi_i(x_i) dx_i &= \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_i(x_i) dx_i - \int_{B_i} \varphi_i(x_i) dx_i = \\
&\approx \frac{1}{2} \left( 2 + \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \beta_i}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \alpha_i}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} \right) \right) \right) \quad (\text{A.36б})
\end{aligned}$$

Используя (A.36a) и (A.36б), получим интеграл (A.35):

$$\begin{aligned}
h_1(x_0) &= \frac{1}{8} \left( 2 + \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \beta_3}{\sqrt{3 \cdot 2\eta\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \alpha_3}{\sqrt{3 \cdot 2\eta\tau}} \right) \right) \right) \cdot \\
&\cdot \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \beta_2}{\sqrt{2 \cdot 2\eta\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \alpha_2}{\sqrt{2 \cdot 2\eta\tau}} \right) \right) \cdot \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \beta_1}{\sqrt{1 \cdot 2\eta\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{x_0 - \alpha_1}{\sqrt{1 \cdot 2\eta\tau}} \right) \right) \quad (\text{A.37})
\end{aligned}$$

При стремлении  $\tau$  к нулю значения  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  принимают следующий вид:  $\alpha_i = \alpha(t) + i \cdot \partial\alpha(t) \cdot \tau$ ,  $\beta_i = \beta(t) + i \cdot \partial\beta(t) \cdot \tau$ , где  $\partial\beta(t) = \frac{d\beta}{dt}$ ,  $\partial\alpha(t) = \frac{d\alpha}{dt}$ . Тогда в функции

(63) аргументы функций ошибок примут вид:

$$\frac{x_0 - \gamma_i}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} = \frac{x_0 - \gamma}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}} - \partial\gamma \sqrt{\frac{i}{2\eta}} \cdot \sqrt{\tau}$$

Здесь  $\gamma$  принимает значения  $\alpha$  и  $\beta$ , а  $\partial\gamma$  – значения  $\partial\alpha$  и  $\partial\beta$ . Рассмотрим функцию ошибок вида  $\operatorname{erf}\left(\frac{y+x}{\sqrt{2}}\right)$  и разложим в ряд Тейлора по  $x$ :

$$\operatorname{erf}\left(\frac{y+x}{\sqrt{2}}\right) = \operatorname{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot H_{n-1}(y)}{n!} \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^n \quad (\text{A.38})$$

Коэффициенты  $H_n(y)$  полиномами Эрмита, которые определены следующим образом:  $H_n(y) = (-1)^n \exp\left(\frac{y^2}{2}\right) \frac{d^n}{dy^n} \left(\exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\right)$ . Возьмём  $y = \frac{\chi_0 - \gamma}{\sqrt{i \cdot \eta \tau}} = \frac{a}{\sqrt{\tau}}$  и  $x =$

$\partial\gamma \sqrt{\frac{i}{\eta}} \cdot \sqrt{\tau} = b \cdot \sqrt{\tau}$ , тогда, воспользовавшись (A.38), получается следующее:

$$\operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2\tau}} + \frac{b}{\sqrt{2}} \sqrt{\tau}\right) = \operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2\tau}}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{2\tau}\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot H_{n-1}\left(\frac{a}{\sqrt{\tau}}\right)}{n!} \left(\frac{b\sqrt{\tau}}{\sqrt{2}}\right)^n \quad (\text{A.39})$$

Коэффициенты  $H_n(y)$  представляют собой полиномы с максимальной степенью  $n$ , поэтому при стремлении  $\tau$  к 0 можно записать  $H_{n-1}(y) \sim \left(\frac{a}{\sqrt{\tau}}\right)^{n-1}$ . Тогда для произведения справедливо  $\left(\frac{b\sqrt{\tau}}{\sqrt{2}}\right)^n \cdot H_{n-1}(y) \sim \frac{\sqrt{\tau}}{a} \left(a \cdot \frac{b}{\sqrt{2}}\right)^n$ . Ряд (A.29) имеет полупростые значения степени  $\tau$ . В (2.31) имеется множитель  $\frac{1}{\tau}$ , которое необходимо учитывать в дальнейшем расчёте, поэтому  $\tau$  со степенью  $\frac{1}{2}$  в (A.39) пренебречь нельзя, однако  $\tau$  со степенями больше  $\frac{1}{2}$  можно пренебречь, так как в (A.30) при учёте дополнительного множителя  $\frac{1}{\tau}$  будет иметься экспоненциальное затухание во всех точках затухание  $\exp\left(-\frac{c^2}{\tau}\right)$  во всех точках кроме точки  $\chi_0 = \gamma$ , в этой точке имеется затухание вида  $\tau^{\frac{n}{2}}$ , где  $n$  натуральные числа строго больше 1. В этих случаях интеграл типа (A.30) с множителем  $\frac{1}{\tau}$  будет равняться 0. Тогда (A.39) примет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2\tau}} + \frac{b}{\sqrt{2}}\sqrt{\tau}\right) &\approx \operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2\tau}}\right) - \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{a^2}{2\tau}\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{a \cdot b}{\sqrt{2}}\right)^n = \\ &= \operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2\tau}}\right) + \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{a^2}{2\tau}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{a \cdot b}{\sqrt{2}}\right)\right) \end{aligned}$$

Если задать  $a$  и  $b$  в явном виде, то получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \gamma_i}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) &\approx \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \gamma}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) + \\ &+ \sqrt{2}i \cdot \partial\gamma \cdot \tau \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot i \cdot \eta\tau}} \exp\left(-\frac{(\chi_0 - \gamma)^2}{i \cdot 2\eta\tau}\right) \cdot \quad (\text{A.40}) \\ &\cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\gamma(\chi_0 - \gamma)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\partial\gamma(\chi_0 - \gamma)}{\sqrt{2}\eta}\right)\right) \end{aligned}$$

Преобразуем интеграл (A.37), используя (A.40), и оставляем только коэффициенты с  $\tau$  не превышающих 1, так как только они дадут вклад в (2.31):

$$\begin{aligned} h_1(\chi_0) &\approx \frac{1}{8}(2 + \xi_3 + 3\sqrt{2}\tau \cdot \zeta_3) \cdot (\xi_2 + 2\sqrt{2}\tau \cdot \zeta_2) \cdot (\xi_1 + \sqrt{2}\tau \cdot \zeta_1) \approx \\ &\approx \frac{1}{8}(2 + \xi_3)\xi_2\xi_1 + \frac{1}{8}\sqrt{2}\tau((2 + \xi_3)\xi_2\zeta_1 + 2 \cdot (2 + \xi_3)\xi_1\zeta_2 + 3 \cdot \xi_2\xi_1\zeta_3) \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \xi_i &= \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \beta}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \alpha}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) \\ \zeta_i &= \partial\beta \cdot \theta_i(\chi_0 - \beta) \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\beta(\chi_0 - \beta)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\partial\beta(\chi_0 - \beta)}{\sqrt{2}\eta}\right)\right) - \\ &- \partial\alpha \cdot \theta_i(\chi_0 - \alpha) \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)}{\sqrt{2}\eta}\right)\right) \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим второй интеграл из (A.34):

$$\begin{aligned}
h_2(\chi_0) &= \int_{J_1} \int_{J_2} \int_{\bar{J}_3} \chi_0 \sqrt{\eta\tau} \left( \sum_{i=0}^3 \sqrt{i} d_i \cdot x_i \right) \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_2(x_2) \cdot \varphi_3(x_3) dx_3 dx_2 dx_1 = \\
&= \chi_0 \sqrt{\eta\tau} \left[ d_1 \int_{\bar{J}_3} \varphi_3(x_3) dx_3 \cdot \int_{J_2} \varphi_2(x_2) dx_2 \cdot \int_{J_1} x_1 \cdot \varphi_1(x_1) dx_1 + \right. \\
&\quad + \sqrt{2} \cdot d_2 \int_{\bar{J}_3} \varphi_3(x_3) dx_3 \cdot \int_{J_2} x_2 \cdot \varphi_2(x_2) dx_2 \cdot \int_{J_1} \varphi_1(x_1) dx_1 + \\
&\quad \left. + \sqrt{3} \cdot d_3 \int_{\bar{J}_3} x_3 \cdot \varphi_3(x_3) dx_3 \cdot \int_{J_2} \varphi_2(x_2) dx_2 \cdot \int_{J_1} \varphi_1(x_1) dx_1 \right]
\end{aligned} \tag{A.42}$$

Рассмотрим интеграл:

$$\begin{aligned}
\int_{J_i} x \cdot \varphi_i(x) dx &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{y_{\alpha_i}}^{y_{\beta_i}} x \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \exp\left(-\frac{y_{\beta_i}^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{y_{\alpha_i}^2}{2}\right) \right) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_0 - \beta_i)^2}{i \cdot \eta\tau}\right) - \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_0 - \alpha_i)^2}{i \cdot \eta\tau}\right) \right) = \\
&= \kappa_i \cdot \sqrt{i \cdot \eta\tau}
\end{aligned} \tag{A.43a}$$

Рассмотрим так же другой интеграл:

$$\begin{aligned}
\int_{\bar{J}_i} x \cdot \varphi_i(x) dx &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx - \int_{y_{\alpha_i}}^{y_{\beta_i}} x \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \right) = \\
&= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_0 - \beta_i)^2}{i \cdot \eta\tau}\right) - \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\chi_0 - \alpha_i)^2}{i \cdot \eta\tau}\right) \right) = \\
&= -\kappa_i \cdot \sqrt{i \cdot \eta\tau}
\end{aligned} \tag{A.43б}$$

Используя (A.36а), (A.36б), (A.43а), (A.43б) и (A.40) (в (A.40) слагаемым с  $\tau$  можно пренебречь), выражение (2.74) будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
h_2(\chi_0) \approx \frac{1}{4} \chi_0 \cdot \eta\tau \cdot (d_1 \cdot (2 + \xi_3) \cdot \xi_2 \cdot \kappa_1 + 2 \cdot d_2 \cdot (2 + \xi_3) \cdot \xi_1 \cdot \kappa_2 - \\
- 3 \cdot d_3 \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \kappa_3)
\end{aligned} \tag{A.44}$$

Теперь рассмотрим третий интеграл из (A.36):

$$\frac{\eta\tau}{2} \int_{J_1} \int_{J_2} \int_{J_3} \left( \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sqrt{ij} \cdot (v_{ij} - d_i \cdot d_j) \cdot x_i \cdot x_j \right) \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_2(x_2) \cdot \varphi_3(x_3) dx_3 dx_2 dx_1$$

Так как данный интеграл пропорционален  $\tau$ , при интегрировании образуются компоненты с  $\exp\left(-\frac{c^2}{\tau}\right)$  и  $(2 + \xi_3)\xi_1\xi_2$ , которые при стремлении  $\tau$  к  $0+$  будут давать 0 вклад в интеграл (А.30). Таким образом, учитывая выражения (А.41) и (А.44), получим следующее приближение интеграла (А.34):

$$\begin{aligned} h(\chi_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (h_1(\chi_0) - h_2(\chi_0)) = \\ &= \frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot \left( (2 + \xi_3)\xi_2\xi_1 + \sqrt{2}\tau \cdot \right. \\ &\cdot \left( (2 + \xi_3)\xi_2(\zeta_1 - \sqrt{2}\eta d_1 \cdot \chi_0 \kappa_1) + 2 \cdot (2 + \xi_3)\xi_1(\zeta_2 - \sqrt{2}\eta d_2 \cdot \chi_0 \kappa_2) \right. \\ &\quad \left. \left. + 3 \cdot \xi_2\xi_1(\zeta_3 + \sqrt{2}\eta d_3 \cdot \chi_0 \kappa_3) \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{А.45})$$

Используя (А.45), интеграл (А.30) преобразится к виду:

$$\int_{\frac{B(t)}{}} h(\chi_0) d\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \int_{\frac{B(t)}{}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (h_1(\chi_0) - h_2(\chi_0)) d\chi_0 \quad (\text{А.46})$$

В данном интеграле имеется два основных слагаемых. Согласно (А.45) в (А.46) будет слагаемое с  $\tau$  в нулевой степени и слагаемое с  $\tau$  в первой степени.

Приближённая функция (2.31) является (А.46) с множителем  $\frac{1}{\tau}$ , выпишем выражение:

$$\mathfrak{R}_3(t, \tau | x_b) \approx \frac{1}{\tau} \int_0^{t_f} \int_{\frac{B(t)}{}} h(\chi_0) d\chi_0 dt$$

Функция (2.30), которую ищем, является пределом функции (2.31) при стремящемся к 0 параметре  $\tau$ :

$$H_3(t_f | x_b) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_0^{t_f} \int_{\frac{B(t)}{}} h(\chi_0) d\chi_0 dt$$

Внесём под интеграл предел и рассмотрим подынтегральное выражение:

$$W(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{\overline{B(t)}} h(\chi_0) d\chi_0 \quad (\text{A.47})$$

Воспользуемся (A.42) и получим (A.47) в следующем виде:

$$\begin{aligned} W(t) = & \frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \cdot \left( \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{\overline{B(t)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (2 + \xi_3) \xi_2 \xi_1 d\chi_0 + \right. \\ & + \sqrt{2} \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_{\overline{B(t)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (2 + \xi_3) \xi_2 (\zeta_1 - \sqrt{2}\eta d_1 \cdot \chi_0 \kappa_1) d\chi_0 + \\ & + \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_{\overline{B(t)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (2 + \xi_3) \xi_1 (\zeta_2 - \sqrt{2}\eta d_2 \cdot \chi_0 \kappa_2) d\chi_0 + \\ & \left. + \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_{\overline{B(t)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot \xi_1 \xi_2 (\zeta_3 + \sqrt{2}\eta d_3 \cdot \chi_0 \kappa_3) d\chi_0 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

Т.к. множество, по которому производится интегрирование, не зависит от  $\tau$ , то в 3 последних слагаемых предел можно внести под знак интегрирования, тогда получатся интегралы следующего типа:

$$\int_{\overline{B(t)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( (2 + \xi_i) \xi_j (\zeta_k - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \kappa_k) \right) d\chi_0$$

Здесь  $k \neq i \neq j \neq k$  и  $i, j, k = \{1, 2, 3\}$ . Произведение под знаком предела можно разделить на произведение трёх пределов:

$$\int_{\overline{B(t)}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} (2 + \xi_i) \lim_{\tau \rightarrow 0} \xi_j \lim_{\tau \rightarrow 0} (\zeta_k - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \kappa_k) d\chi_0 \quad (\text{A.49})$$

Рассмотрим пределы по отдельности. Первый предел, который рассмотрим, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow 0} \xi_i &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \beta}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \alpha}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) \right) = \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \beta}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) - \lim_{\tau \rightarrow 0} \operatorname{erf}\left(\frac{\chi_0 - \alpha}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}\right) \end{aligned}$$

Функцию сигнум можно представить как слабый предел функции ошибок:

$$\operatorname{sgn}(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \operatorname{erf}(k \cdot x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

В нашем случае  $k$  принимает значение  $\frac{1}{\sqrt{i \cdot 2\eta\tau}}$ , которое при стремлении  $\tau$  к  $0^+$  стремится к бесконечности,  $x$  принимает значения  $\chi_0 - \beta$  и  $\chi_0 - \alpha$ . Отсюда  $\lim_{\tau \rightarrow 0} \xi_i$  можно выразить через разность двух сигнум функций:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \xi_i = \operatorname{sgn}(\chi_0 - \beta) - \operatorname{sgn}(\chi_0 - \alpha) \quad (\text{A. 50a})$$

Второй предел имеет вид:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} (2 + \xi_i) = 2 + \lim_{\tau \rightarrow 0} \xi_i = 2 + \operatorname{sgn}(\chi_0 - \beta) - \operatorname{sgn}(\chi_0 - \alpha) \quad (\text{A. 50б})$$

Третий предел выглядит следующим образом:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} (\zeta_k - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \kappa_k) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \zeta_k - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \kappa_k$$

Он разделяется на разность двух пределов. Сначала рассмотрим предел  $\lim_{\tau \rightarrow 0} \zeta_k$ :

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow 0} \zeta_i &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \partial\beta \cdot \theta_i(\chi_0 - \beta) \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\beta(\chi_0 - \beta)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\beta(\chi_0 - \beta)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) - \right. \\ &\quad \left. - \partial\alpha \cdot \theta_i(\chi_0 - \alpha) \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \right) = \\ &= \partial\beta \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\beta(\chi_0 - \beta)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\beta(\chi_0 - \beta)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \theta_i(\chi_0 - \beta) - \\ &\quad - \partial\alpha \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \theta_i(\chi_0 - \alpha) \end{aligned}$$

Дельта функцию Дирака можно представить как слабый предел следующим образом:

$$\delta(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-(n \cdot x)^2) \right)$$

В нашем случае  $n = \frac{1}{\sqrt{2i \cdot \eta\tau}}$ , которое при  $\tau \rightarrow 0$  стремится к бесконечности, а  $x$  принимает значения  $\chi_0 - \beta$  и  $\chi_0 - \alpha$ , поэтому:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \theta_j(x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot j \cdot \eta\tau}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{j \cdot \eta\tau}\right) \right) = \delta(x)$$

Тогда  $\lim_{\tau \rightarrow 0} \zeta_i$  принимает окончательно следующий вид:

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow 0} \zeta_i = & \partial\beta \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\beta(\chi_0 - \beta)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\beta(\chi_0 - \beta)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \cdot \delta(\chi_0 - \beta) - \\ & - \partial\alpha \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \cdot \delta(\chi_0 - \alpha) \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим второй предел:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \kappa_k = \lim_{\tau \rightarrow 0} (\theta_i(\chi_0 - \beta) - \theta_i(\chi_0 - \alpha)) = \delta(\chi_0 - \beta) - \delta(\chi_0 - \alpha)$$

Тогда предел  $\lim_{\tau \rightarrow 0} (\zeta_k - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \kappa_k)$  примет вид:

$$\begin{aligned} & \lim_{\tau \rightarrow 0} (\zeta_k - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \kappa_k) = \\ & = \partial\beta \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\beta(\chi_0 - \beta)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\beta(\chi_0 - \beta)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \cdot \delta(\chi_0 - \beta) - \\ & - \partial\alpha \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)}{\sqrt{2}\eta}\right) \right) \cdot \delta(\chi_0 - \alpha) - \\ & - \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \cdot (\delta(\chi_0 - \beta) - \delta(\chi_0 - \alpha)) \end{aligned} \quad (\text{A. 50B})$$

Дельта функция Дирака имеет следующее свойство:

$$\int_{-\infty}^x f(t) \cdot \delta(t - y) dt = f(y) \cdot \theta(x - y) \quad (\text{A. 51})$$

Где  $\theta(x)$  – тета функция Хэвисайда, которая определена следующим образом:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Вообще в 0 тета функция может быть определена любым вещественным значением, но в нашем случае она определяется как  $\frac{1}{2}$ .

По конечному промежутку  $B = [a, b]$  основное свойство дельта функции Дирака будет принимать следующий вид:

$$\begin{aligned} \int_B f(t) \cdot \delta(t - y) dt &= \int_{-\infty}^b f(t) \cdot \delta(t - y) dt - \int_{-\infty}^a f(t) \cdot \delta(t - y) dt = \\ &= f(y) \cdot (\theta(b - y) - \theta(a - y)) \end{aligned} \quad (\text{A. 52a})$$

По множеству  $\bar{B} = (-\infty, a] \cup [b, +\infty)$  основное свойство дельта функции Дирака будет принимать следующий вид:

$$\begin{aligned} \int_{\bar{B}} f(t) \cdot \delta(t - y) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \delta(t - y) dt - \int_B f(t) \cdot \delta(t - y) dt = \\ &= f(y) \cdot (1 - (\theta(\beta - y) - \theta(\alpha - y))) \end{aligned} \quad (\text{A.526})$$

Подставляя (А.50 а, б, в) в (А.49) получим сумму двух интегралов:

$$\begin{aligned} J_k &= \int_{\bar{B}(t)} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (2 + \operatorname{sgn}(\chi_0 - \beta) - \operatorname{sgn}(\chi_0 - \alpha)) \cdot \\ &\quad \cdot (\operatorname{sgn}(\chi_0 - \beta) - \operatorname{sgn}(\chi_0 - \alpha)) \cdot \delta(\chi_0 - \beta) \cdot \\ &\quad \cdot \left( \partial\beta \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\beta(\chi_0 - \beta)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\partial\beta(\chi_0 - \beta)}{\sqrt{2}\eta}\right)\right) \pm \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \right) d\chi_0 - \\ &\quad - \int_{\bar{B}(t)} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (2 + \operatorname{sgn}(\chi_0 - \beta) - \operatorname{sgn}(\chi_0 - \alpha)) \cdot \\ &\quad \cdot (\operatorname{sgn}(\chi_0 - \beta) - \operatorname{sgn}(\chi_0 - \alpha)) \cdot \delta(\chi_0 - \alpha) \cdot \\ &\quad \cdot \left( \partial\alpha \cdot \frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\partial\alpha(\chi_0 - \alpha)}{\sqrt{2}\eta}\right)\right) \pm \sqrt{2}\eta d_k \cdot \chi_0 \right) d\chi_0 \end{aligned}$$

Воспользуемся свойством (2.84б), и учтём следующее: 1)  $(\beta - \alpha) > 0$ ; 2)  $\frac{\sqrt{2}\eta}{\partial\gamma(\chi_0 - \gamma)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\partial\gamma(\chi_0 - \gamma)}{\sqrt{2}\eta}\right)\right) \Big|_{\chi_0 = \gamma} = 1$ ; 3) определение функции  $\operatorname{sgn}(x)$ , тогда

получим вид  $J_k$ :

$$\begin{aligned} J_k &= \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot (2 + \operatorname{sgn}(0) - \operatorname{sgn}(\beta - \alpha)) \cdot (\operatorname{sgn}(0) - \operatorname{sgn}(\beta - \alpha)) \cdot \\ &\quad \cdot (\partial\beta \pm \sqrt{2}\eta d_k \cdot \beta) - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot (2 + \operatorname{sgn}(\alpha - \beta) - \operatorname{sgn}(0)) \cdot \\ &\quad \cdot (\operatorname{sgn}(\alpha - \beta) - \operatorname{sgn}(0)) \cdot (\partial\alpha \pm \sqrt{2}\eta d_k \cdot \alpha) = \\ &= - \left( \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot (\partial\beta \pm \sqrt{2}\eta d_k \cdot \beta) - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot (\partial\alpha \pm \sqrt{2}\eta d_k \cdot \alpha) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

Теперь рассмотрим первый предел из (А.48):

$$I_0 = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{\tilde{B}(t)} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \chi_0^2\right) \cdot (2 + \xi_3) \xi_2 \xi_1 d\chi_0 \quad (\text{A.54})$$

Начнём с рассмотрения интеграла, сделаем в нём замену  $z = \chi_0 - \alpha$ :

$$\frac{1}{\tau} \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot (2 + \tilde{\xi}_3) \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_1 dx$$

Где  $\tilde{\xi}_i = \operatorname{erf}\left(\frac{z-c}{\sqrt{i \cdot 2 \eta \tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{i \cdot 2 \eta \tau}}\right)$ ,  $\tilde{B} = (-\infty, 0] \cup [c, \infty)$ . Предел (A.54) расходится,

т.к. ищем нижнюю оценку, то можно найти нижнее ограничение для интеграла в (A.54). Для этого рассмотрим обратимся к следующему неравенству:  $0 >$

$\operatorname{erf}\left(\frac{z-c}{\sqrt{i \cdot 2 \eta \tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{i \cdot 2 \eta \tau}}\right) \geq \tilde{\xi}_i \geq -1$  для  $x \in \tilde{B}$ , тогда  $0 < (2 + \psi_3) \psi_2 \psi_1 \leq (2 + \tilde{\xi}_3) \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_1 \leq 1$  для  $x \in \tilde{B}$ , где  $\psi_i = \operatorname{erf}\left(\frac{z-c}{\sqrt{i \cdot 2 \eta \tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{i \cdot 2 \eta \tau}}\right)$ . Отсюда можно записать

неравенство для интеграла:

$$\int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} (x + \alpha)^2\right) (2 + \tilde{\xi}_3) \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_1 dx \geq \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} (x + \alpha)^2\right) (2 + \psi_3) \psi_2 \psi_1 dx$$

Выражение  $(2 + \psi_3) \psi_2 \psi_1$  для малых значений  $\tau$  можно аппроксимировать следующим образом:

$$(2 + \psi_3) \psi_2 \psi_1 = \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{(\eta \tau)^2} \cdot c_0\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-c)^2}{(\eta \tau)^2} \cdot c_0\right)$$

Здесь  $c_0 = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ . Учтя всё вышесказанное, получим следующее для (A.54):

$$I_0 \geq \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot \left( \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{(\eta \tau)^2} \cdot c_0\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-c)^2}{(\eta \tau)^2} \cdot c_0\right) \right) dx \quad (\text{A.55})$$

Предел и коэффициент  $\frac{1}{\tau}$  в этом выражении можно внести под знак интегрирования, тогда получим:

$$\begin{aligned}
& \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot \\
& \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\tau} \left( \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{(\eta\tau)^2} \cdot c_0\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-c)^2}{(\eta\tau)^2} \cdot c_0\right) \right) \right) dx = \\
& = \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{c_0}} \cdot \eta \cdot \\
& \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{c_0}}{\eta\tau} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{(\eta\tau)^2} \cdot c_0\right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{c_0}}{\eta\tau} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-c)^2}{(\eta\tau)^2} \cdot c_0\right) \right) dx = \\
& = \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{c_0}} \cdot \eta \cdot (\delta(x) + \delta(x-c)) dx = \\
& = \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{c_0}} \cdot \eta \cdot \left( \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot \delta(x) dx + \right. \\
& \quad \left. + \int_{\tilde{B}} \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot (x + \alpha)^2\right) \cdot \delta(x-c) dx \right) = \\
& = \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{c_0}} \cdot \eta \cdot \left( \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot (1 - (\theta(c) - \theta(0))) + \right. \\
& \quad \left. + \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot (1 - (\theta(0) - \theta(-c))) \right) = \\
& = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta \cdot \left( \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) + \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \right)
\end{aligned}$$

Получается, что неравенство (А.55) преобразуется к следующему виду:

$$I_0 \geq \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta \cdot \left( \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) + \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \right) \quad (\text{А. 56})$$

Вместо равенства (А.48) запишем неравенство:

$$\begin{aligned}
W(t) \geq & \frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \cdot \\
& \cdot \left( \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot \left(-\partial\beta + \sqrt{2}\eta(d_1 + d_2 - d_3) \cdot \beta + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) - \right. \\
& \left. - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot \left(-\partial\alpha + \sqrt{2}\eta(d_1 + d_2 - d_3) \cdot \alpha - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) \right) \quad (\text{A.57})
\end{aligned}$$

Так как (2.32) является вероятностью (для вероятности важно, что её значение больше 0), то в (A.57) справа от знака неравенства нужно поставить модуль. Вместо равенства (2.30) запишем следующее неравенство:

$$\begin{aligned}
H_3(t_f|x_b) \geq & \frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \cdot \\
& \cdot \left| \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot \left(-\partial\beta + \sqrt{2}\eta(d_1 + d_2 - d_3) \cdot \beta + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) - \right. \\
& \left. - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot \left(-\partial\alpha + \sqrt{2}\eta(d_1 + d_2 - d_3) \cdot \alpha - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) \right| \quad (\text{A.58})
\end{aligned}$$

Обозначим:

$$\begin{aligned}
U(t|x_b) = & \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \beta^2\right) \cdot \left(-\partial\beta + \sqrt{2}\eta(d_1 + d_2 - d_3) \cdot \beta + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right) - \\
& - \exp\left(-\frac{\delta}{2} \cdot \alpha^2\right) \cdot \left(-\partial\alpha + \sqrt{2}\eta(d_1 + d_2 - d_3) \cdot \alpha - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2c_0}} \cdot \eta\right)
\end{aligned}$$

Получим следующее уравнение для нижней границы вероятности невыхода процесса за заданные границы в заданный промежуток времени с заданным значением в начальный момент времени:

$$P_*(t_f|x_b) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho_f^2)}} \int_0^{t_f} \left| W(t|x_b) - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{1-\rho_f^2}{1-\rho^2}} \cdot U(t|x_b) \right| dt \quad (\text{A.59})$$

## A.2. Численная аппроксимация уравнений мелкой воды

Выполнение метода конечных разностей можно разделить на 4 постепенных задачи: аппроксимация производных, построение сетки, формирование разностной

схемы, реализация краевых условий. Аппроксимация производных является основой метода конечных разностей и заключается в замене производных разностными отношениями. Первая частная производная может быть аппроксимирована следующим образом:

$$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial x} \approx \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Где  $h$  – шаг сетки. Через первую производную можно вычислить и вторую следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial x^2} &\approx \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f(x + h) - f(x)}{h} \right) = \frac{1}{h} \left( \frac{\partial f(x + h)}{\partial x} - \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right) \approx \\ &\approx \frac{1}{h} \left( \frac{f(x + h) - f(x)}{-h} - \frac{f(x) - f(x - h)}{-h} \right) = \frac{-f(x - h) + 2f(x) - f(x + h)}{h^2} \end{aligned}$$

Вторая задача – построение сетки. Область определения задачи делится на множество узлов, расположенных на регулярной или нерегулярной сетке. Регулярная сетка обычно предпочтительна из-за своей простоты, хотя нерегулярные сетки могут быть полезны для задач с переменным масштабом или сложной геометрией. После построения сетки необходимо выбрать подходящую разностную схему. Существует несколько типов разностных схем, включая явные и неявные схемы. Выбор схемы зависит от типа решаемой задачи и желаемых характеристик решения, таких как устойчивость и точность. Важным аспектом метода конечных разностей является корректная реализация краевых условий. Краевые условия определяют поведение решения на границах области и могут значительно повлиять на качество результата. Существуют различные типы краевых условий, такие как условия первого рода (задание значения функции), второго рода (задание производной) и третьего рода (комбинация предыдущих).

Система уравнений (2.41) может быть решена для акватории Обской губы только численно. Для этого необходимо составить конечно-разностную схему и получить систему алгебраических уравнений. Первый шаг: составить сетку, на которой будет построено решение. Разделим на равные промежутки промежуток времени  $[0, T]$  на  $K$  частей ( $K$  определим в дальнейшем), тогда время  $t$  принимает

следующие значения  $t_k = k \cdot \Delta t$ ,  $\Delta t = \frac{T}{K}$ . Далее построим сетку акватории, т.е. зададим  $(x_n, y_m)$ . Опишем вокруг периметра акватории прямоугольник, разделим его на прямоугольники меньше следующим образом: вдоль одной стороны делим на N частей, вдоль другой стороны делим на M частей; получается прямоугольная сетка. Далее оставим только те узлы сетки, попадающие внутрь области, границей которой является периметр акватории. Получившееся сетка будет характеризоваться шагом сетки:  $\Delta x = \frac{A}{N}$ ,  $\Delta y = \frac{B}{M}$ , A – длина одной стороны большого прямоугольника, B – длина другой стороны большого прямоугольника. Второй шаг: заменить производные на их аналоги – разностные значения – в каждом узле определённее ранее сетки:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial t} &= \frac{h(x_n, y_m, t_{k+1}) - h(x_n, y_m, t_k)}{\Delta t} \\ \frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial t} &= \frac{u_x(x_n, y_m, t_{k+1}) - u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta t} \\ \frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial t} &= \frac{u_y(x_n, y_m, t_{k+1}) - u_y(x_n, y_m, t_k)}{\Delta t} \\ \frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} &= \frac{h(x_{n+1}, y_m, t_k) - h(x_{n-1}, y_m, t_k)}{2\Delta x} \\ \frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} &= \frac{u_x(x_{n+1}, y_m, t_k) - u_x(x_{n-1}, y_m, t_k)}{2\Delta x} \\ \frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} &= \frac{u_y(x_{n+1}, y_m, t_k) - u_y(x_{n-1}, y_m, t_k)}{2\Delta x} \\ \frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{h(x_n, y_{m+1}, t_k) - h(x_n, y_{m-1}, t_k)}{2\Delta y} \\ \frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{u_x(x_n, y_{m+1}, t_k) - u_x(x_n, y_{m-1}, t_k)}{2\Delta y} \\ \frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{u_y(x_n, y_{m+1}, t_k) - u_y(x_n, y_{m-1}, t_k)}{2\Delta y} \\ \frac{\partial}{\partial x} ((H + h) \cdot u_x)(x_n, y_m, t_k) &= \frac{(H(x_{n+1}, y_m) + h(x_{n+1}, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_{n+1}, y_m, t_k)}{2\Delta x} - \\ &\quad - \frac{(H(x_{n-1}, y_m) + h(x_{n-1}, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_{n-1}, y_m, t_k)}{2\Delta x} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} ((H + h) \cdot u_x)(x_n, y_m, t_k) = \frac{(H(x_n, y_{m+1}) + h(x_n, y_{m+1}, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_{m+1}, t_k)}{2\Delta y} -$$

$$- \frac{(H(x_n, y_{m-1}) + h(x_n, y_{m-1}, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_{m-1}, t_k)}{2\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{-u_x(x_{n-1}, y_m, t_k) + 2u_x(x_n, y_m, t_k) - u_x(x_{n+1}, y_m, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = \frac{-u_x(x_n, y_{m-1}, t_k) + 2u_x(x_n, y_m, t_k) - u_x(x_n, y_{m+1}, t_k)}{\Delta y^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{-u_y(x_{n-1}, y_m, t_k) + 2u_y(x_n, y_m, t_k) - u_y(x_{n+1}, y_m, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} = \frac{-u_y(x_n, y_{m-1}, t_k) + 2u_y(x_n, y_m, t_k) - u_y(x_n, y_{m+1}, t_k)}{\Delta y^2}$$

На граничных узлах сетки, те узлы у которых справа, слева, сверху или снизу отсутствуют соседи, будет иной вид аппроксимации вторых производных:

Граница слева:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{-u_x(x_n, y_m, t_k) + 2u_x(x_{n+1}, y_m, t_k) - u_x(x_{n+2}, y_m, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{-u_y(x_n, y_m, t_k) + 2u_y(x_{n+1}, y_m, t_k) - u_y(x_{n+2}, y_m, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} = \frac{h(x_{n+1}, y_m, t_k) - h(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} = \frac{u_x(x_{n+1}, y_m, t_k) - u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} = \frac{u_y(x_{n+1}, y_m, t_k) - u_y(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} ((H + h) \cdot u_x)(x_n, y_m, t_k) = \frac{(H(x_{n+1}, y_m) + h(x_{n+1}, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_{n+1}, y_m, t_k)}{\Delta x} -$$

$$- \frac{(H(x_n, y_m) + h(x_n, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x}$$

Граница справа:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{-u_x(x_{n-2}, y_m, t_k) + 2u_x(x_{n-1}, y_m, t_k) - u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{-u_y(x_{n-2}, y_m, t_k) + 2u_y(x_{n-1}, y_m, t_k) - u_y(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} &= \frac{h(x_n, y_m, t_k) - h(x_{n-1}, y_m, t_k)}{\Delta x} \\ \frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} &= \frac{u_x(x_n, y_m, t_k) - u_x(x_{n-1}, y_m, t_k)}{\Delta x} \\ \frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial x} &= \frac{u_y(x_n, y_m, t_k) - u_y(x_{n-1}, y_m, t_k)}{\Delta x} \\ \frac{\partial}{\partial x} ((H + h) \cdot u_x)(x_n, y_m, t_k) &= \frac{(H(x_n, y_m) + h(x_n, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta x} - \\ &\quad - \frac{(H(x_{n-1}, y_m) + h(x_{n-1}, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_{n-1}, y_m, t_k)}{\Delta x}\end{aligned}$$

Граница сверху:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} &= \frac{-u_x(x_n, y_{m-2}, t_k) + 2u_x(x_n, y_{m-1}, t_k) - u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y^2} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} &= \frac{-u_y(x_n, y_{m-2}, t_k) + 2u_y(x_n, y_{m-1}, t_k) - u_y(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y^2} \\ \frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{h(x_n, y_m, t_k) - h(x_n, y_{m-1}, t_k)}{\Delta y} \\ \frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{u_x(x_n, y_m, t_k) - u_x(x_n, y_{m-1}, t_k)}{\Delta y} \\ \frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{u_y(x_n, y_m, t_k) - u_y(x_n, y_{m-1}, t_k)}{\Delta y} \\ \frac{\partial}{\partial y} ((H + h) \cdot u_x)(x_n, y_m, t_k) &= \frac{(H(x_n, y_m) + h(x_n, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y} - \\ &\quad - \frac{(H(x_n, y_{m-1}) + h(x_n, y_{m-1}, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_{m-1}, t_k)}{\Delta y}\end{aligned}$$

Граница снизу:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} &= \frac{-u_x(x_n, y_m, t_k) + 2u_x(x_n, y_{m+1}, t_k) - u_x(x_n, y_{m+2}, t_k)}{\Delta y^2} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} &= \frac{-u_y(x_n, y_m, t_k) + 2u_y(x_n, y_{m+1}, t_k) - u_y(x_n, y_{m+2}, t_k)}{\Delta y^2} \\ \frac{\partial h(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{h(x_n, y_{m+1}, t_k) - h(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y} \\ \frac{\partial u_x(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} &= \frac{u_x(x_n, y_{m+1}, t_k) - u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial u_y(x_n, y_m, t_k)}{\partial y} = \frac{u_y(x_n, y_{m+1}, t_k) - u_y(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} ((H + h) \cdot u_x)(x_n, y_m, t_k) = \frac{(H(x_n, y_{m+1}) + h(x_n, y_{m+1}, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_{m+1}, t_k)}{\Delta y} -$$

$$- \frac{(H(x_n, y_m) + h(x_n, y_m, t_k)) \cdot u_x(x_n, y_m, t_k)}{\Delta y}$$

Финальный шаг составить уравнения для численного решения уравнения (2.41), используя полученные разностные аппроксимации производных. Введём следующие обозначения:  $h(x_n, y_m, t_k) = h_{n,m}^{(k)}$ ,  $H(x_n, y_m) = H_{n,m}$ ,  $u_x(x_n, y_m, t_k) = u_{n,m}^{(k)}$ ,  $u_y(x_n, y_m, t_k) = v_{n,m}^{(k)}$ ,  $f(x_n, y_m) = f_{n,m}$ ,  $\tau_{sx}(x_n, y_m, t_k) = s_{n,m}^{(x,k)}$ ,  $\tau_{sy}(x_n, y_m, t_k) = s_{n,m}^{(y,k)}$ ,  $\tau_{bx}(x_n, y_m, t_k) = b_{n,m}^{(x,k)}$ ,  $\tau_{by}(x_n, y_m, t_k) = b_{n,m}^{(y,k)}$ . Получим следующую систему:

$$\frac{h_{n,m}^{(k+1)} - h_{n,m}^{(k)}}{\Delta t} + \frac{(H_{n+1,m} + h_{n+1,m}^{(k)})}{2\Delta x} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} - \frac{(H_{n-1,m} + h_{n-1,m}^{(k)})}{2\Delta x} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} +$$

$$+ \frac{(H_{n,m+1} + h_{n,m+1}^{(k)})}{2\Delta y} \cdot v_{n,m+1}^{(k)} - \frac{(H_{n,m-1} + h_{n,m-1}^{(k)})}{2\Delta y} \cdot v_{n,m-1}^{(k)} = 0$$

$$\frac{u_{n,m}^{(k+1)} - u_{n,m}^{(k)}}{\Delta t} + \frac{1}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} - \frac{1}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} + \frac{1}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} -$$

$$- \frac{1}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} - f_{n,m} \cdot v_{n,m}^{(k)} = -g \frac{1}{2\Delta x} \cdot h_{n+1,m}^{(k)} + g \frac{1}{2\Delta x} \cdot h_{n-1,m}^{(k)} -$$

$$- \frac{\nu}{\Delta x^2} \cdot u_{n-1,m}^{(k)} + \frac{2 \cdot \nu}{\Delta x^2} \cdot u_{n,m}^{(k)} - \frac{\nu}{\Delta x^2} \cdot u_{n+1,m}^{(k)} - \frac{\nu}{\Delta y^2} \cdot u_{n,m-1}^{(k)} + \frac{2 \cdot \nu}{\Delta y^2} \cdot u_{n,m}^{(k)} -$$

$$- \frac{\nu}{\Delta y^2} \cdot u_{n,m+1}^{(k)} + \frac{s_{n,m}^{(x,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}} - \frac{b_{n,m}^{(x,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}}$$

$$\frac{v_{n,m}^{(k+1)} - v_{n,m}^{(k)}}{\Delta t} + \frac{1}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n+1,m}^{(k)} - \frac{1}{2\Delta x} \cdot u_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n-1,m}^{(k)} + \frac{1}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n+1,m}^{(k)} -$$

$$- \frac{1}{2\Delta y} \cdot v_{n,m}^{(k)} \cdot v_{n-1,m}^{(k)} - f_{n,m} \cdot u_{n,m}^{(k)} = -g \frac{1}{2\Delta y} \cdot h_{n+1,m}^{(k)} + g \frac{1}{2\Delta y} \cdot h_{n-1,m}^{(k)} -$$

$$- \frac{\nu}{\Delta x^2} \cdot v_{n-1,m}^{(k)} + \frac{2 \cdot \nu}{\Delta x^2} \cdot v_{n,m}^{(k)} - \frac{\nu}{\Delta x^2} \cdot v_{n+1,m}^{(k)} - \frac{\nu}{\Delta y^2} \cdot v_{n,m-1}^{(k)} + \frac{2 \cdot \nu}{\Delta y^2} \cdot v_{n,m}^{(k)} -$$

$$- \frac{\nu}{\Delta y^2} \cdot v_{n,m+1}^{(k)} + \frac{s_{n,m}^{(y,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}} - \frac{b_{n,m}^{(y,k)}}{H_{n,m} + h_{n,m}^{(k)}}$$

Изменим немного систему, слева оставим всё, что содержит  $(k+1)$ , в правую часть перенесём всё, что содержит  $(k)$ , и до множим на  $\Delta t$ .

## **Приложение Б Детализированная описание расчётов волновых рисков для акватории Обской губы**

Для проверки работоспособности методик разберём создание РАС для акватории Обской губы, которая является частью арктической зоны. Сложность создания систем состоит в том, что существует недостаток данных об уровне водной поверхности. Имеется нехватка как временных данных, так и данных для разных географических точек. Поэтому предложенная методика хорошо подойдёт для разработки системы РАС в рассматриваемой акватории.

### **Б.1. Оценка краткосрочных георисков в акватории Обской губы**

Разберём первую методику на примере акватории Обской губы в точке Сеяха, географические координаты которой (широта, долгота) = (70,2; 72,6). Данная методика создана для суточного интервала [0 ч., 24 ч.] измерений. На рис.Б.1 представлен космоснимок района Обской губы с отмеченной на нём точкой Сеяха.

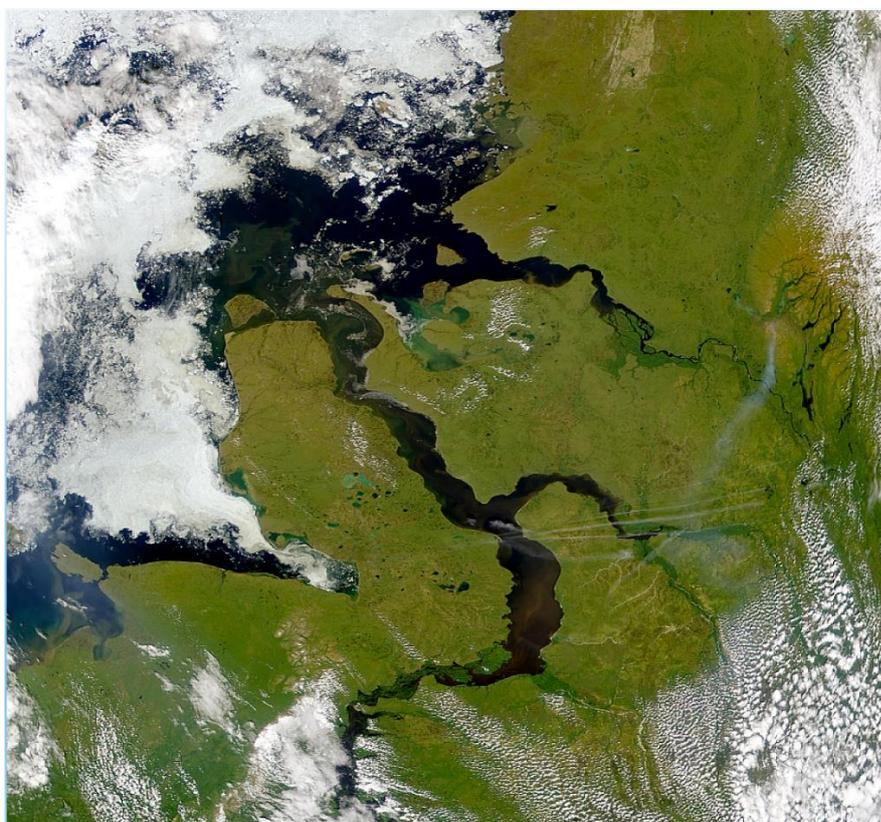


Рис. Б.1. Космоснимок района Обской губы с отмеченным п. Сеяха.

На начальном этапе необходимо получить и подготовить данные. Данные берутся из открытых источников. В имеющихся данных измерения уровня воды акватории ОГ от ординара проводились 3, 4 раза в сутки в течение года. Нормируем данные уровня водной поверхности на 1 м, данные времени на часы в сутках. Размещаем полученные данные в базе данных.

На следующем этапе разделим сутки (от 00:00 часов до 23:59) на  $M = 12$  частей по два часа ( $\Delta t = 2$ ). Для каждого промежутка времени из набора наблюдаемых данных выбирались достоверные значения и составлена гистограмма (рис. Б.2).

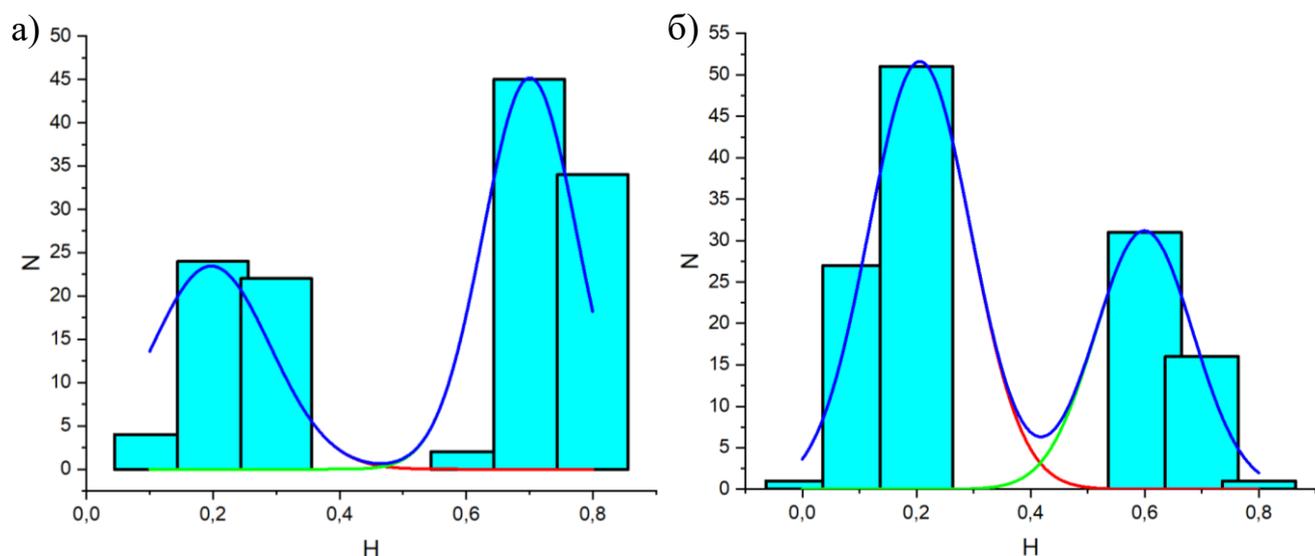


Рис. Б.2. Статистика наблюдений по уровню за сутки: а) гистограммы уровня воды для промежутка времени [0; 2] часов. б) гистограммы уровня воды для промежутка времени [6; 8] часов. Сплошной синей линией изображено ненормированное распределение, заданное как два гауссовских пика (красная и зелёная кривые).  $H$  – ординар (м),  $N$  – частота

Из гистограмм рис.Б.2 а) и рис.Б.2 б) видно, что можно выделить два пика. Из установленного натурными наблюдениями приливо-отливного режима Обской губы правый пик соответствует приливу, левый соответствует отливу. Разделим гистограммы на две составляющие следующим образом. Из данных находим, что

максимальное значение уровня воды не превышает 1 метра, минимальное значение уровня воды не меньше 0 метров. Установим переходный уровень равным 0,5 метров. Будем считать, что все значения уровня воды, которые ниже переходного уровня, относятся к отливу (получаемые далее значения обозначаются индексом 1), а значения выше переходного уровня – приливом (получаемые далее значения обозначаются индексом 2).

Следующий этап – статистическая обработка данных. Данный этап включает в себя расчёт математического ожидания для каждого промежутка времени и каждого процесса, расчёт дисперсии для каждого промежутка времени и каждого процесса, расчёт автокорреляционной функции для каждого процесса. Рассчитанные мат ожидание и дисперсия представлены в таблице Б.1 (2 и 3 колонки для отлива, 4 и 5 колонки для прилива). В 6 и 7 колонках приведены значения вероятности прилива или отлива в зависимости от времени, которые получаются аппроксимацией функцией (3.4) гистограмм, созданных на прошлом этапе. В колонках 7 и 8 представлено математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение для общего процесса изменения уровня водной поверхности.

Таблица Б.1

### Параметры распределения

t, часов	$\mu_1$ , м	$\sigma_1$ , м	$\mu_2$ , м	$\sigma_2$ , м	$B_1$	$B_2$	$\mu$ , м	$\sigma$ , м
0; 2	0,1973	0,1865	0,7007	0,1474	0,397	0,603	0,50085	0,295929
2; 4	0,2969	0,1712	0,7043	0,1577	0,407	0,593	0,538488	0,25833
4; 6	0,1983	0,1492	0,7091	0,1201	0,476	0,524	0,465959	0,288502
6; 8	0,2058	0,1786	0,5993	0,1706	0,634	0,366	0,349821	0,258468
8; 10	0,1707	0,1949	0,5947	0,1745	0,615	0,385	0,33394	0,27866
10; 12	0,1942	0,1122	0,6995	0,1135	0,52	0,479	0,436045	0,27625
12; 14	0,3016	0,2215	0,7095	0,2063	0,416	0,584	0,539814	0,292722
14; 16	0,3052	0,1179	0,7258	0,1939	0,298	0,702	0,600461	0,259891
16; 18	0,2063	0,1629	0,7062	0,1127	0,466	0,534	0,473247	0,285192

18; 20	0,1865	0,1144	0,6183	0,1976	0,506	0,494	0,399809	0,26929
20; 22	0,1222	0,1523	0,6193	0,1195	0,667	0,333	0,287734	0,274066
22; 24	0,1821	0,1083	0,6744	0,0993	0,545	0,455	0,406097	0,266417

На рис.Б.3 отображены изменения статистические характеристики прилива и отлива в зависимости от времени. Из рис.Б.3 а) видно, что среднее значения прилива больше, чем среднее значение отлива. Из рис.Б.3 б) видно, что среднеквадратичное отклонение прилива и отлива практически одинаковые.

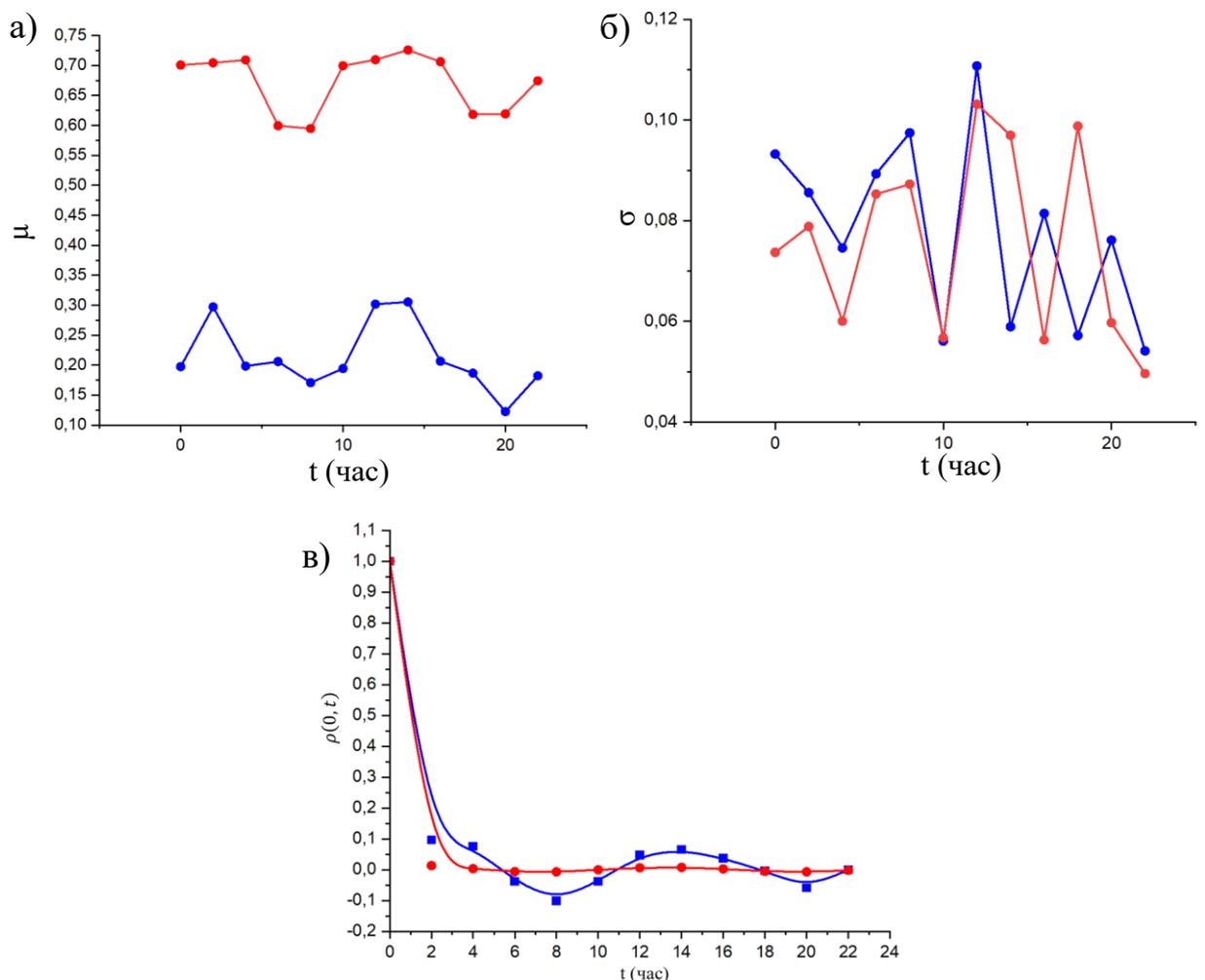


Рис.Б.3. а) Среднее значение прилива и отлива в зависимости от времени (линейная интерполяция). б) Среднеквадратичное отклонение прилива и отлива в зависимости от времени (линейная интерполяция). в) Автокорреляционная функция  $\rho(0, t)$  прилива и отлива в зависимости от времени (интерполяция бета-сплайном). Красные кривые – прилив, синие кривые – отлив

На рис.Б.3 в) изображена автокорреляционная функция  $\rho(t_0, t)$  ( $t_0$  – начальный момент времени,  $t$  – данный момент времени) прилива и отлива в зависимости от времени. Видно, что автокорреляционная функция отлива при  $t \geq 2$  часов близка к нулевому значению, автокорреляционная функция при  $t \geq 2$  часов по модулю не превышает значения 0,1. На рис.Б.4 представлены результаты расчёта коэффициента автокорреляции  $\rho(t_0, t)$  для полного процесса изменения уровня. Из рисунка видно, что автокорреляционная функция при  $t \geq 2$  часов по модулю не превышает значения 0,2. Гипотеза о малости автокорреляционной функции верна.

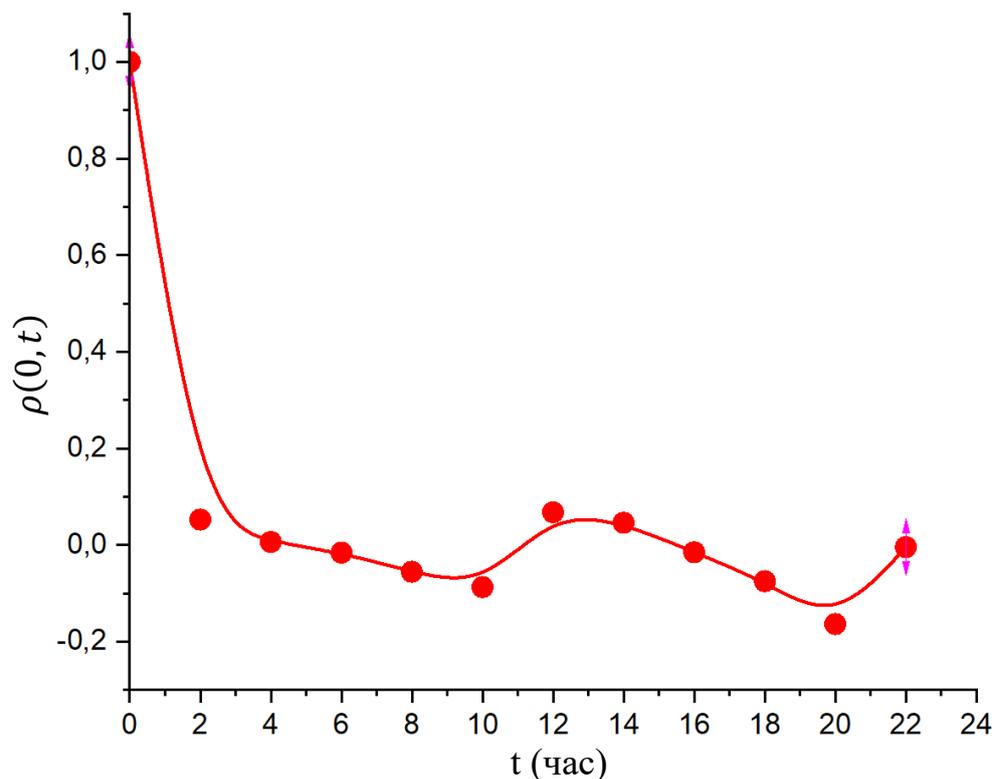


Рис.Б.4. Коэффициент автокорреляции  $\rho(0, t)$ , сплошной линией показана экстраполяция В-сплайном

Выявим есть ли зависимость уровня воды от времени для отлива и прилива отдельно. Для этого нужно определить стационарность или не стационарность

математического ожидания и дисперсии. Для проверки на стационарность возьмём доверительный интервал равный 0,9, найдём, что коэффициент стационарности для прилива и отлива равен соответственно:  $W_1 = 0,77$ ,  $W_2 = 0,79$ . Если рассматривать процессы прилива и отлива по отдельности, то эти процессы можно считать стационарными. Поэтому для упрощения дальнейших расчётов возьмём математическое ожидание ( $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ) и среднеквадратическое отклонение ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) для прилива и отлива, как средние значения по времени, тогда  $\mu_1 = 0,213925$ ,  $\mu_2 = 0,671758$ ,  $\sigma_1 = 0,077913$ ,  $\sigma_2 = 0,075546$ . Рассмотрим на стационарность совместный процесс прилива и отлива. Возьмём доверительный интервал равный 0,9, найдём, что коэффициент стационарности  $W = 0,53$ .

Следующий этап проверка на нормальность каждого процесса с помощью критерия хи-квадрат. Возьмём уровень значимости  $\alpha = 0,05$ , получаем для всех промежутков времени, что расчётное значение  $p_1 \sim 0,09$  и  $p_2 \sim 0,08$ . Поэтому гипотеза о нормальности распределений справедлива для всех интервалов времён и обоих процессов.

Следующий этап расчёт георисков. Сначала задаётся промежуток уровня водной поверхности, для которого производится расчёт геориска. Возьмём промежуток  $[0,6; +\infty]$ ,  $+\infty$  берётся условно, как аналог числа, который будет намного больше максимального достигаемого уровня водной поверхности. На рис.Б.5 изображена вероятность, что уровень водной поверхности в момент времени  $t$  будет находиться в промежутке  $[0,6; +\infty]$ , т.е. геориск – вероятность, что уровень водной поверхности будет вне промежутка  $[-\infty; 0,6]$ . Найдём вероятное время выхода уровня воды за границы заданного промежутка – среднее время, в течение которого уровень водной поверхности будет выше 0,6 м. Для заданного промежутка высот  $[0,6; +\infty]$  вероятное время выхода уровня водной поверхности  $T_{\text{вых}} = 11,42$  часов.

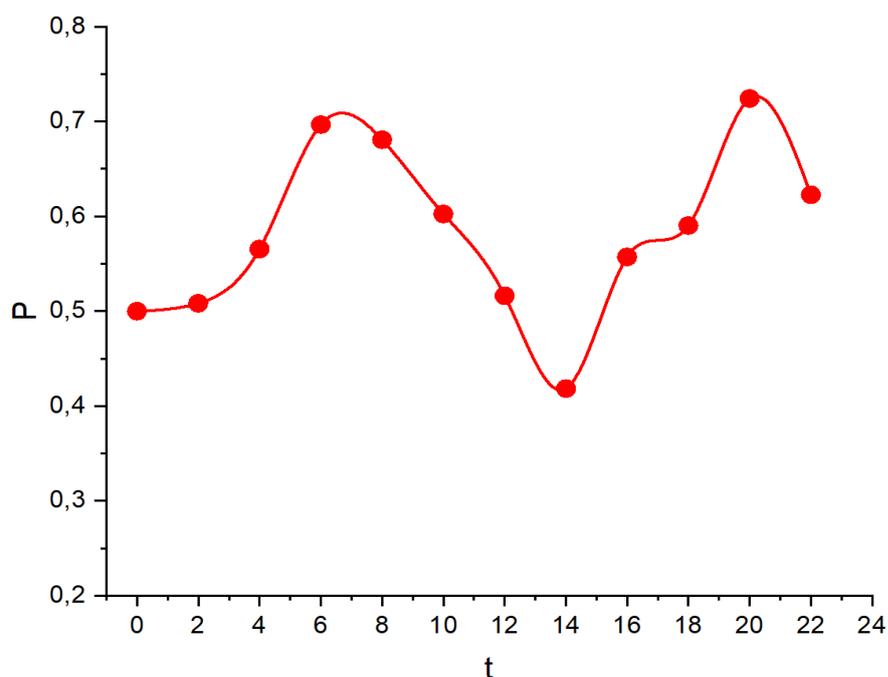


Рис.Б.5. Зависимость риска выхода уровня воды за границы промежутка  $[0,6; +\infty]$  от времени  $t$ . Сплошной кривой изображена кубическая сплайн интерполяция.

Прилив и отлив оказываются стационарными процессами при раздельном их рассмотрении, однако при совместном рассмотрении прилива и отлива процесс изменения уровня моря оказывается нестационарным. При этом риск не будет зависеть от уровня в начальный момент времени, т. е. от начальных условий, а будет зависеть только от заданного момента времени.

## **Б.2. Оценка долгосрочных георисков в акватории Обской губы**

Разберём вторую методику на примере акватории Обской губы в 8 следующих точках: Сеяха ((широта, долгота) = (70,2; 72,6)), Новый порт (67,683; 72,883), Ямбург (67,9; 74,8), Тамбей (71,5; 71,83), Тадибе-Яха (70,37; 74,13), Мыс Каменный (68,5; 73,583), им.60 лет ВЛКСМ (71,97; 74,3), Антипаюта (69,1; 76,9). На рис.Б.6 представлен космоснимок с отмеченным на нём точками.

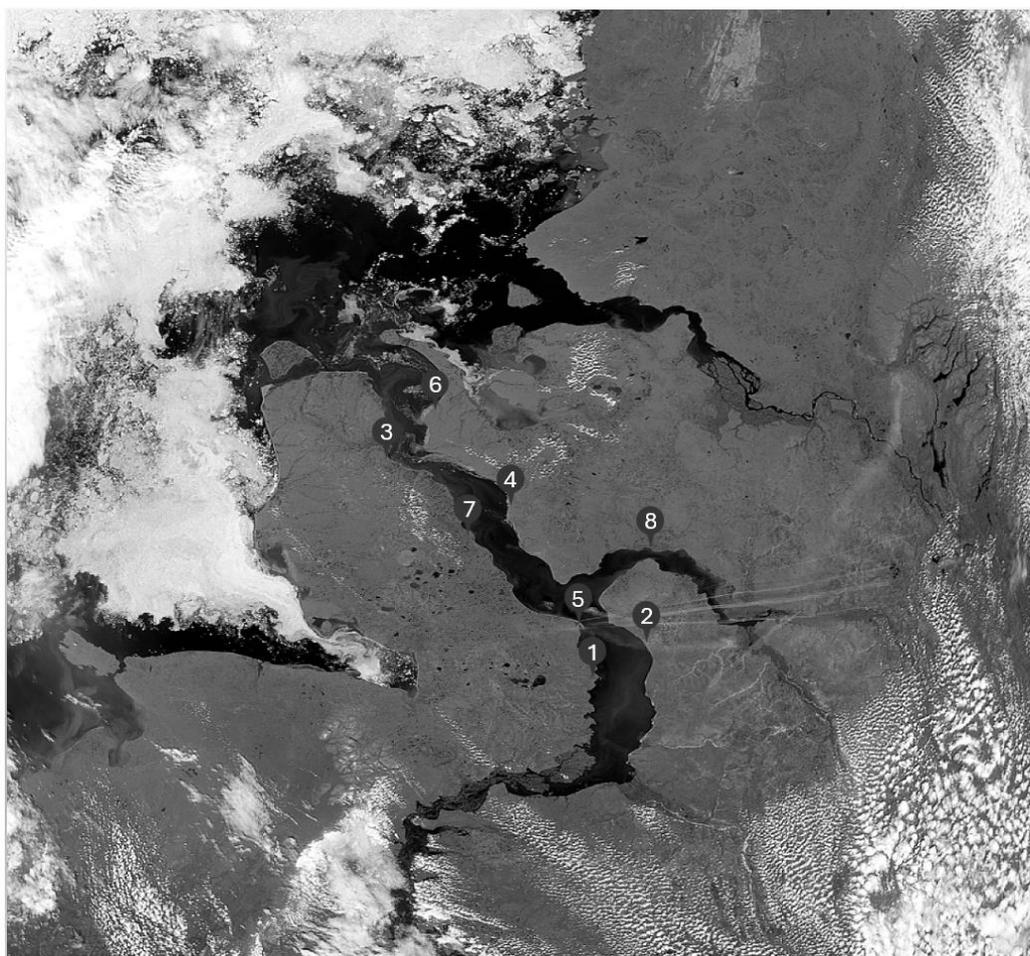


Рис.Б.6. Космоснимок района Обской губы. 1 – Новый порт, 2 – Ямбург, 3 – Тамбей, 4 – Тадибе-Яха, 5 – Мыс Каменный, 6 – им.60 лет ВЛКСМ, 7 – Сеяха, 8 – Антипаюта.

На начальном этапе нужно собрать статистику об уровне моря за несколько лет. В имеющихся данных измерения уровня воды акватории ОГ от ординара проводились раз в месяц выдавались три значения максимальное, минимальное и среднее значения уровня воды. Измерения проводились на протяжении нескольких лет в разных точках Обской губы. Нормируем данные уровня водной поверхности на 1 м, данные времени – на часы в сутках. Размещаем полученные данные в базе данных. На основе этих данных строилась следующая статистика. Год делился на двенадцать интервалов, каждый интервал приравнивается к соответствующему месяцу ( $M = 12$ ,  $\Delta t = 1$  месяц). Для каждого временного отрезка выбирались

достоверные значения из набора наблюдаемых данных, и строилась гистограмма. Пример гистограммы приведён на рис.Б.7.

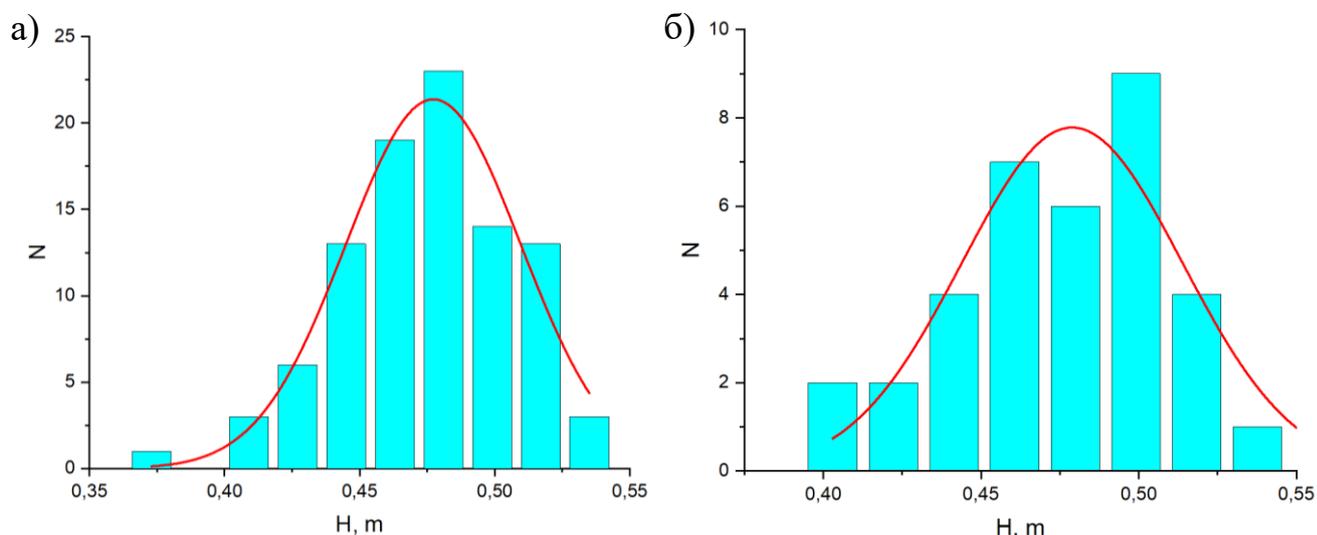


Рис.Б.7. Статистика наблюдений по уровню за сутки: а) гистограммы уровня для точки Новый порт в 12 месяце. б) гистограммы уровня для точки Тадибе-Яха в 4 месяце. Сплошной синей линией изображено ненормированное распределение, заданное как гауссовский пик (красная кривая).  $H$  – уровень от ординара,  $N$  – частота.

Следующий этап расчёт статистических параметров, который включает в себя расчёт математического ожидания ( $\mu_i$ ), среднеквадратического отклонения ( $\sigma_i$ ), автокорреляционной функции. В таблице Б.2 приведены данные статистических параметров  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$  для различных промежутков времени, которые будут использованы для дальнейших расчётов.

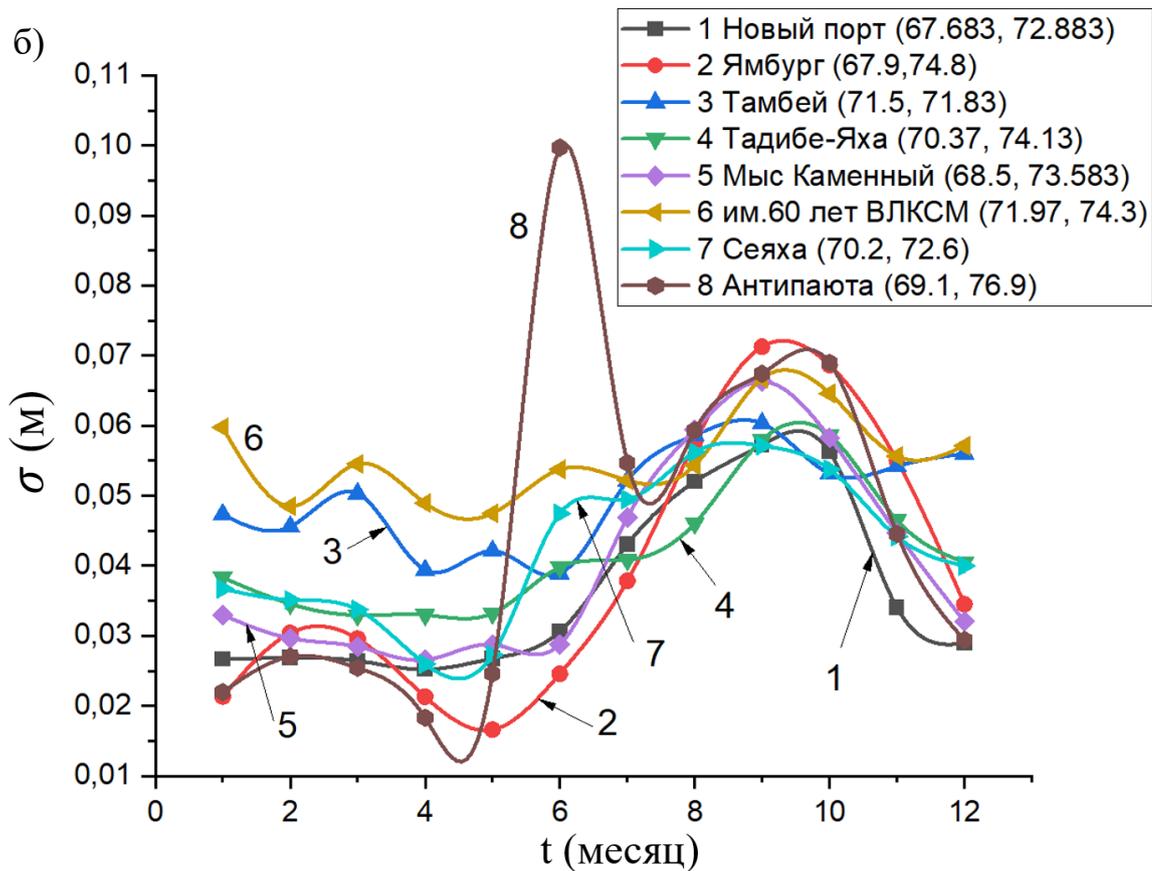
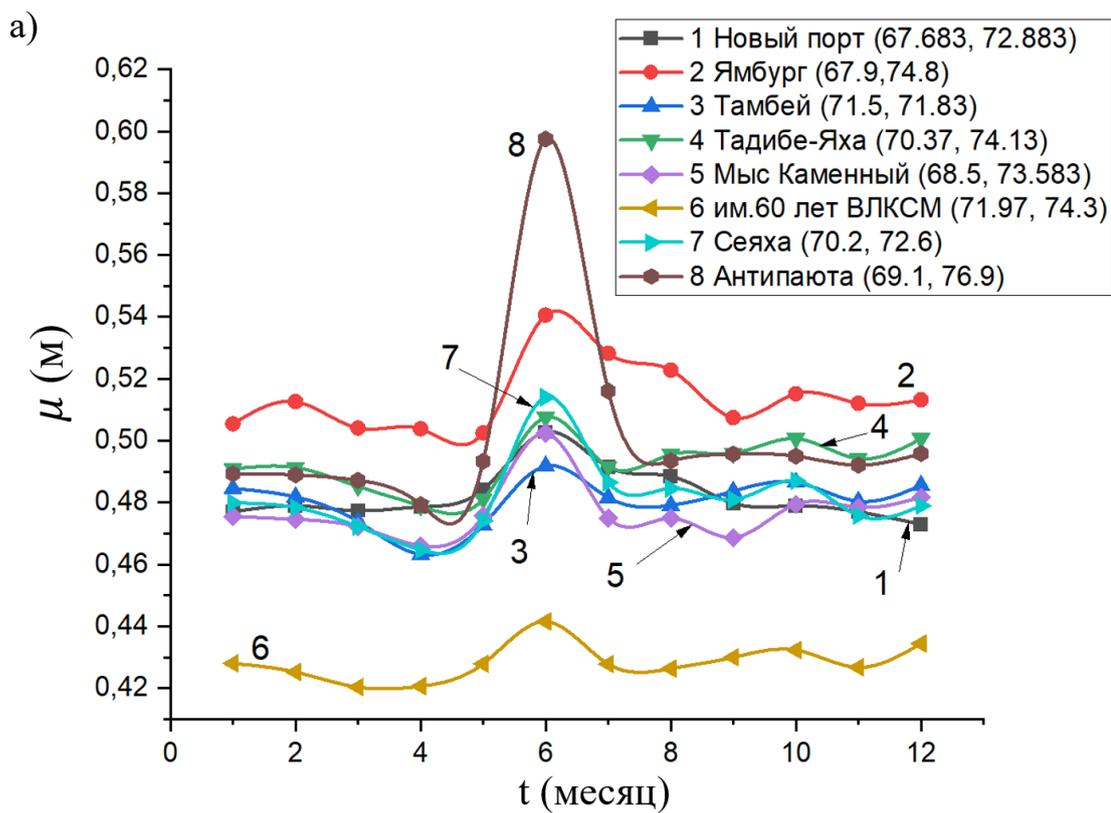
Таблица Б.2

### Параметры распределения

t, месяц	Новый порт		Ямбург		Тамбей		Тадибе-Яха	
	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\mu_i$	$\sigma_i$
1	0,4770	0,0266	0,5054	0,0213	0,4845	0,0473	0,4909	0,0383
2	0,4790	0,0269	0,5126	0,0304	0,4818	0,0456	0,4913	0,0346
3	0,4774	0,0264	0,5041	0,0296	0,4739	0,0503	0,4852	0,0329

4	0,4786	0,0252	0,5038	0,0213	0,4632	0,0394	0,4789	0,0330
5	0,4842	0,0268	0,5025	0,0166	0,4728	0,0421	0,4811	0,0332
6	0,5028	0,0306	0,5406	0,0246	0,4918	0,0389	0,5075	0,0398
7	0,4915	0,0431	0,5282	0,0378	0,4816	0,0521	0,4916	0,0408
8	0,4886	0,0520	0,5229	0,0576	0,4791	0,0586	0,4956	0,0460
9	0,4798	0,0573	0,5075	0,0713	0,4837	0,0603	0,4959	0,0579
10	0,4790	0,0562	0,5152	0,0686	0,4865	0,0532	0,5007	0,0586
11	0,4770	0,0340	0,5121	0,0550	0,4804	0,0542	0,4942	0,0465
12	0,4730	0,0289	0,5132	0,0345	0,4856	0,0560	0,5007	0,0405
t, месяц	Мыс Каменный		им.60 лет ВЛКСМ		Сеяха		Антипаюта	
	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\mu_i$	$\sigma_i$
1	0,4756	0,0330	0,4280	0,0597	0,4799	0,0367	0,4894	0,0220
2	0,4746	0,0296	0,4252	0,0485	0,4784	0,0351	0,4889	0,0270
3	0,4721	0,0284	0,4203	0,0545	0,4722	0,0337	0,4872	0,0254
4	0,4660	0,0265	0,4207	0,0489	0,4647	0,0260	0,4793	0,0183
5	0,4756	0,0288	0,4279	0,0475	0,4741	0,0273	0,4934	0,0246
6	0,5025	0,0288	0,4416	0,0537	0,5141	0,0474	0,5975	0,0997
7	0,4750	0,0469	0,4278	0,0522	0,4865	0,0495	0,5161	0,0547
8	0,4749	0,0594	0,4264	0,0543	0,4846	0,0562	0,4935	0,0593
9	0,4687	0,0663	0,4300	0,0667	0,4809	0,0571	0,4957	0,0674
10	0,4795	0,0583	0,4323	0,0646	0,4871	0,0538	0,4951	0,0690
11	0,4785	0,0447	0,4267	0,0556	0,4758	0,0442	0,4921	0,0445
12	0,4818	0,0320	0,4344	0,0571	0,4790	0,0400	0,4958	0,0294

Для более точного анализа визуализируем полученные значения. На рис.Б.8 отображены временные зависимости статистических характеристик  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$  и  $\rho(t_0, t)$  для разных точек ОГ. На рис.Б.8 а) изображены математические ожидания уровня для разных географических точек. На всех кривых с 5 по 7 месяц наблюдается видимый рост и падение, в 6 месяце математическое ожидание достигает своего максимума. Особенно ярко выражен этот эффект в точке Антипаюта. Такие пики мы связываем с таянием льдов в ОГ, т.к. начало активного таяния до полного очищения залива ото льда с мая по июль.



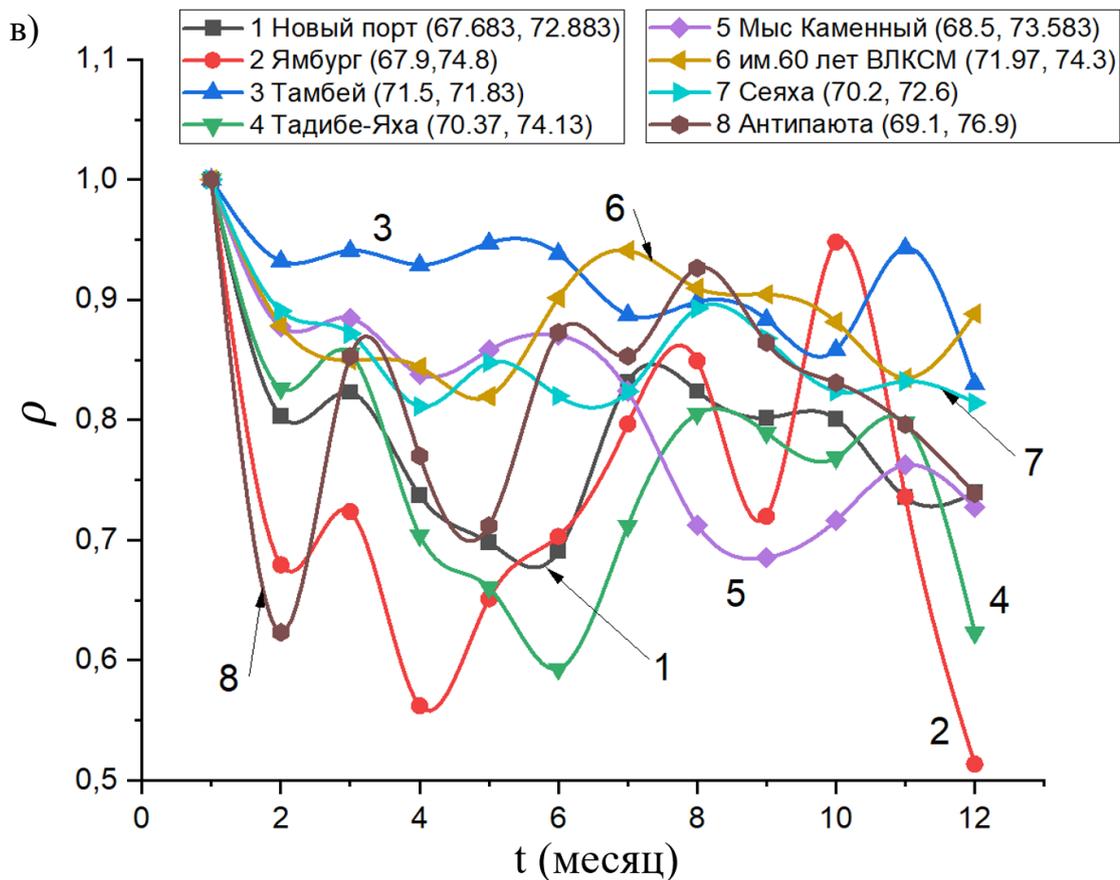


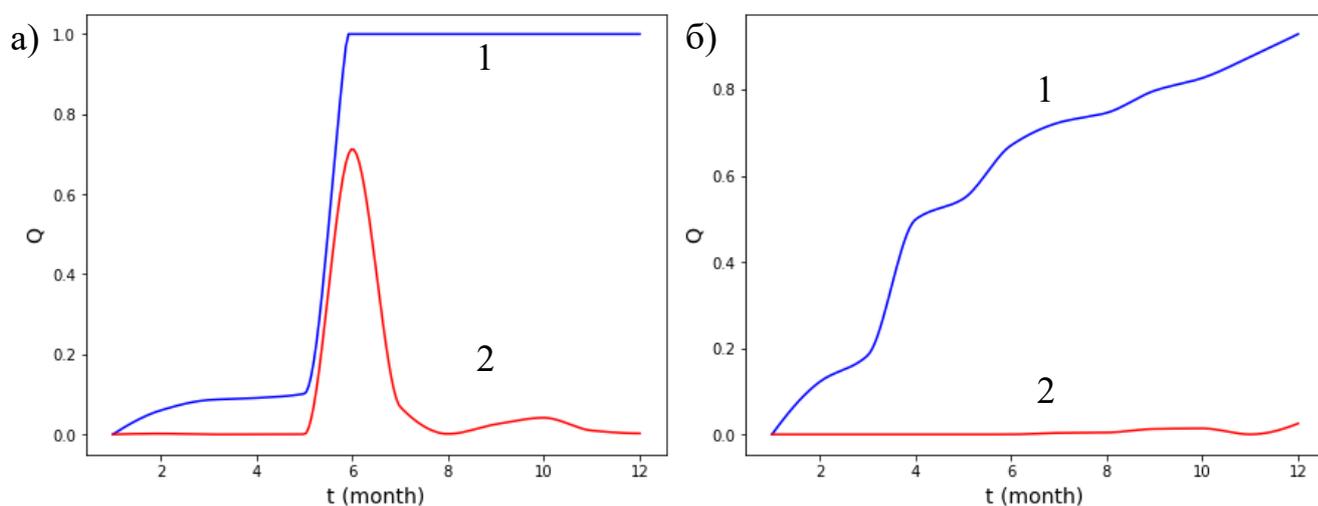
Рис.Б.8. а) Среднее значение уровня в зависимости от времени. б) Среднеквадратичное отклонение уровня в зависимости от времени. в) Автокорреляционная функция  $\rho(t_0, t)$  прилива и отлива в зависимости от времени. Кривыми разного цвета отображены разные геоточки (легенда изображена на рисунках). Точками представлены рассчитанные данные, сплошные кривые – кубическая сплайн интерполяция.

На рис.Б.8 б) кривыми представлено среднеквадратичное отклонение уровня в зависимости от времени. На всех кривых можно выделить пик с 6 по 12 месяц, достигающий своего максимума примерно между 9 и 10 месяцем. Также в точке Антипаюта наблюдается пик с 5 по 7 месяц с максимумом в 6 месяце.

На рис.Б.8 в) изображена автокорреляционная функция  $\rho(t_0, t)$  ( $t_0 = 1$  – начальный момент времени,  $t$  – данный момент времени) в зависимости от времени. Из рисунка видно, что автокорреляционная функция почти во всех временных точках для разных географических точек превышает 0,7. Так же стоит отметить,

что в точке Тамбей автокорреляционная функция не принимает значений ниже 0,8. Из выше сказанного можно считать, что предположение о сильной автокоррелированности системы верно.

Следующий этап – расчёт георисков. Задаются начальные условия: начальное время и значение уровня водной поверхности в начальный момент времени. Задаётся интервал уровня водной поверхности, на котором рассчитывается риск. Примеры рассчитанных вероятностей приведены на рис.Б.9. На рис.Б.9 а) изображён геориск для точки Антипаюта, имеется резкий рост в районе 5 месяца с ростом вероятности до 1. Следует отметить, что в том же месяце наблюдается рост математического ожидания для данной точки. На рис.Б.9 а) и рис.Б.9 б) изображены геориски для одинаковых интервалов и одинаковых начальных значений, но для разных географических точек. В обоих случаях наблюдается рост вероятности, но характер роста разный. На рис.Б.9 б) и рис.Б.9 в) изображены геориски для одинаковых интервалов и одной и той же географической точке, но для разных начальных значений. Можно заключить, что при уменьшении начального значения уменьшаются значения геориска. На рис.Б.9 в) и рис.Б.9 г) изображены геориски для одинаковых начальных значений и одной и той же географической точке, но для разных интервалов. Видно, что уменьшение верхней границы интервала приводит к увеличению условной вероятности выхода за заданные границы.



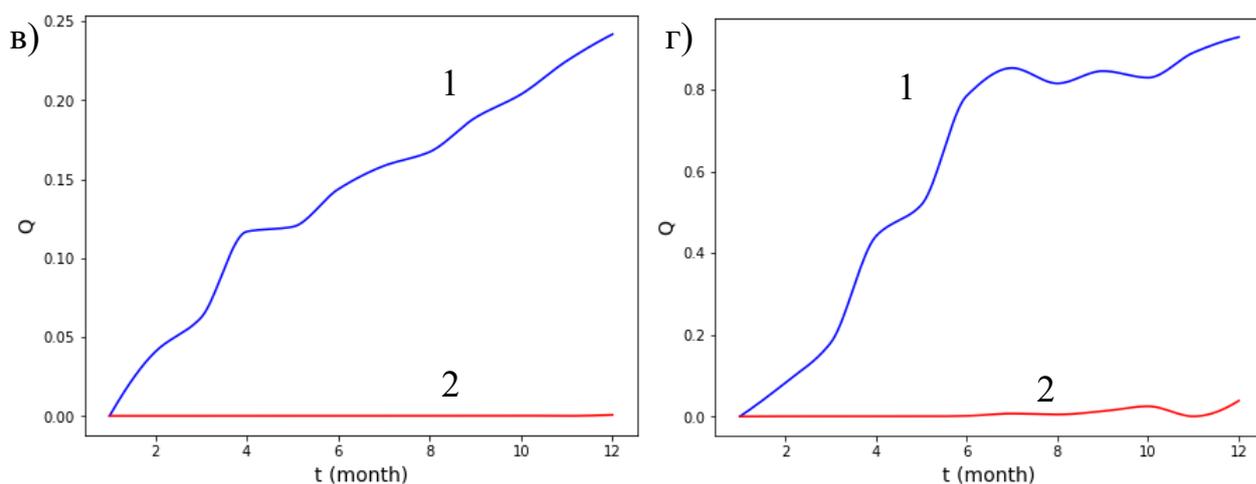


Рис.Б.9. Зависимость геориска выхода уровня воды за границы промежутка от времени  $t$  при заданном начальном условии  $x_0$  для разных точек. Кривая 1 - верхняя граница оценки геориска  $Q^*(t_f|x_b)$ , кривая 2 – нижняя граница оценки геориска  $Q_*(t_f|x_b)$ . а) Точка Антипаюта, интервал  $[0; 0,545]$ ,  $x_b = 0,483$ . б) Точка Тамбей, интервал  $[0; 0,545]$ ,  $x_b = 0,483$ . в) Точка Тамбей, интервал  $[0; 0,545]$ ,  $x_b = 0,443$  в) Точка Тамбей, интервал  $[0; 0,500]$ ,  $x_b = 0,443$

Изменение уровня водной поверхности в разных точках Обской губы не являются стационарным. Как было показано выше, в каждой географической точке имеется сильная корреляционная зависимость от месяца. Была подобрана модель расчёта геориска на основе данных статистических значений. Геориск будет зависеть от времени, от заданного интервала уровня и от начального значения.

Последним этапом является формирование баз данных, которые включают в себя информацию о заданных параметрах, о географических точках (широта, долгота), о временных точках, о георисках в каждой географической точке и каждой временной точке.

### Б.3. Оценка георисков для всего пространства акватории Обской губы

В акватории ОГ измерения параметров уровня водной поверхности проводятся всего в несколько их точках. Поэтому количество данных будет недостаточно для построения распределения состояния рисков во всей акватории ОГ.

Сначала необходимо собрать данные. Данные уровня водной поверхности берутся те же, что и в пункте Б.2. Модель рельефа дна Обской губы представлен на рис.Б.10. Видно, что максимальная глубина Обской губы порядка 30 метров в северной части, максимальная глубина на юге порядка 10 метров. Распределение ветров в обской губе для зимнего периода времени представлена на рис.Б.11. Акватория Обской губы характеризуется специфическими ветровыми режимами, которые зависят от сезонов года. Летом преобладают слабые юго-западные и западные ветры. Средняя скорость ветра составляет около 2-4 м/с. Часто наблюдаются штили и слабое волнение моря. Температура воздуха высокая, море прогревается хорошо, создавая комфортные условия для судоходства и рыболовства. Осенью усиливается влияние циклонической активности Арктики, что приводит к увеличению скорости ветра. Преобладающими становятся северо-восточные и восточные ветры средней скоростью 5-8 м/с, иногда достигающие штормовых значений (более 15 м/с). Это связано с приходящими атлантическими циклонами и усилением арктического антициклона. Зимой ветровой режим наиболее суровый. Основной ветер направлен с севера и северо-запада, формируемый влиянием сибирского антициклона. Скорость ветра значительно возрастает и достигает 8-12 м/с, нередко переходя в сильные штормы (до 20 м/с) с продолжительными периодами устойчивого северного направления. Зимняя погода характеризуется низкой температурой воздуха, сильными морозами и снегопадами. Весной наблюдается постепенное ослабление зимнего режима и смена направлений ветра. Ветра становятся менее устойчивыми, часто меняя направление и силу. Основная масса осадков уменьшается, температура повышается, лед постепенно исчезает, освобождая доступ к морским путям. Средний ветер весной имеет умеренную скорость 4-6 м/с и преимущественно западное или южное направление.

Далее зададим промежуток времени, в который будут проводиться расчёты. Возьмём годовой временной интервал. Переходим к левой ветви к этапу расчёты дополняющие экспериментальные данные.

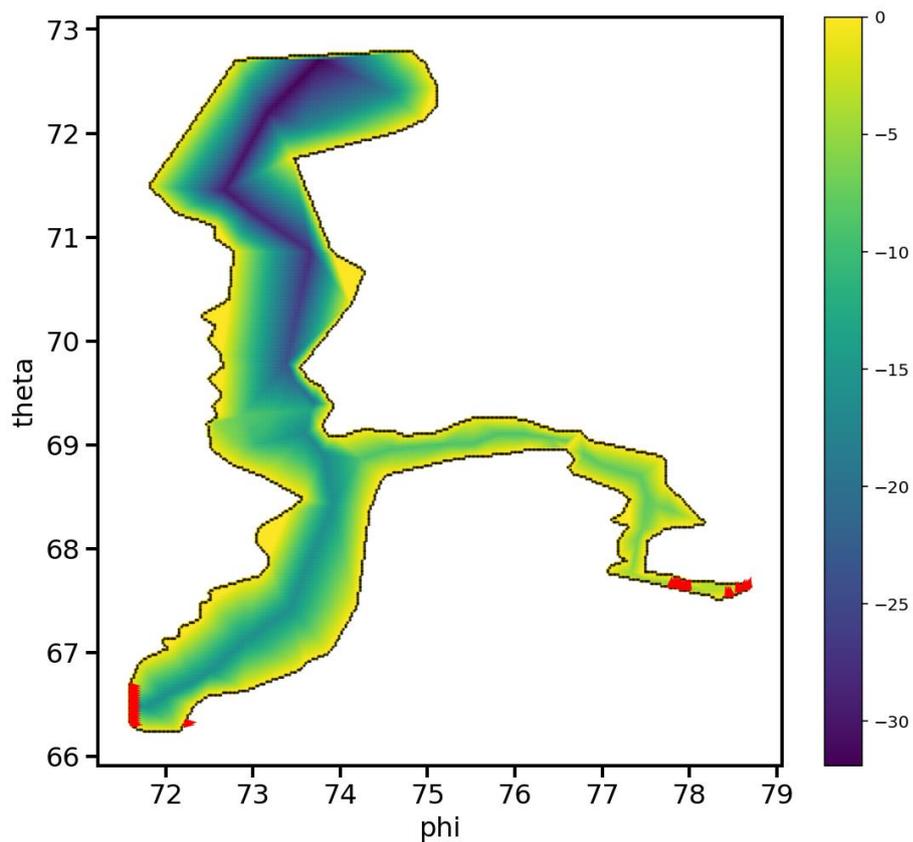


Рис.Б.10. Схема рельефа дна Обской губы. Здесь  $\theta$  – широта,  $\phi$  – долгота.

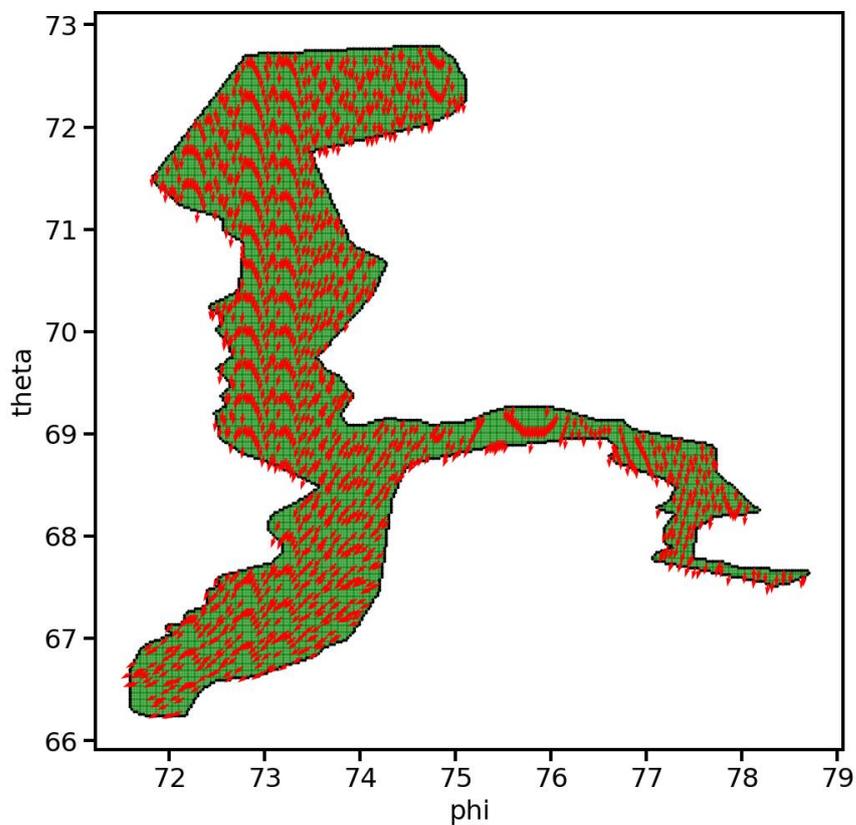


Рис.Б.11. Карта распределения ветров в акватории Обской губы в зимний период времени. Здесь  $\theta$  – широта,  $\phi$  – долгота.

На этапе дополняющих расчётов проводим расчёты уровня водной поверхности в акватории ОГ для разных дней с помощью уравнений мелкой воды, которые подробно описаны во второй главе. Точное решение уравнения мелкой воды получить невозможно, поэтому необходимо проводить численное решение. Необходимо задать начальные и граничные условия. Также надо задать распределение направления и силы ветра.

Для расчётов необходимо установить начальные условия. Распределение уровня воды в начальный момент времени представлены на рис.Б.12 а). Распределение уровня задавалось следующим образом: брались значения для выбранного момента в 8 точках – Сеяха ((широта, долгота) = (70,2; 72,6)), Новый порт (67,683; 72,883), Ямбург (67,9; 74,8), Тамбей (71,5; 71,83), Тадибе-Яха (70,37; 74,13), Мыс Каменный (68,5; 73,583), им.60 лет ВЛКСМ (71,97; 74,3), Антипаюта (69,1; 76,9); дальше производилось интерполирование по всей территории акватории ОГ.

Также необходимо задать направление и скорость течения водного потока, пример которого представлен на рис.Б.12 б). Летом преобладает сточное течение, направленное с юга на север. Оно формируется главным образом благодаря мощному потоку реки Обь и частично подпитывается притоками северных рек. Средняя скорость течения примерно 0,5-1,5 м/с, местами достигая 2 м/с вблизи устьевых участков крупных рек. Летом вода прогрета сильнее, солёность пониженная, прозрачность хорошая. Волны небольшие, особенно в закрытых заливах. Осенью сохраняется общее сточное движение воды с юга на север, однако усиливается влияние восточных течений из Карского моря, вызванных осенними штормами. Средняя скорость течения увеличивается до 1,5-2,5 м/с, иногда превышая 3 м/с при сильных западных и южных ветрах. Начинается процесс образования льда, вода становится холоднее, формируются большие волны, ухудшается видимость. Зимой основное течение сохраняет прежнюю ориентацию — с юга на север, но замедляется и сильно меняется структура водообмена вследствие льдообразования. Средняя скорость течения снижается до 0,5-1 м/с,

отдельные участки практически застывают, образуя полыньи лишь в местах выхода подводных ключей и интенсивного перемешивания. Зимние месяцы отличаются малым движением воды, низким уровнем соли и почти полным отсутствием волн. Большую часть поверхности покрывают морские льды толщиной до 1 метра. Весной снова активизируется сточное течение с юга на север, ускоренное таянием снега и льдов, образованием плотных масс талой воды. Средняя скорость водного потока резко возрастает до 2-3 м/с, достигая пика в мае, когда река сбрасывает максимальное количество пресной воды. Поверхность воды быстро очищается ото льда, начинают формироваться мощные весенние половодья, сопровождающиеся значительным подъёмом уровня воды и увеличением мутности.

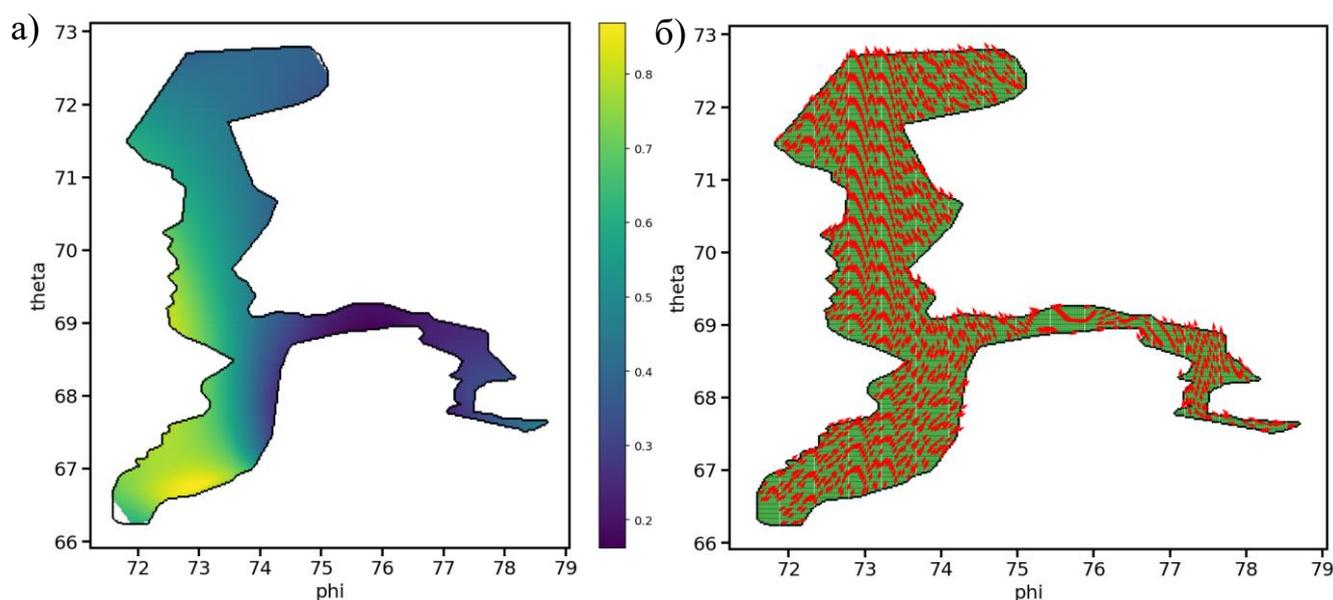


Рис.Б.12. а) Распределение начального уровня водной поверхности в акватории ОГ. б) Распределение направления потока в ОГ. Здесь  $\theta$  – широта,  $\phi$  – долгота.

Теперь для численного решения уравнения мелкой воды необходимо задать расчётную сетку и интервал времени, такие что бы точность и устойчивость решения удовлетворяли поставленным условиям. Сначала зададим размер ячейки, исходя из общих физических предположений. Обская губа является мелководной частью Карского моря, глубина которой редко превышает 10 метров. Благодаря

этому волнообразование здесь ограничено, и длина волн относительно невелика по сравнению с глубоководными участками океанов. Среднее значение длин волн для спокойных условий средняя длина волн порядка 3 метров. Наибольшие длины волн наблюдаются в центральных частях акватории, где глубины значительны, и имеется простор для разгона волн. Длина волн может достигать до 5-6 метров. Длина ребра выбирается так, чтобы длина волны была намного меньше длины ребра ячейки. Поэтому длину ребра можно задать равной 60 м ( $\Delta x = 60$  м и  $\Delta y = 60$  м). Для интервала времени  $\Delta t$  воспользуемся условием КФЛ. Примем  $C$  равным 0,5,  $H$  – порядка 10 м и  $g$  – примерно  $9,8 \text{ м/с}^2$ . Поэтому возьмём расчётный промежуток времени равной 6 секундам ( $\Delta t = 6$  сек). На рис.Б.13 представлена схема расчётной сетке.

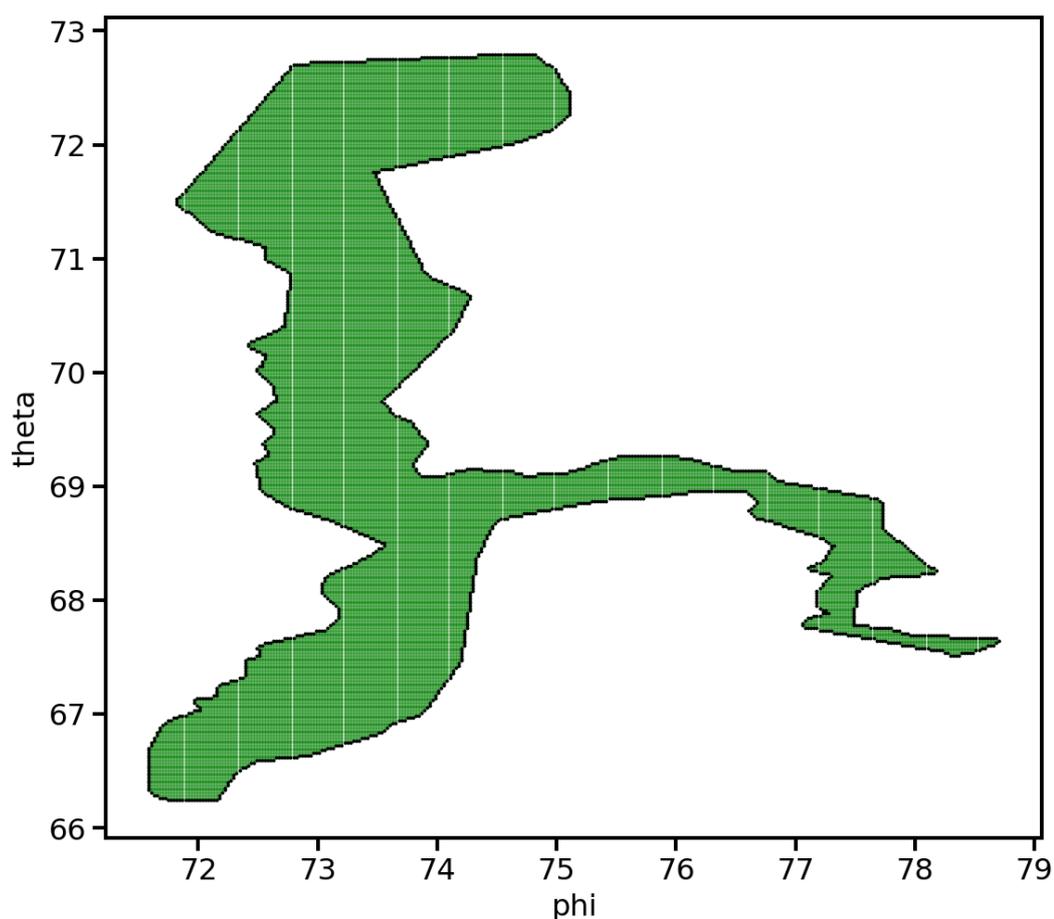


Рис.Б.13. Схема расчётной сетки.

Следующее действие - проводится расчётов распределения уровня водной поверхности и распределения векторного поля водного потока. Расчёты проводятся для нескольких дней в месяце, вычисляется в каждой точке среднее значение уровня для каждого часа в день.

На следующем этапе проводим статистический анализ для каждой точки распределения. Годовой интервал разбивается на интервалы по  $\frac{1}{2}$  месяца, всего 24 интервала. Далее проводятся расчёты пространственного распределения математического ожидания, среднеквадратического отклонения и автокорреляционной функции для каждого из промежутков времени. Примеры распределения среднего значения за  $\frac{1}{2}$  месяца рассчитанных данных и данных наблюдения уровня водной поверхности представлены на рис.Б.14. Из рисунка видно, что значительных изменений между распределениями нет, имеется увеличение среднего значения и разницы между максимальным и минимальным значениями. На рис.Б.15 показано распределение среднеквадратического отклонения для двух месяцев.

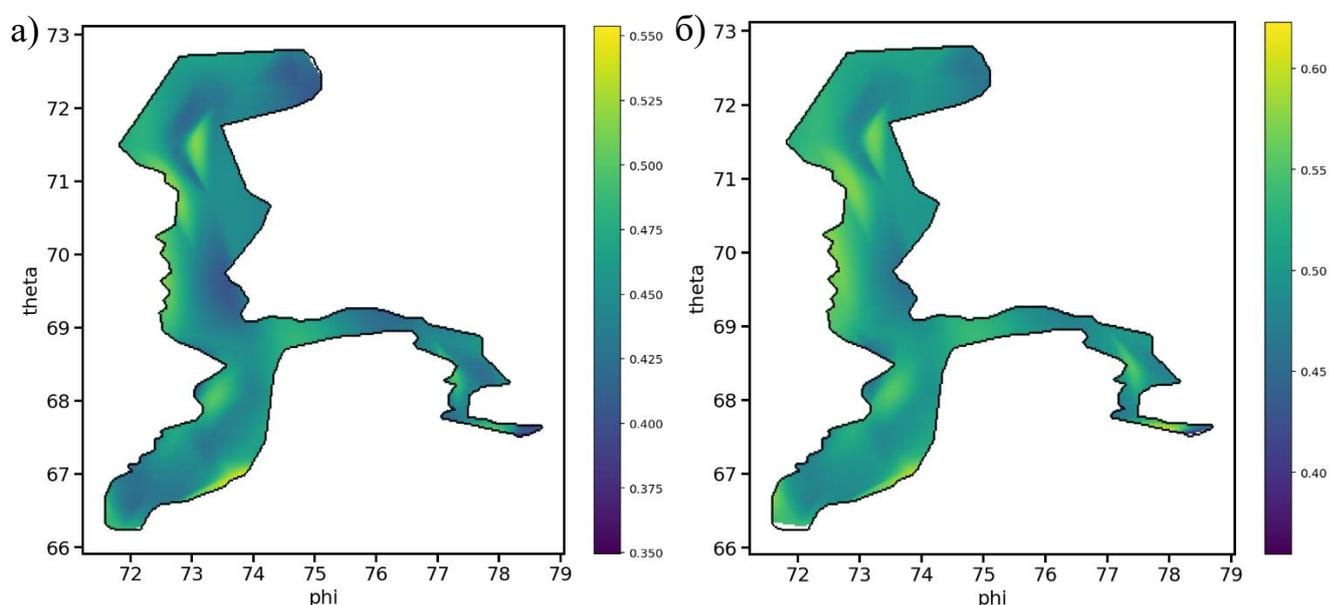


Рис.Б.14. Распределение среднего значения за месяц рассчитанного уровня водной поверхности. а) Распределение для первой половины 4 месяца. б) Распределение для второй половины 6 месяца.

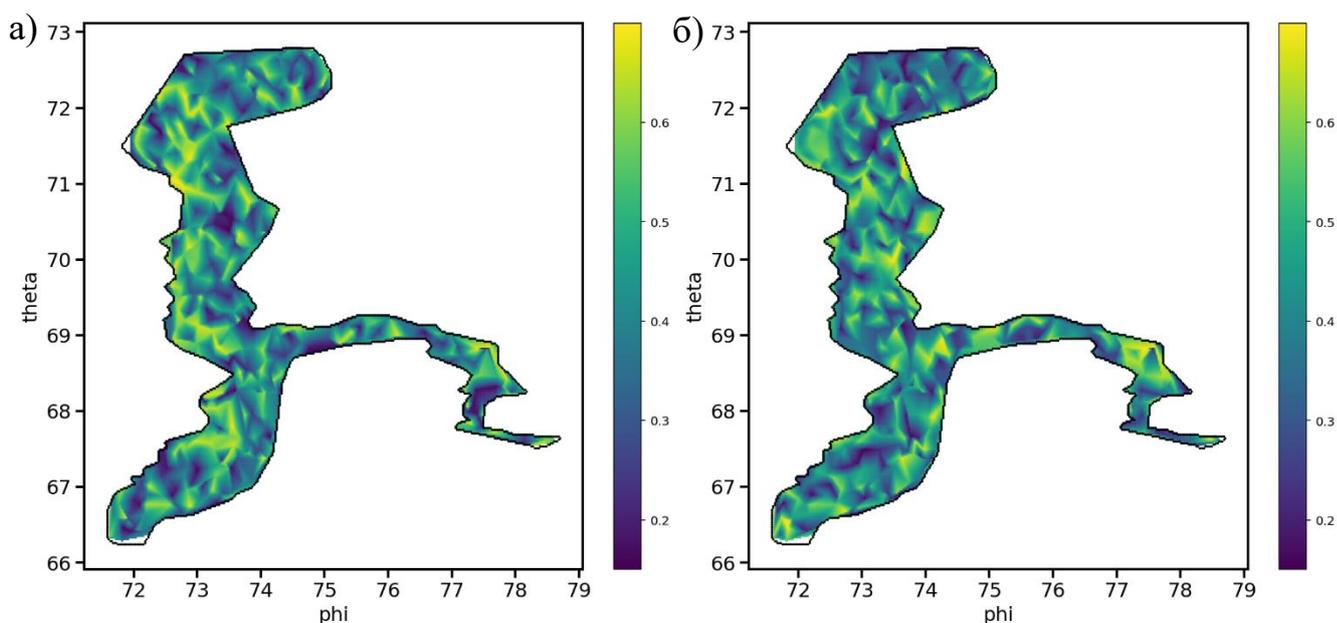


Рис.Б.15. Распределение среднеквадратического отклонения за месяц рассчитанного уровня водной поверхности. а) Распределение для первой половины 4 месяца. б) Распределение для второй половины 6 месяца.

Проверяем на нормальность процессы в каждой точке ОГ и каждый промежуток времени. Возьмём уровень значимости  $\alpha = 0,025$ , получаем для всех промежутков времени, что расчётное значение  $p \sim [0,04; 0,09]$ . Поэтому гипотеза о нормальности распределений справедлива во всех геоточках и для всех интервалов времён.

Получим распределение верхней и нижней границы риска в акватории ОГ в зависимости от времени. Наиболее информативной является верхняя граница оценки риска. Т. к. изобразить зависимость распределения верхней границы оценка риска в акватории в зависимости от времен сложно, то изобразим распределение для промежутка  $[0; 0,5]$  м с начальным значением уровня водной поверхности начального уровня  $x_b = 0,443$  для двух месяцев, которые изображены на рис.Б.16. Из рисунков видно, что профиль распределения в эти два месяца практически не меняются. В среднем происходит увеличение риска, что связано с увеличением среднего значения.

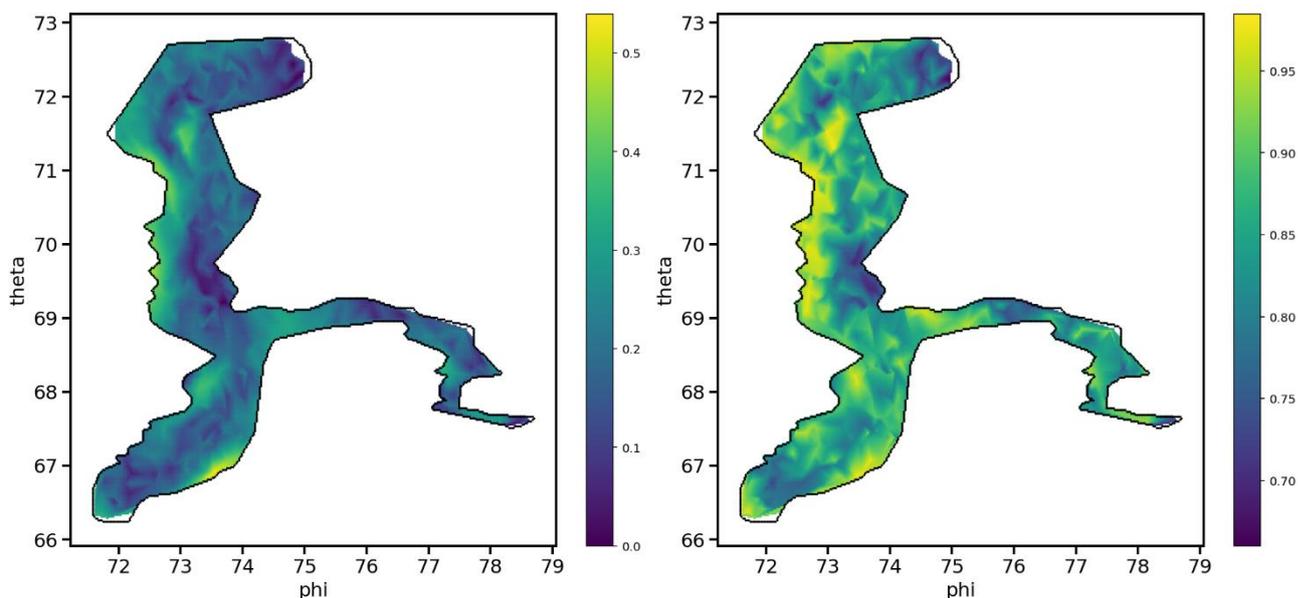


Рис.Б.16. а) Распределение верхней границы оценки геориска  $Q^*(t_f | x_b)$  выхода уровня за границы  $[0; 0,5]$  м, для начального уровня  $x_b = 0,443$  м и для временного промежутка  $[0; 4]$  месяцев. б) Распределение верхней границы оценки геориска  $Q^*(t_f | x_b)$  выхода уровня за границы  $[0; 0,5]$  м, для начального уровня  $x_b = 0,443$  м и для временного промежутка  $[0; 6,5]$  месяцев.

Для возможности быстрого доступа к полученным расчётным значениям распределения рисков в акватории создаём базы данных. Из них в дальнейшем будет возможна выгрузка данных для построения карт распределений или других задач.

Данная методика требует предварительных сложных и время затратных вычислений. Однако она позволяет сгенерировать данные на основе физических принципов для анализа рисков в акваториях, где сложно собрать достаточное количество информации экспериментальным путём. Достаточное количество данных улучшает прогноз риска выхода уровня воды, что, в свою очередь, позволяет улучшить выбор безопасного маршрута для судоходства в акватории ОГ. В каждой географической точке акватории ОГ имеется сильная автокорреляционная зависимость. Геориск будет зависеть от времени, от заданного интервала уровня и от начального значения.