### А.Д. Егоров, И.А. Потапова, Ю.Б. Ржонсницкая

### ОБРАЩЕНИЕ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

A.D. Yegorov, I.A. Potapova, Y.B. Rzhonsnitskaya

# WEAK BACKSCATTERING SIGNALS INVERTING

рассматривается метод интерпретации сигналов обратного рассеяния аэрозолем атмосферы. Выполняется анализ точностных характеристик данных лидарного зондирования. Более эффективной по сравнению с симметричной схемой оказывается несимметричная схема обработки данных.

Ключевые слова: атмосферный аэрозоль, лидарное зондирование, коэффициент ослабления, лидарное уравнение, случайные погрешности.

It is considered the method of weak backscattering signals interpretation. There is carried out the error analyses of lidar probing date. The asymmetric date processing scheme is more effective then the symmetric scheme.

Key words: atmospheric aerosols, lidar probing, extinction coefficient, lidar equation, statistical errors.

В работе рассматривается метод интерпретации данных лидарного зондирования слабо рассеивающей атмосферы. Сложность обратной задачи лазерного дистанционного зондирования слабо рассеивающей атмосферы обусловлена существенной ролью погрешностей измерений, включая погрешности из-за фоновой засветки [1]. В линейном приближении исследуются случайные погрешности коэффициента ослабления атмосферного аэрозоля.

## Интегральный метод интерпретации данных измерений лидарными системами различной позиционности

Для малой длительности зондирующих импульсов интерпретация слабых лидарных сигналов основана на обращении уравнения:

$$P\left(\overrightarrow{R_{i}},\overrightarrow{r_{j}}\right) = P_{*} + Af\beta\left(\overrightarrow{r_{j}}\right)\exp\left(-2\int_{c_{i,j}}\sigma\left(\overrightarrow{r}\right)dr\right),$$
(1)

где  $P_* - \phi$ оновая засветка, A - постоянная лидара, f - геометрический фактор лидара,  $\beta -$  коэффициент обратного рассеяния,  $\sigma -$  коэффициент ослабления,  $\vec{r}_{,i} -$  радиус-вектор зондируемого рассеивающего объема,  $\vec{R}_{,i} -$  радиус-вектор точки посылки зондирующих импульсов и приема сигналов обратного рассеяния,  $c_{i,j} -$  отрезок [ $\vec{R}_{,i}$ ,  $\vec{r}_{,j}$ ], вдоль которого вычисляется интеграл в уравнении (1).

В работе [2] найдено решение этой задачи относительно коэффициента ослабления, содержащее процедуру исключения постоянной составляющей мощности, принимаемой лидаром. В случае однородной атмосферы лидарное уравнение (1) можно записать в виде:

$$P_i = P_* + \frac{B}{R_i^2} \exp\left(-2\sigma R_i\right),\tag{2}$$

где  $B = A\beta$ .

Уравнение (2), записанное для двух дополнительных зондируемых элементов (j –го, k –го), дает возможность сформулировать два дополнительных равенства, в результате получается система из трех уравнений относительно неизвестных величин  $P_*$ , B,  $\sigma$ .

Исключение неизвестных *P*<sub>\*</sub>, *B* из этой системы приводит к уравнению для величины σ в общем случае несимметричной схемы обработки данных зондирования.

Случайная погрешность, с которой эта характеристика определяется, может быть найдена в линейном приближении. В этом приближении получается выражение:

$$\delta = C_* \left\{ \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_i} \right)^2 P_i + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_j} \right)^2 P_j + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_k} \right)^2 P_k \right\}^{1/2},$$
(3)

где производные вычисляются следующим образом:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_i} = \left\{ R_j^{-2} \exp(-2\sigma R_j) - R_k^{-2} \exp(-2\sigma R_k) \right\} / Q_{ijk}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_j} = \left\{ R_k^{-2} \exp(-2\sigma R_k) - R_i^{-2} \exp(-2\sigma R_i) \right\} / Q_{ijk},$$
(5)

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_k} = \left\{ R_i^{-2} \exp(-2\sigma R_i) - R_j^{-2} \exp(-2\sigma R_j) \right\} / Q_{ijk},$$
(6)

где

$$Q_{ijk} = 2\left\{\frac{P_k - P_j}{R_i}\exp(-2\sigma R_i) + \frac{P_i - P_k}{R_j}\exp(-2\sigma R_j) - \frac{P_j - P_i}{R_k}\exp(-2\sigma R_k)\right\}.$$

Аналогичное решение получается для величины *P*<sub>\*</sub>.

Величина  $\delta/P_*$  не превышает нескольких процентов 10%. Вместе с тем, величина  $\delta/\sigma$  оказывается значительно большей.

Результаты теоретического анализа случайной погрешности коэффициента ослабления показывают для симметричной схемы наличие минимального значения величины  $\delta = \delta_{\min}$ , зависящего от условий зондирования и равного, приблизительно,  $C_*(A\beta)^{-1/2}$ . Действительно, для этой схемы оценка (3) перепишется в виде

$$\delta = C_* \left\{ \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_i} \right)^2 P_i + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_{i+m}} \right)^2 P_{i+m} + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_{i+2m}} \right)^2 P_{i+2m} \right\}^{\frac{1}{2}},$$
(7)

и можно получить соотношения:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_i} = R_i^2 \exp(2\sigma R_i) \left\{ R_{i+2m}^2 \exp(2\sigma m\Delta) - R_{i+m}^2 \right\} / 2A\beta D_{im} m\Delta, \tag{8}$$

145

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_{i+m}} = R_{i+m}^2 \exp(2\sigma R_{i+m}) \left\{ R_i^2 - R_{i+2m}^2 \exp(4\sigma m\Delta) \right\} / 2A\beta D_{im} m\Delta,$$
<sup>(9)</sup>

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_{i+2m}} = R_{i+2m}^2 \exp(2\sigma R_{i+2m}) \left\{ R_{i+m}^2 \exp(2\sigma m\Delta) - R_i^2 \right\} / 2A\beta D_{im} m\Delta,$$
(10)

где

$$m\Delta = R_{i+2m} - R_{i+m} = R_{i+m} - R_i, \tag{11}$$

$$D_{im} = R_{i+2m}^2 \exp(4\sigma m\Delta) - 2R_{i+m}^2 \exp(2\sigma m\Delta) + R_i^2.$$
(12)

Следует отметить, что величина  $P_*$  входит лишь в соотношение (7). Очевидно, что ее увеличение вызывает рост погрешности коэффициента ослабления, поэтому минимум погрешности достигается при отсутствии фоновой засветки, что учитывается в данном анализе. С уменьшением дальности зондирования погрешность величины  $\sigma$  уменьшается, т.к. увеличивается эхо сигнал. Это уменьшение можно обосновать, рассмотрев равенства, сформулированные для оценки погрешности. Величина  $R_i$  входит в отношения выражений в фигурных скобках в равенствах (8) - (10) к величине  $D_{int}$ . Кроме того, она содержится в равенства (8) - (10), т.к. от нее зависит мощность эхо сигнала, которая дополнительно входит и в равенства (8) - (10), однако эта составляющая рассматриваемого уменьшения очевидна. Величина упомянутых отношений не может быть меньше по модулю их значений при подстановке в них значения  $R_i = 0$ . В этом можно убедиться, учитывая, что величины  $D_{int}$  и

$$E_{im} = R_i^2 \left\{ 3\exp(4\sigma m\Delta) - 4\exp(2\sigma m\Delta) + 1 \right\}$$
(13)

являются неотрицательными.

Принимая во внимание изложенное, и обратив внимание на то, что первое слагаемое в формуле (7) равно нулю при выполнении равенства  $R_i = 0$  эту формулу можно записать в виде:

$$\delta = C_* \exp(2\sigma m\Delta) \left\{ 4\exp(2\sigma m\Delta) + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} / 2 \left\{ 2\exp(2\sigma m\Delta) - 1 \right\} \sqrt{A\sigma}.$$
(14)

Минимальное значение погрешности

$$\delta_{\min} = C_* (5 + \sqrt{13}) \sqrt{4 + \sqrt{13}} / 24 \sqrt{A\beta}$$
(15)

достигается при

$$m\Delta = \frac{1}{2\sigma} \ln \frac{3 + \sqrt{13}}{4}.$$
 (16)

Следует отметить, что с точностью до второго знака

$$\delta_{\min} = C_* / \sqrt{A\beta}. \tag{17}$$

Таким образом, погрешность  $\delta/\delta_{\min}$  может как уменьшаться, так и увеличиваться при увеличении шага зондирования  $\Delta r$  (рис 1). Данный факт объясняется усилением при этом затухания эхо-сигнала, с одной стороны, и увеличением погрешности мощности сигнала, с другой стороны. Путем выбора шага зондирования  $\Delta r$  можно существенно (в несколько раз) уменьшить погрешность определения коэффициента ослабления методом лидарного зондирования.

Случайная погрешность  $\delta$  коэффициента ослабления для несимметричной схемы обработки данных (два шага дифференцирования  $\Delta r$  – ближний к лидару шаг,  $\Delta R$ - дальний от лидара шаг) может быть существенно меньше соответствующей величины для симметричной схемы. Для сравнения на рис. 1г, 2 представлены результаты расчетов относительной погрешности  $\delta/\sigma$  для этих двух типов схем обработки.

Расчеты выполнены для  $E = P_*/A\beta = 0.5 \text{ км}^{-2}$ ,  $\delta_{\min} = 0,003 \text{ км}^{-1}$  для двух одинаковых шагов зондирования  $\Delta r$  (рис.1) и для шагов зондирования  $\Delta r = 1 \text{ км}$ ,  $\Delta R$  (рис.2).



Рис. 1 — Зависимость величины относительной погрешности δ/σ от переменных Δr, r, σ для симметричной схемы обработки данных

- a)  $P_*/P(1) = 0.05$ ,  $\sigma = 0.3 \text{ km}^{-1}$ 1 - r = 0.5 km, 2 - r = 1.0 km; 3 - r = 1.5 km
- 6)  $P_*/P = 0.05$ , r = 1.0 km  $1 - \sigma = 0.1$  km<sup>-1</sup>,  $2 - \sigma = 0.3$  km<sup>-1</sup>,  $3 - \sigma = 0.5$  km<sup>-1</sup>
- B)  $\sigma = 0.3 \text{ km}^{-1}$ , r = 1.0 km $1 - P_*/P = 0$ ;  $2 - P_*/P = 0.1$ ;  $3 - P_*/P = 0.2$





Рис. 2 — Зависимость величины относительной погрешности  $\delta/\sigma$  от переменных  $\Delta r$ ,  $\Delta R$ , r,  $\sigma$  для несимметричной схемы обработки данных

a)  $1 - r = 1,0 \text{ Km}, \sigma = 0,06 \text{ Km}^{-1}; \text{ E} = 0.5 \text{ Km}^{-2}$   $2 - r = 1,0 \text{ Km}, \sigma = 0,3 \text{ Km}^{-1};$   $3 - r = 2,0 \text{ Km}, \sigma = 0,06 \text{ Km}^{-1}$ 6)  $1 - r = 1,0 \text{ Km}, \sigma = 0,06 \text{ Km}^{-1}; \text{ E} = 0.1 \text{ Km}^{-2}$   $2 - r = 1,0 \text{ Km}, \sigma = 0,3 \text{ Km}^{-1};$  $3 - r = 2,0 \text{ Km}, \sigma = 0,06 \text{ Km}^{-1}$ 

#### Заключение

В работе исследованы точностные характеристики методов интерпретации данных лидарного зондирования слабо рассеивающей атмосферы. Показано, что погрешность коэффициента ослабления для симметричной схемы обработки данных может как уменьшаться, так и увеличиваться при увеличении шага зондирования. Более эффективной по сравнению с симметричной схемой оказывается несимметричная схема обработки данных.

Работа выполнена в рамках мероприятия 1.2.2 Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (государственный контракт № П781 от 24 мая 2010 г) по направлению «Физика атмосферы»

#### Литература

Yegorov A.D. Atmospheric aerosols measurements and reliability problem [Text] / A.D. Yegorov, I.A. Potapova, Yu.B. Rzhonsnitskaya // International Journal of Remote Sensing, 2008, v.29, 2449 – 2468.

Егоров А.Д., Потапова И.А. Определение характеристик аэрозоля лидарными системами // Труды НИЦ ДЗА (филиал ГГО), 2002, вып.4(552), с.14 - 18.