

*А.С. Гаврилов*

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ПОДЪЕМА ТЕПЛОВОЙ СТРУИ  
ОТ ЛЕСНОГО ПОЖАРА С УЧЕТОМ ЕЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
С ВНЕШНИМ ПОТОКОМ**

*A.S. Gavrilov*

**NUMERICAL MODEL FOR LIFTING JET HEAT FROM FOREST  
FIRES IN VIEW OF INTERACTION WITH EXTERNAL STREAM**

*Предложена 3D численная модель атмосферы в окрестности очагов горения лесных пожаров на основе системы уравнений глубокой конвекции применительно к расчету полей температуры, скорости ветра, влажности, водности, а также интенсивности эмиссии газообразных и аэрозольных продуктов сгорания. В качестве исходных данных привлекаются детектируемые искусственными спутниками Земли поля яркостной температуры на верхней границе дымового шлейфа. Модель предназначена для включения в качестве составной части в создаваемую в настоящее время численную модель загрязнения атмосферы продуктами сгорания от лесных пожаров.*

*Ключевые слова: численное моделирование, лесной пожар, эмиссия загрязняющих веществ, прогноз загрязнения атмосферы.*

*3D numerical model of the atmosphere in the vicinity of forest fires based on the equations of deep convection in relation to the calculation of temperature fields, wind speed, humidity, water content, as well as the intensity of the emission of gaseous and particulate products of combustion is proposed. The initial data are involved in artificial satellites detected field brightness temperature at the top of the smoke plume. The model is intended to be included as an integral part of the current created by the numerical model of atmospheric pollution by combustion products from forest fires.*

*Key words: numerical modeling, forest fire, emission of pollutants, air pollution forecast.*

## **1. Постановка вопроса**

Вопрос о создании современной технологии оперативного прогноза загрязнения атмосферы продуктами выбросов от лесных пожаров стал актуальным в последние годы в связи катастрофическими последствиями от пожаров в средней полосе России в 2010 г. Создание подобной технологии упирается в две основные проблемы: получение оперативной и достоверной информации о характеристиках очагов горения и создание соответствующих математических моделей, синтезирующих всю доступную информацию на этот счет и способных оперативно прогнозировать последствия подобных явлений.

Следует учитывать, что наиболее интенсивные процессы выноса продуктов сгорания в более высокие слои атмосферы реализуются возникающими в случаях интенсивного перегрева в зоне сгорания так называемыми «конвективными колонками» (например, [1]), формируемыми в результате взаимодействия возникающих над очагами горения тепловых струй с натекающим ветровым потоком.

ком. Эти явления являются существенно локальными и требуют для своего численного моделирования высокого пространственного разрешения (десятки метров), в то время как перенос продуктов сгорания в атмосфере, который, собственно, и нужно прогнозировать, является явлением регионального масштаба (сотни километров).

За основу построения модели прогноза в настоящем исследовании взята численная микрометеорологическая модель [2], разработанная ранее для моделирования тепловых явлений и фазовых переходов в окрестности градирен. Данная модель основана, в свою очередь, на традиционно используемой в мезометеорологии системе уравнений в отклонениях от фона и приближении Буссинеска (например, [3]).

## 2. Основные уравнения

Запишем систему осредненных уравнений динамики атмосферы для отклонений от своих фоновых значений компонент вектора скорости ( $u_1 = u$ ,  $u_2 = v$ ,  $u_3 = w$ ), а также отклонений потенциальной температуры ( $\vartheta$ ) и массовой доли водяного пара ( $q$ ) от своих фоновых значений ( $\bar{\theta}$ ,  $\bar{q}$ ), удельной влажности ( $\delta$ ) и произвольной примеси от очага горения ( $s$ ) на вращающейся Земле в системе декартовых координат  $x_i$ , направив ось  $x_1 \equiv x$  для определенности на восток, ось  $x_2 \equiv y$  на север, а  $x_3 \equiv z$  вертикально вверх [формулы (1) – (16)]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \frac{\partial u_1}{\partial x_\alpha} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_1} + l(u_2 - V_G) - \frac{\partial R_{1\alpha}}{\partial x_\alpha}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \frac{\partial u_2}{\partial x_\alpha} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_2} - l(u_1 - U_G) - \frac{\partial R_{2\alpha}}{\partial x_\alpha}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \frac{\partial u_3}{\partial x_\alpha} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_3} + \sigma \pi - g \frac{\rho - \bar{\rho}}{\rho} - \frac{\partial R_{3\alpha}}{\partial x_\alpha}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x_\alpha} + \delta_{\alpha 3} \gamma_\theta \right) = \frac{L}{C_p} \varepsilon - \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial F_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} K_{\alpha\alpha} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x_\alpha} + \delta_{\alpha 3} \gamma_\theta \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \left( \frac{\partial q}{\partial x_\alpha} + \delta_{\alpha 3} \gamma_q \right) = -\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} K_{\alpha\alpha} \left( \frac{\partial q}{\partial x_\alpha} + \delta_{\alpha 3} \gamma_q \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + (\tilde{u}_\alpha - W_\delta \delta_{\alpha 3}) \frac{\partial \delta}{\partial x_\alpha} = \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} K_{\alpha\alpha} \frac{\partial \delta}{\partial x_\alpha}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\tilde{u}_\alpha - W_s \delta_{i3}) \frac{\partial s}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} K_{\alpha\alpha} \frac{\partial s}{\partial x_\alpha}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} = \sigma u_3, \quad (8) \quad U_G = -\frac{1}{\bar{\rho} l} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_2}, \quad (9) \quad V_G = \frac{1}{\bar{\rho} l} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_1}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} = -\bar{\rho}g, \quad (11) \quad \bar{\theta} = \bar{T} \left( \frac{P_0}{\bar{P}} \right)^{R/C_p} \quad (12), \quad \bar{P} = \bar{\rho}R\bar{T} \quad (13)$$

$$P = \rho RT, \quad (14) \quad \sigma = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_3}, \quad (15) \quad \gamma_{\theta, q} = \frac{\partial(\bar{\theta}, \bar{q})}{\partial x_3}, \quad (16)$$

где  $\pi = (P - \bar{P})/\rho$  – отклонение давления воздуха  $P$  от своей средней величины  $\bar{P}$ , нормированное на его плотность  $\rho$ ;  $R_{ij} \equiv \langle u'_i u'_j \rangle$  – тензор напряжений Рейнольдса (угловые скобки – признак осреднения);  $g$  – ускорение свободного падения;  $l$  – параметр Кориолиса ( $l = 2\omega \sin \varphi$ ,  $\omega$  – угловая скорость вращения Земли,  $\varphi$  – широта);  $L$  – удельная теплота парообразования;  $C_p$  – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении;  $F_i$  – компоненты вектора длинноволнового радиационного потока тепла, формируемого перегретой конвективной колонкой;  $R$  – газовая постоянная для сухого воздуха;  $\varepsilon$  – интенсивность конденсации;  $K_{11} \equiv K_x, K_{22} \equiv K_y, K_{33} \equiv K_z$  – компоненты тензора коэффициентов турбулентного обмена по соответствующим осям;  $W_\delta$  и  $W_s$  – скорости седиментации, соответственно, для образующихся при конденсации капель воды и аэрозольных частиц примеси (для газовых примесей  $W_s = 0$ );  $P_0 = 1000$  гПа,  $\tilde{u}_1 = u_1 + U_G, \tilde{u}_2 = u_2 + V_G, \tilde{u}_3 = u_3$ .

По индексу  $\alpha$  производится суммирование, а  $\delta_{ij}$  – единичный тензор (символ Кронекера):  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$  и  $\delta_{ij} = 1$  при  $i = j$ .

Уравнения (1) и (2) получены путем вычитания из исходных уравнений Рейнольдса для горизонтальных компонент скорости соответствующих геострофических соотношений (10) и (9), в предположении о независимости плотности воздуха от горизонтальных координат, а уравнение (3) – вычитанием из уравнения Рейнольдса для вертикальной скорости уравнения статики (11), которому, как обычно предполагается, удовлетворяет среднее давление  $\bar{P}$  при средней (фоновой) потенциальной температуре воздуха (12) и соответствующей ей молекулярно-кинетической температуре воздуха  $\bar{T}$ .

Компоненты геострофической скорости ветра  $U_G, V_G$  играют здесь роль компонентов фоновой горизонтальной скорости ветра и приняты, для простоты, не меняющимися с высотой, что, впрочем, несколько не ограничивает общность, поскольку в противном случае (например, при температурной адвекции в свободной атмосфере) их изменение с высотой совсем нетрудно учесть. То же относится и к фоновым значениям вертикальной скорости и влажности, которые предполагается еще и равными нулю.

Все фоновые величины предполагаются известными, поскольку определяются синоптическими процессами на масштабах сотни и тысячи километров и

должны, таким образом, должны браться из соответствующих крупномасштабных моделей.

Аналогично получено и уравнение (4) для переноса в турбулентной атмосфере величин отклонения потенциальной температуры от фоновых своих значений (12), где для простоты учтен только вертикальный градиент фоновой потенциальной температуры (15), который, как известно, существенно превосходит аналогичные горизонтальные градиенты.

Особенностью записи исходной системы уравнений для глубокой конвекции является появление в правых частях уравнений (3) и (8) функции (15), учитывающей падение плотности с высотой, причем, как нетрудно показать:

$$\sigma = \frac{1}{RT} \left( g + \frac{\partial \pi}{\partial x_3} \right) + \frac{1}{T} \left( \gamma_0 - \gamma_A + \frac{\partial \vartheta}{\partial x_3} \right), \quad (17)$$

где  $\gamma_A = g / C_p$  – сухоадиабатический градиент.

Еще одной важной особенностью полученной системы уравнений является отказ от часто используемого приближения Буссинеска, т.е. представления отклонений в плотности воздуха в правой части уравнения (3) только через соответствующие отклонения в температуре (пренебрегая аналогичными отклонениями в давлении). Действительно, если вычесть из уравнения состояния в полной форме (14) уравнение (13), то легко можно получить:

$$g \frac{\rho - \bar{\rho}}{\rho} = -\beta \left( \vartheta - \frac{\pi}{R} \right), \quad (18)$$

где  $\beta = g / \bar{T}$  – параметр плавучести.

Если возмущения температуры  $\vartheta$  и, следовательно, соответствующие возмущения  $\pi$ , невелики, что имеет место в естественном конвективном турбулентном потоке, то вторым членом в скобке левой части (18) по сравнению с первым можно пренебречь и, таким образом, перейти к использованию приближения Буссинеска. Между тем, особенностью развития конвективных колонок при лесных пожарах является отнюдь не малые значения  $\vartheta$  (сотни градусов Цельсия), что препятствует использованию здесь столь удобного при расчетах приближения.

Таким образом, отказ от приближений мелкой конвекции с одной стороны и от приближения Буссинеска с другой, приводит к усилению общей нелинейности системы уравнений по сравнению с той, которая использовалась как в работе [6], так и подавляющем числе работ на эту тему, что, разумеется, является ни чем иным, как математическим отражением сложности такого физического явления, как интенсивное тепловое воздействие на атмосферу.

Система уравнений (1)-(18) является, однако, не замкнутой, поскольку пока не определен способ расчета компонент тензора турбулентных напряжений Рейнольдса  $R_{ij}$ , коэффициентов турбулентного обмена  $K_X, K_Y, K_Z$ , длинноволнового радиационного потока  $F_i$  и интенсивности конденсации  $\varepsilon$ .

**3. Методы замыкания исходной системы уравнений**

Физика процессов формирования турбулентного режима в конвективных колонках лесных пожаров остается в настоящее время практически не исследованной. Можно лишь с уверенностью говорить о том, что главной особенностью подобных интенсивных тепловых воздействий на атмосферу является их существенная пространственная неоднородность и анизотропность, что делает весьма проблематичным использование в этом случае достаточно хорошо зарекомендовавших себя методов замыкания уравнений атмосферного пограничного слоя (например, [4]), ориентированных на те или иные уравнения для одноточечных моментов турбулентных пульсаций или диссипации. Все эти подходы остаются здесь, вероятно, делом будущего, поскольку требуют высококачественных экспериментальных данных для определения многочисленных эмпирических констант.

Не является здесь перспективным и использование упрощенных способов расчета коэффициентов турбулентности, связывающих эти величины с локальными градиентами средней скорости и температуры, весьма популярные при 3D моделировании турбулентных течений (например, [5]), в силу исключительно интенсивных в этом случае процессов упорядоченного и турбулентного переноса в том числе и характеристик турбулентности.

Для замыкания исходной системы уравнений в данной работе используется некоторый промежуточный путь, основанный на использовании известного уравнения баланса средней удельной кинетической энергии турбулентности  $b^2 = 0,5R_{\alpha\alpha}$  в следующей форме:

$$\frac{\partial b^2}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \frac{\partial b^2}{\partial x_\alpha} = -R_{\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} - \beta K_Z \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x_3} + \gamma_\theta \right) - c_\varepsilon \frac{b^3}{L} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} K_{\alpha\alpha} \frac{\partial b^2}{\partial x_\alpha}, \quad (19)$$

где  $c_\varepsilon \approx 0,04$  так называемая «константа диссипации», а  $L = (L_x L_y L_z)^{1/3}$  – некоторый средний линейный масштаб анизотропных турбулентных образований, с характерными масштабами  $L_x, L_y, L_z$  вдоль соответствующих осей координат. Здесь первый член в правой части описывает генерацию энергии за счет динамического фактора, второй – за счет термического фактора, а третий – диссипацию энергии турбулентности в тепло, причем для компонент тензора напряжений Рейнольдса  $R_{ij} \equiv \langle u'_i u'_j \rangle$  применяется некоторое «квазиизотропное» представление через тензор деформации  $\Psi_{ij}$  [4]:

$$R_{ij} = -K\Psi_{ij} + \left( \frac{2}{3}b^2 + K\sigma u_3 \right) \delta_{ij}, \quad \Psi_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (20)$$

где  $K = (K_x K_y K_z)^{1/3}$ .

Нетрадиционная форма (20) определяется особенностью записи уравнения неразрывности (8) для глубокой конвекции, поскольку в любом случае для суммы диагональных компонент этого тензора должно выполняться:  $R_{\alpha\alpha} = 2b^2$ .

Далее, по образцу традиционной гипотезы А.Н.Колмогорова [4], описывающей связь коэффициента турбулентного обмена с энергией турбулентности и масштабом, предполагается выполнение следующих соотношений:

$$K_X = L_X b, \quad K_Y = L_Y b, \quad K_Z = L_Z b. \quad (21)$$

Наконец, следует сформулировать способы расчета собственно масштабов турбулентности  $L_X, L_Y, L_Z$ .

Следует отметить, что для расчета вертикального масштаба  $L_Z$  даже применительно к термическим колонкам вполне допустимо использование подходов, достаточно хорошо апробированных применительно к атмосферному пограничному слою, поскольку характер его формирования определяется все теми же факторами: ограничительным влиянием подстилающей поверхности и энергетикой процесса. В этой связи вполне пригодным представляется привлечение для этой цели гипотезы Блекедара [6]:

$$L_Z = \frac{\kappa z}{1 + \frac{\kappa z}{L_H}}; \quad L_H = C_z \frac{\int_0^\infty z b dz}{\int_0^\infty b dz}, \quad (22)$$

где  $\kappa \approx 0,4$  – постоянная Кармана, а  $C_z \approx 0,2$  – эмпирическая константа. Формула (22) обеспечивает необходимую асимптотику при  $z \rightarrow 0$  и выход масштаба на некоторое постоянное значение  $L_H$  при  $z \rightarrow \infty$ .

На горизонтальные масштабы  $L_X$  и  $L_Y$  ограничительное воздействие поверхности уже никак не влияет, но вполне допустимо предположить, что эти величины должны быть пропорциональны соответствующему пространственному масштабу всей тепловой колонки от изолированного очага пожара в целом, мерой которого может быть упомянутый выше масштаб  $L_H$ , так что для простоты полагалось:  $L_X = L_Y = L_H$ .

При расчете компонентов вектора длинноволнового радиационного потока  $F_i$  в (4) целесообразно ограничиться рассмотрением лишь его вертикальной составляющей, поскольку наиболее мощный источник подобного излучения с температурой  $T_F$  находится в слое горения в приземном слое:

$$F_3(m) = \sigma T_F^4 D(m) + \int_0^\infty \sigma T^4(u) dD(|m-u|), \quad (23)$$

где  $D(m)$  – интегральная функция пропускания для аэрозольного облака частиц дыма от горения с оптической массой  $m$ , вычисляемой на основе расчетных значений плотности аэрозольных частиц  $s$  [уравнение (7)]:

$$m(z) = \int_0^z s(\eta) d\eta.$$

В качестве  $D(m)$  привлекалась аппроксимация, предложенная в работе [7] для облачных условий.

В заключение укажем способ расчета интенсивности конденсации  $\varepsilon$  в уравнениях (4)–(6). Эта величина определяется из условия полной конденсации избытка водяного пара по отношению к насыщающим его значениям при данной температуре, так что справедливо:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0 \text{ при } q \leq q_{\max}(T), \\ \varepsilon &= q - q_{\max}(T) \text{ при } q > q_{\max}(T), \end{aligned} \quad (24)$$

где  $q_{\max}$  – максимальное значение массовой доли водяного пара при заданной температуре.

#### 4. Краевые условия

Удобством использования системы уравнений для отклонений от фона является возможность максимально широкого применения однородных краевых условий, что, как известно, значительно упрощает численное моделирование.

В качестве начальных условий принимается равенство всех отклонений от фона нулю:

$$u_3 = \vartheta = q = \delta = s = 0 \text{ при } t = 0 \quad (25)$$

Горизонтальные скорости ветра задаются при  $t = 0$ , исходя из соотношений:

$$u_1(x_3) = U(x_3) - U_G, \quad u_2(x_3) = V(x_3) - V_G, \quad b^2(x_3) = B^2(x_3), \quad (26)$$

где  $U, V, B^2(x_3)$  – вертикальные профили горизонтальных компонент скорости ветра и средней кинетической энергии турбулентности, получаемые на основе стационарных решений уравнений (2), (3) и (19) при условии (24).

Наконец, входящие в уравнения (4) и (19)  $\gamma_\theta(x_3)$  и в уравнение (5)  $\gamma_q(x_3)$  задаются на основе соответствующих фоновых вертикальных профилей температуры и влажности из крупномасштабной модели.

В качестве расчетной области рассматривается параллелепипед с размером основания  $\Lambda_x \times \Lambda_y$ , высотой верхней границы  $Z_H$  и расположением нижней границы  $Z_1$  на высоте, превышающей зону очага горения (выше «языков пламени»).

На верхней границе расчетной области  $Z_H$  все отклонения от фона, равно как и энергия турбулентности, полагаются равными нулю, а на боковых гранях расчетной области принимаются равными нулю все нормальные к соответствующей границе производные от всех искомым величин:

$$u_i = \vartheta = q = \delta = s = 0 \text{ при } x_3 = Z_H,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial n} = \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = \frac{\partial q}{\partial n} = \frac{\partial \delta}{\partial n} = \frac{\partial s}{\partial n} = 0 \quad i = (1,2,3), \quad (27)$$

при  $x_1 = 0, \Lambda_X$  и  $x_2 = 0, \Lambda_Y$ .

Наиболее сложной проблемой является задание нижних граничных условий на уровне  $Z_1$ .

Для этого следует предварительно выделить область очага пожара, которую мы определим как множество точек внутри криволинейной плоской фигуры, для идентификации которой вводится специальный индексный массив  $I(x_1, x_2)$ , элемент которого равен единице внутри данной области и нулю – за ее пределами. При этом справедливо:

$$\vartheta_H \equiv \vartheta(x_1, x_2, Z_H) = \Delta I(x_1, x_2), \quad (28)$$

где  $\Delta$  – перегрев области пожара относительно окружающего пространства, определяемый по интенсивности излучения приемников ИСЗ (яркостная температура), а  $Z_H$  – некоторая условная высота, заведомо превышающая высоту верхней границы формируемого за счет очага пожара аэрозольного (дымового) облака. Для установления связи определенной таким образом величины перегрева  $\Delta$  с температурой на уровне горения  $T_F = T(Z_F)$  приземном слое следует воспользоваться уравнением (23), записанного в следующей форме:

$$\left[ \tilde{T}(Z_H) + \vartheta_H \right]^4 = T_F^4 D(m) + \int_0^{Z_H} T^4(u) dD(|m-u|), \quad (29)$$

причем во всех случаях полагается  $Z_1 > Z_F$ .

В связи со значительными отрицательными вертикальными градиентами температуры непосредственно над пожаром, в этой области наблюдаются условия свободной конвекции, так что справедливо [4]:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial z} = -A_0 H_0^{2/3} \frac{z^{-4/3}}{\beta^{1/3} \kappa^{4/3}}, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = A_V u_*^2 \frac{z^{-4/3}}{(\beta H_0)^{1/3} \kappa^{4/3}}, \quad (29)$$

где  $A_0, A_V$  – известные из эксперимента константы;  $H_0$  – нормированный на объемную теплоемкость воздуха вертикальный турбулентный поток тепла в приземном слое;  $V = [(u + U_G)^2 + (v + V_G)^2]^{1/2}$  – модуль скорости ветра;  $u_*$  – динамическая скорость.

Интегрируем градиент температуры в (29) последовательно для промежутков  $(z_2, z_1)$  и  $(z_1, Z_F)$ , а градиент скорости ветра – для  $(z_2, z_1)$  и  $(z_1, Z_0)$ , где  $Z_0$  – шероховатость подстилающей поверхности, так что  $V(Z_0) = 0$ , а  $z_i$  – уровни вычислительной сетки по вертикали. Исключая далее в полученных системах уравнений все входящие в (29) коэффициенты, можно в итоге записать следующие граничные условия для  $\vartheta, u, v, w$  и влажности  $\delta$  в области пожара непосредственно в конечно-разностной форме:

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= \frac{1}{1+A} \vartheta_2 + \frac{A}{1+A} \Delta, \\ u_1 &= \frac{1}{1+A_v} u_2 - \frac{A_v}{1+A_v} U_G, \quad v_1 = \frac{1}{1+A_v} v_2 - \frac{A_v}{1+A_v} V_G, \\ A &= \frac{z_2^{-1/3} - z_1^{-1/3}}{z_1^{-1/3} - Z_F^{-1/3}}, \quad A_v = \frac{z_2^{-1/3} - z_1^{-1/3}}{z_1^{-1/3} - Z_0^{-1/3}}, \quad w_1 = \delta_1 = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

где нижнее граничное условие для вертикальной скорости соответствует очевидному условию непротекания воздуха через земную поверхность, а влажность равна нулю, поскольку над очагом пожара водяной пар вследствие высоких температур может находиться только в парообразной форме.

Для задания нижнего граничного условия для средней кинетической энергии турбулентности также воспользуемся предельными соотношениями, вытекающими для условий свободной конвекции в приземном слое из уравнения (19), когда главными компенсирующими друг друга членами этого уравнения становятся диссипация и генерация энергии за счет термического фактора, откуда следует:

$$b^2(z_1) = -\frac{\beta}{c_\varepsilon} L_z L \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \gamma_\theta \right). \quad (31)$$

Обратимся теперь к заданию граничных условий для массовой доли водяного пара  $q$  и произвольной примеси  $s$  как продуктам сгорания лесного покрова. Для вычисления соответствующих потоков массы свяжем эти величины с интенсивностью сгорания топлива с единицы площади  $M$ ,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$  и содержанием соответствующих примесей в топливе: воды  $f_0$ , химических веществ или аэрозолей –  $f_s$  (в долях единицы). В этом случае справедливы следующие выражения для соответствующих турбулентных потоков, которые и используются далее в качестве нижних граничных условий в зоне горения:

$$M = -\frac{1}{E_F} \rho C_P K_Z \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right|_{z=z_1},$$

$$\frac{\partial q}{\partial z} = -\frac{f_Q M}{\rho K_Z} \Big|_{z=z_1}, \quad \frac{\partial s}{\partial z} = -\frac{f_S M}{\rho K_Z} \Big|_{z=z_1}, \quad (32)$$

где  $E_F$  – средневзвешенная по породам деревьев теплотворная способность (например, для соснового леса эта величина согласно [8] составляет около 15 Мдж/кг для сухой древесины). Обычной влажностью древесины при пожаре по данным [9] являются значения  $f_Q = 0,05-0,25$  (для более высокого увлажнения возгорания не происходит). Характерные экспериментальные значения коэффициентов  $f_S$  для различных эмитируемых пожаром загрязняющих веществ представлены в работе [10]: для хвойных лесов коэффициент суммарного выброса для суммы аэрозолей 2,5 и 10 РМ составляет около 0,025, а для угарного газа – 0,09.

Задание нижнего граничного условия за пределами очага пожара не представляет трудностей: все величины за исключением горизонтальных компонент скорости полагаются на нижнем уровне расчетной сетки совпадающими со своими фоновыми значениями, а именно:

$$u_3 = v_3 = q = \delta = s = 0 \text{ при } z = z_1$$

$$u(z_1) = U(z_1) - U_G, \quad v(z_1) = V(z_1) - V_G, \quad b^2(z_1) = B^2(z_1). \quad (33)$$

#### 4. Численная реализация

Интегрирование (1)–(7), (19) производится численно с использованием метода расщепления и явной численной схемы типа Лакса-Вендрофа [11] с шагом по времени  $\Delta_t$  до момента установления процесса обтекания участка территории с очагом (или очагами) пожаров. Величина  $\Delta_t$  выбирается на каждом временном шаге с учетом требований обеспечения вычислительной устойчивости для явных схем.

Для численного интегрирования (1)–(3) используется метод расщепления [5], где на первом полушаге (перенос и диффузия) интегрировалось конечно-разностное уравнение:

$$\frac{1}{\Delta_t} \left( u_i^{n+1/2} - u_i^n \right) = F_i^n, \quad (34)$$

а на втором полушаге (адаптация поля ветра и давления) использовалось следующее представление:

$$\frac{1}{\Delta_t} \left( u_i^{n+1} - u_i^{n+1/2} \right) = -\frac{\partial \pi^{n+1}}{\partial x_i} + G_i^n, \quad (35)$$

где для простоты приняты обозначения:

$$F_i = -u_\alpha \frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial R_{i\alpha}}{\partial x_\alpha}, \quad (36)$$

$$G_i = l(u_2 - V_G)\delta_{i1} + l(U_G - u_1)\delta_{i2} + \left[ \sigma\pi + \beta\left(9 - \frac{\pi}{R}\right) \right] \delta_{i3}. \quad (37)$$

На первом полушаге используется явная трехмерная конечно-разностная схема типа Лакса-Вендрофа в ее двухслойной интерпретации, которая в наших обозначениях имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\Delta_t} \left( \widehat{u}_i^{n+1/2} - u_i^n \right) = F_i^n, \quad (38)$$

$$\frac{1}{\Delta_t} \left( u_i^{n+1/2} - u_i^n \right) = \widehat{F}_i^{n+1/2}. \quad (39)$$

На первом этапе по (38) определяется поле-предиктор скорости ветра  $\widehat{u}_i^{n+1/2}$ , задаваемое в узлах вспомогательной сетки, сдвинутых относительно основной на полшага по всем направлениям. По этому полю, далее, по (36) вычислялось уточненное значение  $\widehat{F}_i^{n+1/2}$ . На втором этапе поле корректируется по (39) с определением, в итоге, скорости после первого полушага в узлах основной сетки.

Для адаптации полей ветра и давления на втором полушаге применим оператор дивергенции к (35) и получим:

$$\frac{\partial^2 \pi^{n+1}}{\partial x_\alpha^2} = \frac{1}{\Delta_t} (D^{n+1/2} + \sigma^n u_3^{n+1/2}) + \frac{\partial G_\alpha^n}{\partial x_\alpha}, \quad D^{n+1/2} = \frac{\partial u_\alpha^{n+1/2}}{\partial x_\alpha} \quad (40)$$

так называемое уравнение Пуассона для давления (диагностическое уравнение эллиптического типа), где  $D^{n+1/2}$  – дивергенция скорости  $u_i^{n+1/2}$ , причем (40) записано с учетом выполнения уравнения неразрывности (8) на шаге  $n + 1$ . В связи с увеличением общего порядка системы дифференциальных уравнений после получения (40), необходимо сформулировать дополнительные граничные условия для этого уравнения, в качестве которых привлекаются следующие:  $\pi^{n+1} = 0$  на верхней границе и боковых гранях расчетной области и нижнее граничное условие, вытекающее из уравнения (3) при условии  $w_1 = 0$  из (30) и соотношения (18):

$$-\frac{\partial \pi^{n+1}}{\partial z} + \pi^{n+1} \left( \sigma^n - \frac{\beta}{R} \right) + \beta \vartheta^n = 0. \quad (41)$$

В используемом нами варианте численной модели для интегрирования (40) привлекается известный итерационный метод последовательной верхней релаксации [8]. После расчета поля давления с учетом граничных условий (41) осуществляется окончательный расчет поля скорости ветра на шаге  $n + 1$  по (35).

Аналогичным образом производилось интегрирование уравнений для скалярных искомым величин (4)–(7). Отличие состояло лишь в том, что на первом полушаге с использованием упомянутой выше схемы Лакса-Вендрофа рассчитывался упорядоченный перенос, а на втором полушаге – турбулентная диффузия. Упрощенная структура соответствующих членов в этих уравнениях, описывающих турбулентную диффузию, позволяла в этом случае осуществлять дополнительное расщепление по направлениям и использовать для интегрирования на втором полушаге известный метод прогонки.

Таким образом, предложенная система уравнений позволяет описывать все сколько-нибудь значительные физические процессы при формировании высокотемпературных конвективных колонок над очагами лесных пожаров и ориентирована на использование достаточно стандартного для настоящего времени потока исходных данных: результатов зондирования из космоса уходящего теплового излучения от пожаров и данных крупномасштабного прогноза (анализа) метеорологических характеристик.

Автор признателен Р.Е. Ванкевичу за полезные консультации.

### Литература

1. Гостинцев Ю.А., Суханов Л.А. Аэродинамика среды при больших пожарах. Линейный пожар. – Препринт Ин-та химической физики АН СССР, Черноголовка, 1977. – 51 с.
2. Баранова М.Е., Гаврилов А.С., Чихачев К.Б. Численное моделирование воздействия башенных испарительных градирен на окружающую среду // Уч. зап. РГГМУ, 2011, № 17, с. 8-17.
3. Гутман Л.Н. Введение в нелинейную теорию мезометеорологических процессов. – Л.: Гидрометеониздат, 1969. – 293 с.
4. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика, т. 1. – СПб.: Гидрометеониздат, 1992. – 695 с.
5. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982. – 319 с.
6. Blackadar A.K. The vertical distribution of the wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere. I. Geophys. Res., 1962, vol. 67, №80, p.3095-3102.
7. Градус Л.М., Нийлиск Х.Ю., Фейгельсон Е.М. Интегральная функция пропускания для облачных условий // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1968, т. 4, № 4, с. 397-413.
8. Кухлинг Х. Справочник по физике. Изд. 2-е. – М.: Мир, 1985. – 519 с.
9. Щетинский Е.А. Охрана лесов от пожаров. Ч. 1. Лесные пожары и охрана лесов, Всероссийский институт повышения квалификации руководящих работников и специалистов лесного хозяйства, г. Пушкино, 1998.
10. Yokelson, R. J., D. E. Ward, R. A. Susott, J. Reardon, and D. W. T. Griffith, Emissions from smoldering combustion of biomass measured by open path Fourier transform infrared spectroscopy, J. Geophys. Res., 102,18,865 – 18,877, 1997.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» по теме: «Проведение проблемно-ориентированных поисковых исследований в области технологий мониторинга и прогнозирования состояния атмосферы при лесных и торфяных пожарах» (контракт № 16.515.11.5029 от 12 мая 2011 г.).