М.В. Шмакова, С.А. Кондратьев, Е.Г. Маркова

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЗАИЛЕНИЯ ВОДОХРАНИЛИЩА СЕСТРОРЕЦКИЙ РАЗЛИВ РЕЧНЫМИ НАНОСАМИ (ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ)

M.V. Shmakova, S.A. Kondratyev, E.G. Markova

SPATIAL AND TEMPORAL PATTERNS OF RESERVOIR SESTRORETSKY RAZLIV SILTING BY RIVER SEDIMENTS (ACCORDING TO MATHEMATICAL MODELING)

По результатам гидродинамического моделирования построены карты заиления и распределения расхода наносов на акватории Сестрорецкого Разлива. Выявлены участки наибольшей интенсивности заиления речными наносами, характеризующиеся относительно активными гидродинамическими процессами в водоеме.

Ключевые слова: заиление, речные наносы, водохранилище, математическая модель.

According to the results of the hydrodynamic modeling maps of silting and sediment discharge distribution in the water area of Sestroretsky Razlive were constructed. Areas of the most intensive silting by river sediments, characterized by a relatively active hydrodynamic processes in the reservoir, were identified.

Keywords: silting, river sediments, reservoir, mathematical model.

Известно, что натурные наблюдения за гидродинамикой водоемов являются трудоемкими и дорогостоящими, а часто и невозможными. В такой ситуации математическое моделирование становится эффективным инструментом исследования различного рода динамических процессов, происходящих в водоеме как на поверхности, так и в толще водной массы. В зависимости от поставленных задач используются модели в одно-, дву- и трехмерной постановках с различной степенью дискретности. Для неглубоких водоемов обычно применяются плановые модели, основанные на уравнениях «мелкой воды». Двумерная постановка допустима при значительном превышении горизонтального масштаба гидродинамических процессов над вертикальным.

Цель настоящей работы — исследование пространственно-временной структуры заиления водохранилища Сестрорецкий Разлив на основе использования двумерной гидродинамической модели течений, переноса и переотложения наносов, поступивших со стоком рек Сестра и Черная. Работа является продолжением работы по оценке среднегодовых значений заиления Сестрорецкого Разлива, изложенного в работе [8, с. 134].

Водохранилище Сестрорецкий Разлив создано на р. Сестре вблизи ее устья в 1723 г. для нужд Сестрорецкого оружейного завода. Площадь зеркала водоема составляет 10,03 км², средняя глубина — около 2 м, площадь водосбора — 566 км². Основными притоками Сестрорецкого Разлива являются р. Сестра (399 км²) и Черная (*F*_{вдсб} = 126 км²), сток из водохранилища осуществляется через водосливной канал. Представляемая в работе гидродинамическая модель водоема основана на уравнениях «мелкой воды» [3, с. 12; 5, с. 46] в двумерной постановке:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \left(U^2/H\right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(UV/H\right)}{\partial y} + gH\frac{\partial z}{\partial x} = aV + c_a \frac{\rho_a}{\rho_{\text{воды}}} W_x W + D\frac{\partial U^2}{\partial^2 x} - g\frac{UV_{\text{рез}}}{C^2 H^2},$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial \left(UV/H\right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(V^2/H\right)}{\partial y} + gH\frac{\partial z}{\partial y} = -aU + c_a \frac{\rho_a}{\rho_{\text{воды}}} W_y W + D\frac{\partial V^2}{\partial^2 y} - g\frac{VV_{\text{рез}}}{C^2 H^2},$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$
(1)

где *t* — время, с; *x* и *y* — координаты, м; *U* и *V* — полные потоки по координатным направлениям *x* и *y* соответственно, м²/c; V_{pes} — результирующий полный поток, м²/c; *z* — уровень на свободной поверхности, м; H = (h + z) — полная глубина, м; *h* — невозмущенная глубина, м; *g* — ускорение свободного падения, м/c²; *a* = 2 ω sin ϕ — параметр Кориолиса; $\omega = 2\pi$ /сут. — угловая скорость вращения Земли, рад/сут.; ϕ — географическая широта, град; *c_a* — коэффициент аэродинамического сопротивления водной поверхности, б/р; ρ_a — плотность атмосферы, кг/м³; $\rho_{воды}$ — плотность воды, кг/м³; W_x и W_y — компоненты составляющей скорости ветра по координатным направлениям *x* и *y* соответственно, м/с; *W* — результирующий вектор скорости ветра, м/с; *C* — коэффициент Шези, м^{0.5}/с; *D* — коэффициент горизонтального турбулентного обмена, б/р.

Коэффициент Шези рассчитывается по формуле Маннинга: $C = (H^{1/6})/n$, где n — параметр шероховатости, б/р. Граничные условия на твердых боковых границах для полных потоков заданы условиями поглощения U=0, V=0. Уровень определяется из уравнения неразрывности. Граничные условия на открытых боковых границах заданы следующим образом: для стока — условия излучения; для источника — функция времени $U=f_1(t, x, y)$, $V=f_2(t, x, y)$.

Уравнения (1) дополнены аналитической формулой расхода наносов [6, с. 40; 8, с. 58]

$$G = \frac{\rho_{\rm грунта}}{\rho_{\rm грунта} - \rho_{\rm воды}} Q \left[\frac{c}{Hg} - (1 - f) \rho_{\rm воды} I \right], \tag{2}$$

где G — общий расход наносов, кг/с; Q — расход воды, м³/с; $\rho_{\text{грунта}}$ — плотность грунта, кг/м³; I — уклон дна; f — коэффициент внутреннего трения, б/р; c — сцепление частиц грунта при сдвиге, кг/(м·с²).

Формула (2) является следствием основного уравнения движения воды и твердого вещества, выражающего баланс сил, действующих в системе «водный поток – донные отложения – наносы» [6, с. 27]. Формула не имеет эмпирических параметров и апробирована на достаточно большом количестве водотоков, лежащих в различных физико-географических зонах и имеющих разные гидравлические и морфологические характеристики [8, с. 61]. Совместное решение представленных выше уравнений «мелкой воды» и аналитической формулы расхода наносов позволяет вычислять изменения морфометрических характеристик ложа водохранилища. При изменении гидродинамических характеристик потока меняется и его транспортирующий потенциал в отдельных ячейках. В зависимости от изменения транспортирующего потенциала соответствующая масса наносов или осаждается на дно, или, наоборот, вымывается с площади, характеризуемой размером ячейки. Масса осажденного на дно (или размытого) твердого вещества Δ (кг) в расчетной ячейке [*i*, *j*] за период времени *T* рассчитывается по формуле

$$\Delta = \sum_{t=1}^{T} \left[k_{i-1,j} G_{i-1,j}^{t-1} + k_{i+1,j} G_{i+1,j}^{t-1} + k_{i,j-1} G_{i,j-1}^{t-1} + k_{i,j+1} G_{i,j+1}^{t-1} - G_{i,j}^{t} \right],$$
(3)

где *t* — индекс времени; *k*_{*i*,*j*} — весовые коэффициенты проекции скоростей, б/р. Весовые коэффициенты для каждой из четырех соседних ячеек рассчитываются как

$$\begin{aligned} k_{i-1,j} &= \begin{cases} 0 \quad \text{при} \ u_{i-1,j}^{t} \leq 0, \\ \frac{|u_{i-1,j}^{t}|}{|V_{i-1,j}^{t}|_{\text{PG}}} \ 0 \quad \text{при} \ u_{i-1,j}^{t} > 0, \\ k_{i+1,j} &= \begin{cases} 0 \quad \text{при} \ u_{i+1,j}^{t} \geq 0, \\ \frac{|u_{i+1,j}^{t}|}{|V_{i+1,j}^{t}|_{\text{PG}}} \ 0 \quad \text{при} \ u_{i+1,j}^{t} < 0, \\ \frac{|v_{i,j-1}^{t}|}{|V_{i,j-1}^{t}|_{\text{PG}}} \ 0 \quad \text{при} \ v_{i,j-1}^{t} < 0, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{i,j+1} &= \begin{cases} 0 \quad \text{при} \ v_{i,j+1}^{t} \geq 0, \\ \frac{|v_{i,j+1}^{t}|}{|V_{i,j+1}^{t}|_{\text{PG}}} \ 0 \quad \text{при} \ v_{i,j+1}^{t} < 0, \\ \frac{|v_{i,j+1}^{t}|}{|V_{i,j+1}^{t}|_{\text{PG}}} \ 0 \quad \text{при} \ v_{i,j+1}^{t} > 0, \end{cases} \end{aligned}$$

где u и v — проекции скорости потока по координатным направлениям x и y соответственно, м/с.

Слой аккумуляции или размыва, мм, рассчитывается по формуле

$$\delta = \Delta \frac{K}{\rho_{\text{грунта}} S} \phi, \tag{5}$$

где K — коэффициент размерности, равный 10³; S — площадь расчетной ячейки, м²; ϕ — плотность залегания грунта (для песка принимается равной 1,3), б/р [4, с. 19].

гидрология

Уравнения «мелкой воды» (1) решаются полунеявной конечно-разностной схемой. Градиенты уровня и придонное трение аппроксимируются неявно, а адвективные члены, сила Кориолиса и горизонтальный турбулентный обмен — явно [3, с. 12]. Используется метод расщепления по временному слою уравнений движения (уравнение для U на первом временном слое, уравнение для V на — втором) и последующему решению таковых методом трехточечной прогонки по координатным направлениям [3, с. 12]. Уравнение неразрывности решается явно [3, с. 8].

В модели предусмотрена возможность расчета гидродинамических переменных состояния водохранилища со значительно изрезанной береговой линией, моделирования волновых явлений. Разработанная структура интерфейса модели дает возможность изменять параметры расчета, выбирать численные схемы, различные функции стока и источника, условия сохранения результатов моделирования, а также выводить графические результаты расчетов как плановые, так и динамику переменных состояния модели в отдельных точках.

На рис. 1 и 2 приведены интерфейс стартовой формы гидродинамической модели и интерфейс формы «Параметры».

Всего на акватории Сестрорецкого Разлива назначено 4245 расчетных точек. Шаг по времени составил 2 с, по пространству — 50 м. На стационарный режим расчета при U = const, V = const модель выходит примерно через 80000 расчетных шагов по времени. На рис. 1, 3 и 4 приведены карта глубин, плановая схема течений и распределение скоростей течений на акватории Сестрорецкого Разлива при стационарном режиме расчета. Значения скорости течения воды в акватории крайне незначительно и не превышают несколько миллиметров в секунду. Максимальные значения скорости (несколько сантиметров в секунду) приходятся на места впадения притоков и исток водосливного канала, а также участок транзитного движения водных масс между р. Сестрой и водосливным каналом.



Рис. 1. Интерфейс стартовой формы гидродинамической модели водоема

😿 Параметры модели	– 🗆 X
Шаг по времени, с	Ветер Wx, м/с Ф Wy, м/с Ф Wpeз., м/с Ф Количество узлов сетки N по X [89 N по Y]106 Источники Расчет уровня
Козф. турбулентной диффузии (гор)	Сток Расчет уровня Сток Расчет уровня С корень(g/H) С по формуле Шези С свободное истечение С по расходу источника
Сила трения Сила трения Сопротивление грунта сдвигу Численная схема для уровня С Явная С Неявная С Центральные разности	Граничные условия Граничные условия Голощение С Скольжение Скольжение без трения Закрытые границы СКОК

Рис. 2. Интерфейс формы «Параметры»



Рис. 3. Плановая схема течений на поверхности акватории Сестрорецкого Разлива при стационарном режиме расчета при расходе воды р. Сестры 2 м³/с



Рис. 4. Распределение скоростей течений (м/с) на акватории Сестрорецкого Разлива в межень при расходе р. Сестры 2 м³/с

На рис. 5 представлено распределение расхода наносов (кг/с) на акватории Сестрорецкого Разлива в меженный период (при расходе воды р. Сестры 2 м³/с) и период половодья (при среднем за половодье расходе воды р. Сестры 20 м³/с). Распределение расхода наносов повторяет распределение скоростей течения. Наибольшие значения расхода наносов приходятся на участки повышенной скорости воды (впадения рек Сестры и Черной и место руслового сужения — Водосливной канал), участок транзитного переноса твердого вещества через акваторию от устья впадающих рек до мест русловых сужений и участок мелководья в западной части Разлива. Значения расходов наносов незначительны и не превышают нескольких грамм в секунду. Это объясняется крайне малыми скоростями течения. В период половодья в отличие от распределения расхода наносов в меженный период область насыщения наносами увеличивается, занимая и центральную часть акватории.



Рис. 5. Схема распределения расхода наносов (кг/с) на акватории Сестрорецкого Разлива в меженный период (*слева*) и период половодья (*справа*)

На рис. 6 представлены карты размыва дна Сестрорецкого Разлива для периода межени при расходе р. Сестры 2 м³/с и периода спада половодья из расчета среднего по водности года (максимальный расход за половодье составил 25 м³/с). Продолжительность периода — 10 суток. Наибольшая интенсивность донных переотложений приходится, как и на рис. 5, на места русловых сужений и участки транзитного переноса наносов. Десятидневный меженный период характеризуется незначительными скоростями размыва, изменение отметок дна составляет несколько миллиметров.



Рис. 6. Схема переформирования дна Сестрорецкого Разлива (мм) для периода межени — размыв (*слева*) и периода спада половодья — намыв (*справа*)

Как видно из рис. 6, переформирование дна поступающими из притоков речными наносами незначительно по интенсивности и охватывает лишь северную часть акватории. Это вызвано малыми значениями скорости воды и, как следствие, слабой циркуляцией водных масс в акватории. Однако, учитывая небольшую глубину водоема, на перераспределение поступающих в водоем речных наносов значительное влияние оказывает ветровое перемешивание. На рис. 7 и 8 приведены плановые схемы течений и расхода наносов при задании постоянного по направлению и скорости ветра в течение суток в меженный период (расход р. Сестры — 2,0 м³/с, р. Черной — 0,5 м³/с). Для численного эксперимента выбрано доминирующее в летнюю межень направление ветра — западное [2, с. 35]. Скорость ветра для расчета принята равной 5,0 м/с. Как видно из рис. 8, основные пути транспорта наносов приходятся на северную (участок притоков), западную мелководную и центральную части акватории.

Особенности морфометрии Сестрорецкого Разлива, а также расположение источников и стока относительно друг друга способствуют неравномерному распределению поступивших с притоками речных наносов. Это отражается как на значениях расходов наносов, так и интенсивности переформирования дна. Очевидно, что распределение речных наносов является функцией скорости течения, наиболее выраженной в северной части водоема.

Относительно активная циркуляция водных масс в северной части Разлива происходит за счет впадающих речных потоков. Однако даже в этой части акватории скорости течения в межень достигают нескольких сантиметров в секунду, тогда как в центральной и южной частях Разлива скорости течения на порядок меньше. Расходы наносов в северной части акватории в период межени составляют лишь несколько грамм в секунду, тогда как в половодье с увеличением скорости течения могут достигать нескольких десятых долей килограмма в секунду.



Рис. 7. Плановая схема течений на поверхности акватории Сестрорецкого Разлива при стационарном режиме расчета при западном ветре 5 м/с



Рис. 8. Распределение расхода наносов (кг/с) на акватории Сестрорецкого Разлива в меженный период при расходе воды р. Сестры 2 м³/с при западном ветре 5 м/с

Интенсивность процессов переформирования дна речными наносами также неодинакова в течение года. В меженный период происходит незначительный размыв (в пределах 0-1,5 мм за декаду) в южной части водохранилища. Однако наибольшие скорости размыва дна приходятся на период подъема половодья. Максимальные значения размыва в этот период для среднего по водности года достигают 2-5 мм за декаду. Интенсивный процесс аккумуляции речных наносов приходится на период спада половодья, когда скорости течения начинают снижаться, транспортирующий потенциал потока уменьшается, что приводит к осаждению наносов. Максимальные значения намыва в этот период составляют 6-9 мм за декаду. Обобщая результаты моделирования для различных внутригодовых фаз водности (летняя межень, подъем и спад половодья), можно сделать вывод, что интенсивность намыва дна речными наносами в северной части акватории составляет около 3–4 мм/год. Однако в среднем по водохранилищу эта величина будет на порядок меньше, что хорошо согласуется с результатами расчетов, полученными ранее [1, с. 250]. Ветровое перемешивание приводит к перераспределению донных отложений по акватории. При преимущественных ветрах западных направлений в процессы переформирования дна включается и центральная часть Сестрорецкого Разлива.

Литература

- 1. *Водные* объекты Санкт-Петербурга / под ред. С.А. Кондратьева, Г.Т. Фрумина. СПб.: Символ, 2002. 348 с.
- 2. *Научно-прикладной* справочник по климату СССР. Сер. 3. Многолетние данные. Ч. 1–6. Вып. 3. Л.: Гидрометеоиздат, 1988.
- Рахуба А.В. Пространственно-временная изменчивость качества вод Саратовского водохранилища в условиях неустановившегося гидродинамического режима: Автореф. дис. ... канд. тех. наук / Рос. науч.-ис. ин-т комплексного использ. и охраны водных ресурсов. — Екатеринбург, 2007.
- Рекомендации по прогнозу трансформации русла в нижних бъефах гидроузлов СО 34.21.204-2005. ОАО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева». — СПб., 2006.
- 5. Филатов Н.Н. Динамика озер. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 166 с.
- 6. Шмакова М.В. Теория и практика математического моделирования речных потоков. СПб.: Изд-во «Лема», 2013. 142 с.
- Шмакова М.В., Кондратьев С.А. Оценка заиления водохранилищ по данным о годовом твердом стоке притоков (на примере Сестрорецкого Разлива) // Ученые записки РГГМУ. 2014. № 34. — С. 134–141.
- 8. *Шмакова М.В., Кондратьев С.А.* Анализ и расчеты твердого стока (на примере североамериканских рек) // Учен. зап. РГГМУ. 2016. № 43. С. 51–66.

Авторы выражают глубокую благодарность за ценные замечания и рекомендации при наладке гидродинамической модели д.ф.-м.н. Владимиру Алексеевичу Рябченко (ИО РАН), к.т.н. Александру Владимировичу Рахубе (ИЭВБ РАН) и Екатерине Александровне Шипуновой (ИНОЗ РАН).