

УДК 551.465:627.235:001.891.573

А.В. Тимошина, В.Ю. Чанцев

МОДЕЛЬ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ДОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ВОД

Российский государственный гидрометеорологический университет, val@rshu.ru

A.V. Timoshina, V.Yu. Chantsev

MODEL FOR STUDYING THE INFLUENCE OF ARTIFICIAL BOTTOM STRUCTURES ON WATER HYDRODYNAMIC REGIME

В статье кратко излагается сущность новой трехмерной негидростатической модели влияния искусственных донных конструкций на изменение гидродинамического режима прибрежных вод. Дается математическая постановка модели, описываются численные эксперименты. В результате работы получена численная модель, которая обеспечивает устойчивое решение и выполнение закона сохранения массы. Разработанная модель будет использована для комплексного изучения влияния искусственных рифов на гидродинамический режим прибрежной зоны.

Ключевые слова: гидродинамическое моделирование, негидростатическая модель, прибрежная зона, донные искусственные сооружения, параметризация Смагоринского, численные эксперименты.

The article summarizes the essence of the new three-dimensional non-hydrostatic model of the artificial bottom constructions influence on the hydrodynamic regime of coastal water change. A mathematical foundation of the model is given; numerical experiments are described. As a result of the work a numerical model is obtained that provides the stability of solution and the implementation of the law of mass conservation. The developed model will be used for a comprehensive study of the effect of artificial reefs on the hydrodynamic regime of the coastal zone.

Keywords: hydrodynamical modeling, non-hydrostatic model, the coastal zone, bottom artificial constructions, parameterization of Smagorinsky, numerical experiments.

Введение

В последние десятилетия в аквакультуре, промысловой океанологии и инженерной океанологии возрастает практический интерес к установке на морском дне различных подводных конструкций. Конструкции при правильной установке способны в десятки раз увеличивать биопродуктивность района, благоприятно влиять на аккумулятивную способность береговой линии и защищать берег от воздействия волн [5].

Современные математические модели в океанологии (например, модель POM, описанная в [4]) с масштабами от 1 км и больше достаточно точно описывают различные процессы, протекающие в океанах и морях, дают оценку воздействия водной среды на какие-либо объекты и т.д. Но в настоящее время мало качественных

мелкомасштабных ($\Delta x = 1 - 10$ м) математических моделей гидродинамического воздействия на подводные конструкции, которые бы детально описывали особенности формирования гидродинамического режима в районе этих конструкций.

Цель создания представляемой модели — выявление особенностей формирования гидродинамического режима при установке различных конструкций на морском дне.

В статье приводится постановка задачи математической модели, описываются численные эксперименты по функционированию уравнений модели, а также осуществляется проверка решения на устойчивость. Дополнительно производится оценка выполнения закона сохранения массы.

Описание модели

Большинство описываемых процессы современных математических моделей, протекающих в океане, гидростатические. Представляемая модель не является гидростатической, что позволяет на малых масштабах детализировать процессы вертикальных движений. В разрабатываемой детерминированной модели используются дифференциальные уравнения осредненного турбулентного движения Рейнольдса:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} - f v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_s}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_d}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} + f u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_s}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_d}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_d}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}, \quad (3)$$

где u, v, w — декартовы составляющие вектора течения; P_s, P_d — гидростатическое и динамическое давление соответственно. Динамическое давление рассчитывается из уравнения Пуассона.

Составляющие тензора вязких напряжений представлены уравнениями:

$$\tau_{xx} = -A_H \frac{\partial u}{\partial x}; \quad (4)$$

$$\tau_{yy} = -A_H \frac{\partial v}{\partial y}; \quad (5)$$

$$\tau_{zz} = -A_H \frac{\partial w}{\partial z}; \quad (6)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\frac{1}{2} A_H \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \quad (7)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\frac{1}{2} A_Z \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \quad (8)$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = -\frac{1}{2} A_Z \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right). \quad (9)$$

Коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости обозначаются как A_H и A_Z соответственно.

Для описания коэффициента турбулентного обмена используется полная параметризация Смагоринского [6]:

$$A_H = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta^2} K_b; \quad (10)$$

$$A_Z = \left(\frac{\Delta z}{\Delta} \right)^2 K_b, \quad (11)$$

где Δx , Δy , Δz — горизонтальные и вертикальный шаги расчетной сетки, а Δ и K_b рассчитываются как:

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}; \quad (12)$$

$$K_b = C_1 \Delta^2 |Def|, \quad (13)$$

где C_1 — коэффициент Смагоринского, а $|Def|$ — скорость деформации.

В моделях Смагоринского скорость деформации определяется как:

$$|Def| = \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}. \quad (14)$$

Для проверки закона сохранения массы было использовано уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (15)$$

В качестве граничного условия на дне и твердой боковой границе используется условие непроницаемости, при котором вертикальная компонента вектора скорости равна нулю.

Касательные напряжения трения на дне определяются по уравнениям

$$\tau_{xH} = -C_Z \sqrt{u^2 + v^2} u; \quad (16)$$

$$\tau_{yH} = -C_Z \sqrt{u^2 + v^2} v, \quad (17)$$

где C_Z — коэффициент трения о дно.

Для открытых границ выбрано условие излучения:

$$u|_{x_{\max}} = u|_{x_{\max-1}} \cdot e^{-\Delta x \cdot Coef}. \quad (18)$$

На свободной поверхности моря принимается кинематическое условие [4]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = w_0 - u \frac{\partial \zeta}{\partial x} - v \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (19)$$

В основе численного решения модели применяется метод конечных разностей, а в качестве численной схемы по времени — явно-неявная схема [3, 1]. Упрощенный алгоритм программы по расчету трехмерного поля скорости течений представлен на рис. 1.

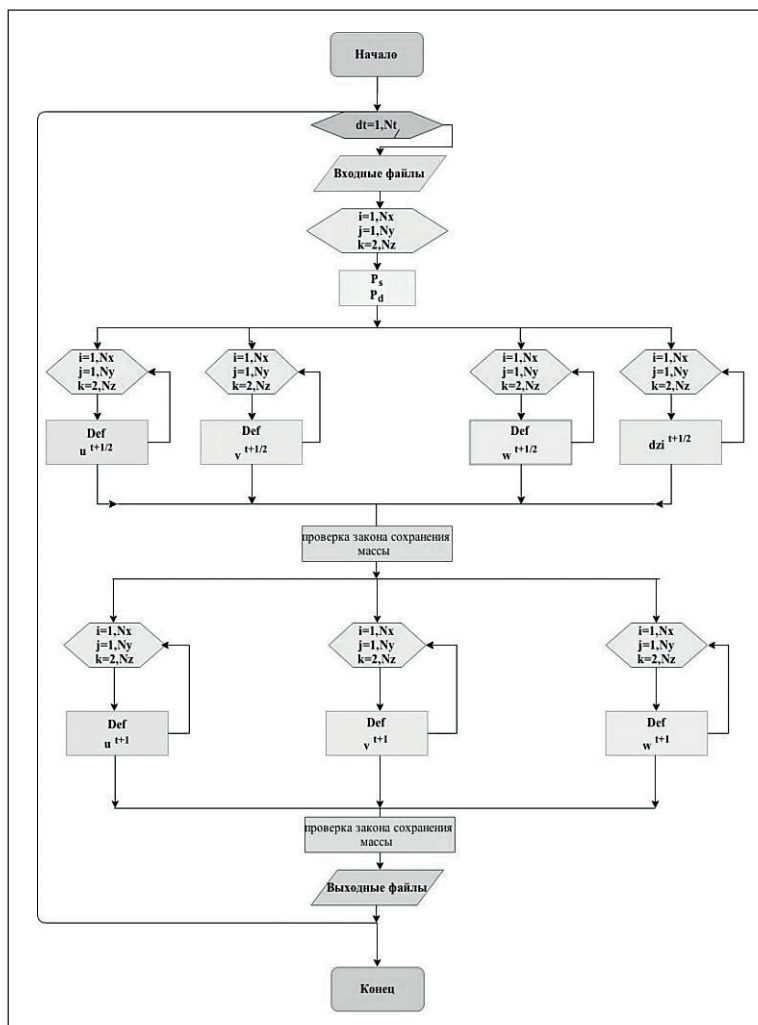


Рис. 1. Алгоритм расчета трехмерного поля скорости

Численный эксперимент и проверка закона сохранения

В данной статье описывается тестовый численный эксперимент для акватории вдоль берега размером ($x \times y \times z$) $100 \times 50 \times 25$ м. В рассматриваемом упрощенном варианте расчета скоростей используется трехмерная однородная сетка с шагом 1 м.

Моделируется вдольбереговой поток слева направо. На левой границе задается постоянная компонента скорости u с вертикальным профилем скорости от 10 см/с на поверхности до 2 см/с у дна.

На рис. 2 представлена эволюция положения фронта компоненты скорости u на вертикальном разрезе для разного времени счета. Видно, что для расчета компоненты скорости u получается гладкое решение. Причем фронт рассчитанной скорости на поверхности распространяется быстрее, что логично описывает заданное граничное условие по скорости. Скорость u достигает правой границы исследуемой области за 50 мин модельного времени (300 шагов по 10 с).

На рис. 3 представлена эволюция во времени для всех трех компонент скорости течения в точке с координатами ($x = 50, y = 30, z = 20$). Видно, что при достижении

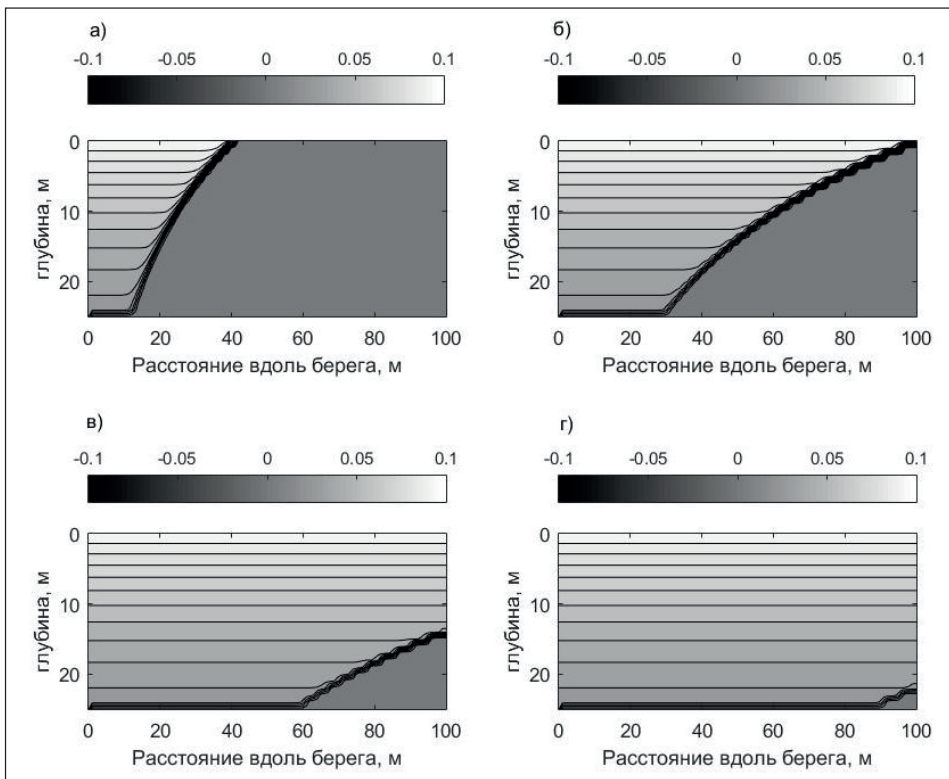


Рис. 2. Продвижение фронта компоненты скорости u на вертикальном разрезе в разные моменты времени: a — $t = 40$ с; b — $t = 100$ с; v — $t = 200$ с; g — $t = 300$ с на расстоянии 30 м от берега

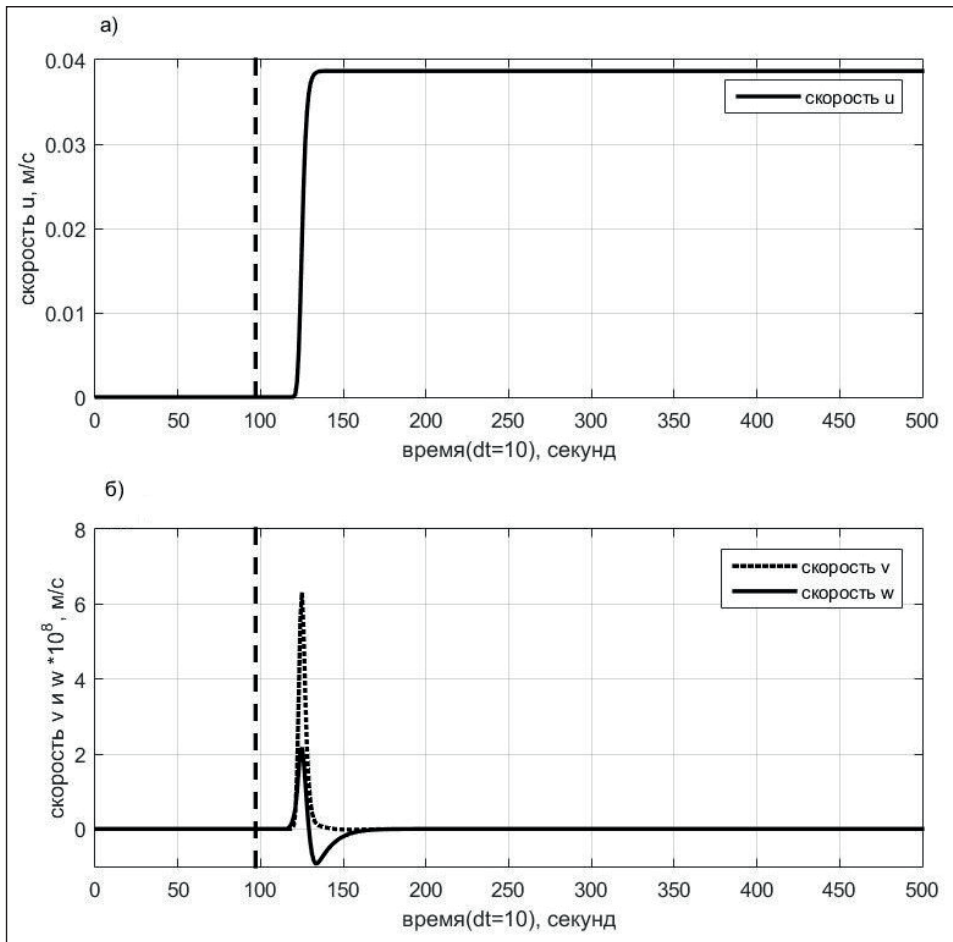


Рис. 3. Эволюция компонент скорости потока: а) u ; б) v и w в точке с координатами $(x = 50, y = 30, z = 20)$. Вертикальная пунктирная линия соответствует времени наступления скорости, отличной от нуля в исследуемой расчетной точке

потока выбранной точки значения компоненты u возрастают практически до 4 см/с и далее, решение относительно этой компоненты становится стационарным. В момент появления в данной точке значений скорости u , компоненты v и w отличны от нуля, но сравнительно очень малы (рис. 3). При выходе на стационарное решение компоненты v и w становятся равными нулю, что говорит об адекватных результатах выбранной схемы решения.

Проверка закона сохранения, основанная на выполнении условия $divV = 0$, показала, что продвижение фронта $divV$, где она не превышает величины $10^{-3} - 10^{-4}$, идентично продвижению фронта компоненты u (рис. 4). В остальной расчетной области $divV \approx 0$, что указывает на правильное построение численной схемы и физическую адекватность осуществляемых расчетов.

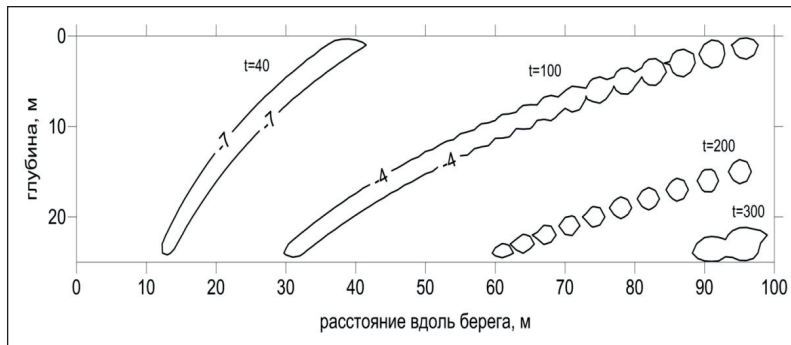


Рис. 4. Продвижение фронта в поле $divV$ в разные моменты счета (на рисунке представлены значения $divV \times 10^3$)

Заключение

На основе представленной постановки трехмерной негидростатической модели высокого разрешения был выполнен первичный анализ ее качества и вычислительных возможностей. В результате проведения численных экспериментов можно говорить о том, что модель дает устойчивое решение формирования гидродинамических полей. Значения трех компонент скорости течения u , v и w , рассчитанные в узлах сетки, достаточно быстро выходят на стационарный режим. Величина дивергенции скорости ($divV$) стремится к нулю, что подтверждает выполнение закона сохранения массы численной схемой представленной модели.

Разработанная негидростатическая модель в предложенном виде практически готова к проведению численных экспериментов, необходимых для изучения формирования гидродинамического режима вод прибрежной зоны в условиях установки донных конструкций различной формы.

Литература

1. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы (введение в теорию). — М.: Наука, 1973. — 400 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1957. — С. 458–499.
3. Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. — Л.: Гидрометеоздат, 1979. — 136 с.
4. Mellor G.L., *A Three-Dimensional Primitive Equation, Numerical Ocean Model / Users Guide / Princeton University*, 1998.
5. Osenberg C.W., St. Mary C.M., Wilson J.A. and Lindberg W.J. 2002. A Quantitative Framework to Evaluate the Attraction–production Controversy // ICES Journal of Marine Science, 59: S. 214–221.
6. Smagorinsky J. General Circulation Experiments with the Primitive Equations, Monthly Weather Review, Washington, 1963.